

**‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM  
VAZIRLIGI**  
**TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI**

**ABDULLAYEVA B.S., DJURAYEVA D.SH., DJURAKULOVA A.X.**

# **MATEMATIKA O’QITISH METODIKASI**

**TERMIZ – 2020**

Matematika o'qitish metodikasi.

Abdullayeva B.S., Djurayeva D.Sh., Djurakulova A.X.

Mazkur o'quv qo'llanma matematika o'qitish metodikasining umumiy va xususiy masalalariga bag'ishlangan bo'lib, matematika o'qitishning mazmuni va maqsadi, usul, shakl, vositalari hamda maktab matematika kursida sonlar haqidagi ta'limot, matematik tahlil elementlarini o'qitish metodikasi yoritilgan.

Ushbu o'quv qo'llanma Oliy ta'lim muassasalarining **5130100** – matematika **5110100** - matematika o'qitish metodikasi bakalavriat ta'lim yo`nalishlari talabalari uchun tavsiya etiladi.

### **TAQRIZCHILAR:**

- 1) Qahhorov S.Q.**      **Pedagogika fanlari doctori, professor.**
- 2) Adizov B.R.**      **Pedagogika fanlari doctori, professor.**
- 3) Jumaev E.E.**      **Pedagogika fanlari nomzodi, dotsent.**

## **SO’Z BOSHI**

Mamlakatimizda ta’lim tizimining modernizatsiya qilinishi, uni tarkibiy jihatdan qayta qurish, ta`lim, fan, texnika va texnologiyaning iqtisodiyot va madaniyatning jahon miqyosidagi zamonaviy yutuqlarini hisobga olgan holda o'qitish jarayoniga innovatsiyalarni tadbiq etish bilan bir qatorda, ta`lim-tarbiya jarayoni ishtirokchilarining imkoniyatlari va ehtiyojlari nuqtai nazaridan ular uchun zarur va etarli shart-sharoitlarni yaratib berishni bugungi kun talab etmoqda.

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7-maydagи “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli Qarorining qabul qilinishi fikrimizning yaqqol isbotidir. Qarorda Matematika fani o‘quv-metodik dasturi mazmun va mohiyatini sohalarga moslashtirish, matematika fani bo‘yicha o‘quv adabiyotlari (darsliklar)ni turli dasturlar va umumiyl metodologik asosda hamda zamonaviy axborot texnologiyalari vositalari yordamida tushuntiruvchi real misollar, grafik materiallar asosida tayyorlash hamda matematik ta’limda fanlararo integratsiyani ta’minlash masalalari ham asosiy ustuvor yo‘nalishlardan biri etib belgilangan.

O‘quv qo’llanmada matematik ta’limning maqsadi, mazmuni, metodlari va uning vositalarini matematika darslariga tatbiq qilish qonuniyatları psixologik, pedagogik va didaktik nuqtayı nazaridan bayon qilingan. Chunki, matematika o'qitish metodikasi kursi asosiy mutaxassislik fanlaridan biri hisoblanadi. Bu kursda matematikaning rivojlanish tarixi va matematika o'qitishdagi umumiy va xususiy metodlari o'rganiladi.

Matematika o'qitish metodikasi pedagogika, psixologiya, algebra, matematik tahlil, analitik geometriya va oddiy differensial tenglamalar fanlari bilan chambarchas bog’liqdir.

O‘quv qo’llanma fan dasturi doirasida olingan nazariy bilimlar va ko’nikmalar, oliy va o’rta maxsus o‘quv yurtlarida (litsey, kollej), umumta’lim maktablarida matematika fanini zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida o'qitishda va fan tarixini o'rganishda keng qo'llanishi nazaarda tutilgan.

O'quvchilarga fanning ba'zi mavzular bo'yicha darslari elektron vositalar yordamida tashkil etilishi, o'quvchilarning fanni o'zlashtirishlari uchun o'qitishning ilg'or va zamonaviy usullaridan foydalanish, yangi axborotli-pedagogik texnologiyalarni tatbiq etish, ushbu fanni o'zlashtirishda darslik, o'quv va metodik qo'llanmalar, ma'ruza matnlari, tarqatma materiallar, virtual stendlardan foydalanish muhim ahamiyat kasb etadi. Ma'ruza va seminar mashg'ulot darslarida mos ravishdagi ilg'or pedagogik texnologiyalardan foydalaniladi. Bu borada zamonaviy pedagogik texnologiyalarining aqliy hujum, munozarali dars va boshqa usullaridan foydalanish ko'rsatib o'tilgan.

Matematik ta'limni isloh qilish, Kadrlar tayyorlash milliy dasturi va uzlusiz ta'limni amalga oshirish masalalarini ham bayon etilgan. Ma'lumki, matematika fani mavjud moddiy dunyodagi narsalarning fazoviy shakllari va ular orasidagi miqdoriy munosabatlari o'rghanish jarayonida «ilmiy izlanish» metodlaridan foydalanadi.

Shuning uchun ham ushbu o'quv qo'llanmada ilmiy izlanish metodlaridan kuzatish va tajriba va taqqoslash, analiz va sintez, umumlashtirish, abstraktlashtirish va konkretlashtirishlari matematika darslarida qo'llanishi ilmiy-metodik jihatidan tushuntirishga harakat qilingan. Matematika o'qitish jarayonida fikrlash shakllarini paydo qilish metodikasi ham yoritilgan, ya'ni hissiy bilish (sezgi, idrok, tasavvur) bilan mantiqiy bilish (tushuncha, hukm, xulosa) orasidagi mantiqiy bog'lanishlar ochib berilgan. Matematik tushuncha va uni o'quvchilar ongida shakllantirish metodikasi, matematik hukm va uning turlari aksioma, postulat va teoremalarni o'quvchilarga o'rgatish metodikalari yoritilgan. Matematik xulosa va uning induktiv, deduktiv hamda analogik turlarini dars jarayonidagi tatbiqlari ko'rsatilgan. Matematika fanini o'qitishdagi didaktik prinsiplarning turlarini o'rgatishga alohida ahamiyat berilgan. Ushbu qo'llanmada zamonaviy pedagogik texnologiya asosida o'qitishning an'anaviy va noan'anaviy metodlaridan: ma'ruza, suhbat, mustaqil ish, evristik va muammoli ta'lim metodlarini dars jarayonida qo'llanilishiga katta ahamiyat berilgan. Matematika

darsi, uning tuzilishi va uni tashkil qilish metodikasi, matematika darsining turlari, darsga tayyorgarlik va uning tahlili, matematika darsiga qo'yilgan talablar ochib berilgan. Ushbu qo'llanmada yana son tushunchasini kiritish va uni kengaytirish, ular ustida to'rt amalni bajarish, mакtabdagi ayniy shakl almashtirishlarini o'rgatish, mакtab matematika kursidagi tenglama turlari, tenglamalar tizimi hamda parametrik usulda berilgan tenglamalarni yyechish metodikalari ham ko'rsatilgan.

O'quv qo'llanma so'nggida masalalar va uning turlarini yyechish usullari ham keltirilgan. Har bir bob yakunida talabalar uchun shu bob mavzularining mazmunini ochib beruvchi mantiqiy ketma-ketlikka ega bo'lgan savollar tizimi, hamda tayanch iboralar keltirilgan.

O'quv qo'llanmada, o'zlarining qimmatli fikrlarini ayamagan ushbu fan sohasidagi professor-o'qituvchilarimizga o'z minnatdorchiligidimizni bildiramiz.

## **Mualliflar**

**I-Modul. MATEMATIKA VA MATEMATIKA O'QITISH**  
**METODIKASI PREDMETI, RIVOJLANISH TARIXI VA HOZIRGI**  
**HOLATI**

**1. MATEMATIKAGA FAN VA O'QUV PREDMET SIFATIDA  
TAVSIF.**

*Matematika taraqqiyoti tarixining asosiy davrlari va ularning qisqacha tavsifi.* Matematika – mathema, Qadimiy Gretsiyadan bizning tilimizga kirib kelgan so’z bo’lib, “anglash, fan” degan ma’nolarni anglatadi. Matematika – hayotning sanoqli (hisobli) munosabatlari va bo’shliq shakli to’g’risidagi fandir.

Bugungi kunga kelib, sanoqli (hisobli) munosabatlar tushunchasi butun bir ijobjiy va ratsional sonlar, balki kompleks sonlar, vektorlar, funksiyalar v. b. orqali ham ifodalanmoqda. Zamonaviy bo’shliqli shakl tushunchasi esa uch o’lchamli geometrik obyektlar (to’g’ri chiziq, aylana, uchburchak, konus, silindr, shar v.b.) bilan birga, ko’plab umumlashmalar – ko’p o’lchamli va cheksiz bo’shliq tushunchalarini o’z ichiga oladi.

Fan va texnikaning rivojlanib borishi matematikani uzluksiz ravishda bo’shliq shakllari va sanoqli (hisobli) munosabatlar haqidagi tasavvurlarni kengaytirib borishni taqozo etadi.

Matematika – elementlar o’rtasidagi qator munosabatlar ifoda tarzida yozilgan mantiqiy tizimni o’rganadi. Bundan tashqari, matematika barcha turdagи fikran bo’lsa-da, chizmalarni, ularning o’zaro munosabatlarini, ularni konstruksiyalash metodlarini, chizmalar iyerarxiyasini (chizmalar chizmasini) o’rganib boradi.

Matematika tushunchasi aniq hodisalar va narsalardan ajratilgan holda, shu doiraga xos bo’lgan hodisalar va narsalarning sifat ko’rsatkichlarini abstroklashtirish (mavhumlashtirish) natijasida yuzaga keladigan xususiyatlar natijasida paydo bo’lgan. Matematikaning bir xillik qonuniyatları, bir xillikdagi matematik apparatlar tabiat va texnik hodisalarni, shuningdek, iqtisodiy hamda ijtimoiy jarayonlarni qoniqarli tarzda ifodalashda qo’llaniladi.

Matematika insonlarning amaliy ehtiyojlari asosida yuzaga kelgan, shuning uchun ham uning amaliyot bilan bog'liqligi tobora chuqurlashib, rang-barang bo'lib, matematikani har qanday turdagи harakatni, har qanday turfa hodisalarni o'rGANISHDA bemalol qo'llash mumkin. Shunday bo'lsa-da, uning turli ilmiy hamda amaliy faoliyatdagi roli bir xil emas. Matematikaning, ayniqsa, zamonaviy fizikani, astronomiyani, kimyoni rivojlantirishdagi roli o'ta ahamiyatli. Shuningdek, iqtisodiyot, biologiya, tibbiyot kabi fanlarni rivojlantirishda ham matematika alohida o'rIN tutadi. Bu fanlar orqali o'rGANILADIGAN hodisalarning sifat jihatdan o'ZIGA XOSLIGI juda yuqori va ularning sodir bo'lish xususiyatiga ta'siri shu darajada yuksakki, hozircha matematik tahlil bu oqimda faqat buysunuvchi vazifasini o'tashi mumkin. Bu borada gapirganda, ijtimoiy va biologik fanlar uchun matematik statistika muhim ahamiyat kasb etishini ta'kidlab o'tish zarur.

Matematika fanining rivojlanishi tarixida to'rtta asosiy bosqichni alohida ta'kidlash mumkin.

**Birinchi davr** – matematika mustaqil ilmiy fan sifatida paydo bo'lgan davr. Ya'ni, ushbu bosqich ilk davrning uzoq tarixiga borib taqaladi. Bu bosqich m.a. davrning VI – V asrlariga qadar davom etdi. Matematikaning tug'ilish davri amaliy hisoblash va o'lchash tushunchasi – sonlar va shakllarning tarkib topishi bilan bog'liq bo'ldi. Odiiy geometrik shakllar, kattaliklar – uzunlik, maydon, hajm v.b.lar o'rGANILA boshladи. Matematikani qo'llash sohalari – hisob, savdo yer ishlari, astronomiya, arxitekturadan iborat bo'ldi. Endigina shakllana boshlagan matematik bilimlar amaliy masalalarni yyechish qoidalari, avvaldan shakllantirilmaydigan, ammo shaxsiy misollar orqali tushuntiriladigan harakatga oid yo'riqnomalarni o'z ichiga oldi. Matematikaning shakllangan deduktiv metodlar asosida shakllangan fanga aylanishi esa Qadimiy Gretsiyada yuzaga keldi. Grek geometriyasining boshlanishi Fales Miletskiy nomi bilan bog'liqdir.

**Ikkinchi davr** – elementar matematika (doimiy kattaliklar matematikasi) davri. Nisbatan XVII asr oxirigacha, yangi – oliy matematika rivojlanib ketgunga qadar davom etdi.

Unga Qadimiy Gretsiya olimlari (m.a. VI –V asrlar) asos solishdi. Bu bosqich matematika o’zini mustaqil ravishda o’z predmeti (son, shakl) hamda tadqiqot metodlariga ega fan sifatida namoyon etganligi bilan izohlanadi. Keyinchalik yangi fan – o’zining maxsus ramzlariga ega bo’lgan algebra yuzaga keldi. Qadimgi mashhur masalalar – aylananing kvadrati, burchak bissektrisasi, kubni ikkilantirish paydo bo’ldi, birinchi irratsional sonlar shakllantirildi. Yevklid o’zining “Boshlanish” (“Ibtido”) asari orqali sonlar nazariyasiga asos soldi. Arximed maydonlar va turli jism va shakllarning hajmini (jumladan, parabola segmentlari maydonini, shar yuzasini, shar va paraboloid segmenti hajmini) topish metodlarini ishlab chiqdi. Diofant esa musbat ratsional sonlar ko’proq bo’lgan tenglamalar yechimini tadqiq qildi, ushbu bosqichda, shuningdek, geometriyaning birinchi tizimli darsligi yaratildi.

Qadimiy Xitoy va Hindistonda ham matematika sezilarli darajada rivojlana bordi. Xitoylik matematiklarni ko’paytma ayirmasini topish texnikasi va umumiyligida algebraik metodlarni rivojlantirish ko’proq qiziqtirdi. Hind matematiklari esa o’nlik nomerlarni (raqamlarni) fanga kiritish, noldan foydalanish, shuningdek, nafaqat musbat ratsional sonlar, balki manfiy va irratsional sonlar bilan ishlay oladigan algebrani keng rivojlantirishga munosib ulush qo’shganlar.

Arab mamlakatlari bilan savdo aloqalarining samarali yo’lga qo’yilishi matematikaning yanada gullab-yashnashiga olib keldi: birinchi marta algebra mustaqil fan sifatida bayon etildi; ko’plab geometrik masalalar algebraik shakl oldi; ko’rib chiqish uchun trigonometrik funksiyalar, o’nli kasrlar hisoblab chiqildi.

**Uchinchi davr** – matematikaning o’zgaruvchan kattaliklar davri (XVII asrdan XIX asr o’rtalarigacha). Bu davr matematik tahlilning tashkil topishi va rivojlantirilishi, jarayonlar harakati va rivojlanishini o’rganish bilan izohlanadi.

O’zgaruvchan kattaliklar va ular o’rtasidagi aloqalarni o’rganish funksiya, ko’paytuvchi va integral tushunchalarining paydo bo’lishiga, shuningdek, yangi matematik fan – matematik tahlilning paydo bo’lishiga turtki bo’di.

Koordinatlarning iste'molga kiritilishi va undan tizimli foydalanish geometrik masalalarni algebra va tahlil tiliga o'tkazishning universal metodi yuzaga keldi va natijada geometriyaning yangi shaxobchalari – analitik geometriya hamda differensial geometriya paydo bo'ldi. Matematik tahlil metodlari, differensial tenglamalar mexanika va fizika qonunlarini, shuningdek, texnik jarayonlarni matematik ifodalashda asos vazifasini o'tadi. Shu o'rinda ta'kidlash lozimki, tabiatshunoslik va texnik taraqqiyot ana shu o'zgarishlar bilan chambarchas bog'liq bo'ldi. Matematik tahlil ta'sirida – analitik mexanika, matematik fizika kabi yangi fanlar tarkib topdi. Xuddi shuningdek, matematik ilovalarda variatsion hisoblash keng qo'llanilishi yo'lga qo'yildi.

**To'rtinchi davr** – matematikaning o'zgaruvchan munosabatlar davri (XIX – XX asrlar). Bu davr matematik tahlilning tashkil topishi va rivojlantirilishi, jarayonlar harakati va rivojlanishini o'rganish bilan izohlanadi. Modellashtirish metodidan keng foydalanila boshlandi. Matematikaning turli bo'limlari yuzaga keldi. Ushbu davrning asosiy xususiyati – matematikaga asos solinishining ayrim masalalariga tanqidiy ko'z bilan qarashdan iborat bo'ldi.

Matematikaning olg'a siljishida Rossiyalik olim N.I. Lobachevskiyning tadqiqotlari ham muhim rol o'ynadi. Geometriya asoslariga tayangan holda olib borilgan tadqiqotlar geometriya aksiomalarining to'liq ro'yxatini tuzishga, har qanday tabiat elementlari ob'yekti bo'la oladigan umumiy bo'shliq tushunchasining yaratilishiga olib keldi. Geometrik shakllar va bo'shliqning ko'p uchraydigan umumiy xususiyatlarini o'rganish matematikaning yangi sohasi – topologiyaning yaratilishiga sabab bo'ldi.

XIX asrda matematik tahlilga ilova qilinadigan sohalar yanada kengayishi ro'y berdi. XIX asrda mexanika va fizika sohalarining asosiy apparat sifatida yuzaga kelishi natijasida differensial tenglamalar, xususan, bo'linma, ko'paytmali differensial tenglamalar nazariyasi jadallik bilan rivojlnana bordi. XVIII asrda ham bunday turdag'i alohida tenglamalar yechilgan edi. Lekin umumiy metodlar XIX

asrga kelib rivojlanan boshladi va bu rivojlanish bugungi kunda ham fizika va mexanika masalariga bog'liq holda davom etmoqda.

Oradan o'tgan davr mobaynida matematikaning yangi shaxobchalari – hisoblash matematikasi, matematik mantiq, nisbiylik nazariyasi paydo bo'ldi.

Matematika uzlusiz rivojlanishda bo'ladi. Bunga esa, birinchidan, hayotiy ehtiyojlar, ikkinchidan, matematikaning fan sifatida shakllanishi uchun zarur bo'lgan ichki ehtiyojlar sabab bo'ladi. Matematika texnikani, iqtisodiyotni va ishlab chiqarishni rivojlanishiga sezilarli darajada ta'sir etadi. Bilimlarning turli sohalarini "matematikalashtirish", bu – inson amaliy faoliyatining turli jahbalariga matematik metodlarning kirib borishi, hisoblash texnikalarning tez rivojlanishi o'z navbatida, o'yinlar nazariyasi, axborot nazariyasi, matematik statistika, nisbiylik nazariyasi kabi bir qator fanlarning yuzaga kelishiga turtki berdi.

***Geometrik figuralar haqidagi tushunchalarning paydo bo'lishi.*** Geometriya 2500-yildan avvalroq paydo bo'lgan. Geometriya yunoncha so'z bo'lib, "yer o'lchash" degan ma'noni bildiradi.

Geometriyaning fan sifatida shakllanishiga qadimgi Misr, Bobil, ayniqsa, Yunoniston olimlari katta hissa qo'shdilar. Yer maydonlari sathini o'lchash, ariqlar o'tkazish, turli ko'rinishdagi idish, savatlar, omborlarga qancha suyuqlik, don va boshqa mahsulotlar sig'ishini bilish zarurati geometriyaga oid dastlabki ma'lumotlarning paydo bo'lishiga olib keldi.

Geometriya turli shakllarning xossalari aniqlash, tekshirish, ularning uzunliklari, yuzi, hajmlarini (to'g'ri to'rtburchak, kvadrat, uchburchak va ulardan tuzilgan shakllar) hisoblash bilan shug'ullanadi.

Har bir kattalikni o'lchash uchun esa o'lchov birligi zarur. Shuning uchun ham hayotimizda juda muhim bo'lgan uzunlik, yuza o'lchov birliklari bilan tanishasiz.

Nuqta, kesma, siniq chiziq, to'g'ri chiziq, ko'pburchak, kvadrat, to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, aylana, doira, shar, kub – bularning hammasi geometrik shakllardir. Har qanday geometrik shakl nuqtalardan iborat. Buyuk yurtdoshimiz

Muhammad Muso al-Xorazmiy, Ahmad Farg’oniy, Abu Rayhon Beruniy, Mirzo Ulug’bek va ularning shogirdlari geometriya fanini o’z asarlari va ilmiy natijalari bilan boyitishdi.

Geometriya turli shakllarning xossalarni aniqlash, tekshirish, ularning uzunliklari, yuzi, hajmlarini hisoblash bilan shug’ullanadi.

*Hozirgi zamon matematikasining asosiy yo’nalishlari. Matematikaga o’quv predmeti sifatida tavsif.* Ta’lim – bu avlodlarning avlodlarga muntazam ravishda ijtimomiy ahamiyatga molik tajribalarni yetkazib turishning tashkiliy jarayonidir. Bu tushunchadan falsafada, psixologiyada, pedagogika fanida va maktab ta’limi amaliyotida keng qo’llaniladi. Zamonaviy ta’lim o’quvchining o’zini-o’zi rivojlantirishi va o’zini-o’zi anglashini, insoniy bilimlarga intilishini, o’quvchi e’tibori atrof-olamga va o’ziga murojaat qilishga qaratilgan bo’lishini, hayotda o’z o’rnini topishga intilishini kuchaytirishga ko’maklashishga qaratilgan bo’ladi.

**Matematik ta’lim** – o’quvchilar tomonidan matematik bilimlar tizimining egallanishi, bilish uquvi va ko’nikma asosida o’z dunyoqarashini shakllantirilishi, shaxsning axloqiy va boshqa sifatlarini, ijodiy kuch va boshqa imkoniyatlarini rivojlantirishga ko’maklashuvchi jarayon va u beradigan natijadir.

Ta’lim ikki aspektida ko’rib chiqiladi:

- ijtimoiy (jamiyatning ta’limga talabini aks ettiradigan);
- shaxsiy (har bir shaxsga mo’ljallangan maqsadni belgilaydigan).

Ma’lumotli shaxsda quyidagi xususiyatlar mavjud bo’ladi: aniqlik; fikrning keng va egiluvchanligi; muammolarning keng doirasida mo’ljal ola bilish va ularni yyechishga intilish; ehtiyojning xilma-xilligi; voqealar rivojlanishini bashorat qila bilish va o’z faoliyatini modellashtira olish; yuqori ishchanlik. Matematik ta’limning asosiy maqsadi, o’quvchilarda real hayotga matematik nuqtayi nazardan qaray bilish uquvini, matematika va ilovasining amaliy yo’nalishlarini ko’ra bilishni shakllantirishdan iborat bo’ladi.

Matematik ta’limning intellektual va axloqiy qadriyatlarni shakllatirish, inson ma’naviy olamini boyitishdagi ahamiyati nihoyatda katta. Matematikani o’rganish jarayonida matematik qobiliyat rivojlanadi, matematik ta’kidlarning go’zalligini his etish tuyg’usi shakllana boradi, keng tasavvur etish rivojlanadi, qat’iyatli bo’lish xususiyati tarbiyalana boradi, maqsad sari intilish kuchayadi, intizom hamda fikrlashga nisbatan tanqidiy ko’z bilan qarash mustahkamlanadi.

Zamonaviy matematik ta’limni qayta o’zgartirish tizimini quyidagilar tashkil etadi:

- demokratiyalashtirish (har bir o’quvchi to’laqonli matematik ta’lim olishi huquqi ta’milanadi);
- oshkorlik (matematikaga o’qitishning holati hamda erishilayotgan natijalar to’g’risidagi ochiq va to’liq ma’lumotlarning mavjudligi);
- markazlashuvni bekor qilish (hududlar va mакtablarning dasturlar va darsliklarni tanlash erkinligi, matematik ta’limdagi muammolarni o’zi mustaqil yyechish huquqi);
- realizm (matematik ta’lim sohasida real (aniq) siyosat yuritish).

### **Matematikaga o’qitishning maqsadlari.**

Ta’lim maqsadlari – pedagogik tizimning ma’lum bir komponentini aniqlovchilardir. Ular zamonaviy talablarga, jamiyatning ijtimoiy buyurtmasiga bog’liq bo’ladi.

#### **Matematika o’qitishning asosiy maqsadlari (keng ma’noda):**

- barcha o’quvchilarning inson madaniyatining matematik shaxobchasida paydo bo’ladigan va zamonaviy jamiyatda to’laqonli rivojlanish uchun kerak bo’ladigan fikrlash va faoliyat elementlarini egallashi;
- iste’dodli o’quvchilar uchun matematikaga qiziqish uyg’otish hamda matematik qobiliyatini rivojlantirishga qaratilgan barcha sharoitlarni yaratish;
- ta’lim maqsadlariga monand ravishda matematikani o’qitishning darajasi belgilanadi: 1 – umummadaniyatli; 2 – umumta’limiy; 3 – ijodiy.

#### **Matematika o’qitishning maqsadlari (tor ma’noda):**

**Umumta’limiy maqsad:** o’quvchilarning matematik bilimlar tizimini egallashiga, matematika predmeti to’g’risida tasavvur beradigan uquv hamda ko’nikma hosil qilishiga, matematikada qo’llaniladigan bilishning matematik qo’llanmalari va metodlarini o’zlashtirish qobiliyatiga ega bo’lishiga erishish;

**Tarbiyaviy maqsad:** o’quvchilarda faollikni, mustaqillikni, mas’ullikni, axloqiylikni, muloqot madaniyatini, estetik madaniyatni, garfik madaniyatni shakllantirishga erishish;

**Rivojlantiruvchi maqsad:** o’quvchilarning dunyoqarashini, mantiqan va evristik asoslarda fikrlashini, algoritmik fikrlashini, keng tasavvurni rivojlantirishni yo’lga qo’yishdan iborat.

Matematika o’qitishning maqsadlarini yo’nalishga qarab, turlicha ta’riflash mumkin. Masalan, o’qitishning maqsadini o’qituvchining faoliyatiga, shuningdek, o’quvchilarning o’quv faoliyatiga qarab ham maqsadni aniqlash mumkin.

Matematika o’qitishda maqsadga erishish – o’qitishning funksiyalari orqali amalga oshiriladi.

### **Matematika o’qitishning vazifalari**

Maktematika o’qitish: ta’limiy, tarbiyaviy va rivojlantiruvchi, shuningdek, inshakltsion, evristik, diagnostik, estetik, amaliy nazorat-baholash, tahrir va integratsiya qiluvchi funksiyalarni o’z ichiga oladi.

**Ta’lim beruvchi vazifa** – o’quvchilarning matematik predmet, matematikaga oid metodlar va ilovalar haqida tasavvur uyg’otadigan matematik bilimlar tizimini egallashini nazarda tutadi. Ta’lim funksiyalari ko’p hollarda o’quvchilarning bilimlar sintezi, uquv hamda malaka bilan shartli ravishda bog’langan bo’lib, dunyoqarashinig rivojlanishiga xizmat qiladi.

**Tarbiyaviy vazifa** – matematikani o’rganishga qiziqish orqali shakllana boradi, o’quv faoliyatini motivlashtirishni kuchaytiradi.

**Rivojlantiruvchi vazifa** – bilishning psixologik jarayonlari va inson xususiyatlarining shakllanishida namoyon bo’ladi. Masalan, diqqat, xotira, fikrlash, bilish faolligi va mustaqillik, qobiliyatlar, shuningdek, aqliy faoliyatning

mantiqiy metodlarini (tahlil, sintez, umumlashtirish, abstraktsiyalash v.h.) qo'llash shular jumlasidandir.

**Inshakltsion vazifa** – o'qish davomida o'quvchi matematik g'oyalarning paydo bo'lishi tarixi, rivojlanishi, olimlarning tarjimayi holi, u yoki bu konsepsiyaiga oid turli nuqtayi nazarlar bilan tanishuvdan iborat bo'ladi. Shu tariqa o'quvchi o'qish jarayonida yetarli darajada katta hajmdagi inshakltsiya oladi, matematikaning har xil ilovalari, matematika sohasidagi yangi kashfiyotlar bilan tanishadi.

**Evristik vazifa** – o'qituvchi o'qitish jarayonida o'quvchining qobiliyatini o'stirishga qaratilgan sharoitlarni tashkil etishi bilan izohlanadi. Shuningdek, o'qituvchi tomonidan matematikaga o'qitish paytida evristik metodlarni kiritishi va ulardan har xil vaziyatlarda foydalanishni o'rgatishi ham evristik vazifaga kiradi.

**Oldindan ko'ra bilish vazifasi** – matematikaning bu vazifasi o'quvchilarda prognoz (bashorat) qilish: hal etilmagan muammolarni topish, gipotezalarni ilgari surish, muammoning muqobil yechimini ko'ra bilash uquvini shakllantiradi.

**Estetik vazifa** – o'quvchilarni go'zallikka yaqinlashtirishni, ularda estetik didni shakllantirishni nazarda turtadi. Bu boradagi o'quv materiallari mantiqan izchil, tizimli va o'ziga tortuvchan (jallb etuvchi) bo'lishi kerak.

**Amaliy vazifa** – o'quvchilarni masallarni yyechishga o'rgatishdan, real dunyo hodisalarini matematik tadqiq qilishni shakllantirishdan, o'quv materialini amaliy yo'nalishga aylantirishdan iborat bo'ladi. Matematik bilimning rivojlanishida aniq amaliy masalalarni yyechishga intilish ehtiyoji boshlang'ich omil sanaladi. Matematika sohasida olg'a qarab harakatlanish ehtiyojlarning tug'ilishi bilan bog'liq holda izohlanadi.

**Nazorat-baholash vazifasi** – nazorat qilishni, korreksiyalash, o'quvchilarining bilimini nazorat qilish va baholashni nazarda tutadi. Bugungi kunda ana shu maqsadda maktablarda test sinovlari o'tkazilmoqda.

**Korreksiyalovchi (tahriri) vazifa** – deyilganda, o'quvchilar tomonidan olingan inshakltsiyani korrektirovka (tahrir) qilish tushuniladi. Chunki turli

manbalardan inshakltsiyalarning mazmun va ahamiyati har xil bo'lishi mumkin. O'qituvchi o'quvchilarga tahrir qilingan inshakltsiyani taklif etishi kerak. Tahrir o'quvchiga inshakltsiyani to'g'ri tekshirib chiqish va uni baholash imkonini berishi kerak.

**Integralallashtiruvchi vazifa** – o'rganilayotgan tushunchalar, teoremlar, faoliyat turlari, metodlar o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikni, ya'ni bilimning tizimli bo'lishini ta'minlaydi.

Matematikaga o'qitishdagi barcha funksiyalar o'zaro aloqador bo'ladi, ular bir-biri bilan bog'liq va amaliyotda turli birikma holda qo'llaniladi. Funksiyalarni o'rgatish orqali matematik ta'limning asosiy maqsadlariga erishishni ta'minlaydi. Matematik ta'limning yuqorida aytib o'tilgan maqsadlari uning mazmunini tanlashni tashkil etadi.

### ***Mustahkamlash uchun savollar.***

1. Matemetika o'qitish metodikasi fani nimani o'rgatadi va qanday savollarga javob beradi?
2. Matematikaning rivojlanish bosqichlari qanday tavsiflanadi?
3. Geometrik figuralar tushunchasi paydo bo'lishida nimalarni bilasiz?
4. Matematik ta'lim nimani anglatadi?
5. Matematikani o'rghanishdan maqsad nima?
6. Matematika o'qitishning qanday vazifalarini bilasiz?

## **2. MATEMATIKA O'QITISH METODIKASI PREDMETI VA FAN SIFATIDA SHAKLLANISH TARIXI**

***Matematika o'qitish metodikasi predmeti va unga xarakteristika. Uning rivojlanishi tarixi va hozirgi ahvoli.*** Maktab kursi sifatida matematikaning fan haqida umumiy tasavvurga ega bo'lishga, matematik metodlarni egallahsga va shu orqali o'quvchilarning matematik fikrlarlashini o'stirishga qaratilgan qismi tanlab olinishi kerak.

Bolalarni oddiy hisoblash bilimiga o'rgatish to'g'risidagi ilk ma'lumotlar qadimgi sharq tarixida uchraydi. Qadimiyl Gretsiya matematik madaniyati ham maktab matematikasini o'qitishga alohida e'tibor bilan qaragan. Chunki bu yerda hali m.a. V asrdayoq savdo-sotiqlari rivojlangan, dengizda suzish, hunarmandchilik kabi sohalar yaxshi rivojlangan, shuning uchun ham Gretsiyadagi boshlang'ich maktablarda hisob va amaliy geometriya o'rgatila boshlagan.

Matematikaning o'quv predmeti mazmuni ta'lim maqsadlarining kengayishi, maktab tayyorgarligiga oid yangi talablarning paydo bo'lishi, o'quv standartlarining o'zgarishiga qarab vaqt-vaqt bilan o'zgarib turadi. Bundan tashqari, fanning o'zi uzluksiz rivojlanib borishi, uning yangi sohalari va yo'nalishlarining yuzaga kelishi – ta'lim mazmunini yangilab borish zaruratini tug'diradi: amaliy qimmatga ega bo'limgan bo'limlar qisqaradi, yangi istiqbolli va dolzarb mavzular kiritiladi. Pedagogik fanlar ham bir nuqtada to'xtab qolmaydi, aksincha, yangi pedagogik tajribalar maktab ta'limining umumiyl ishlari tarkibiga kiritiladi.

Matematika o'quv predmeti sifatida maktabda arifmetika, algebra, matematik tahlilning boshlanishi, yassilik va bo'shliqning yevklidcha geometriyasi, tahliliy geometriya, trigonometriya elementlarini namoyon etadi.

O'quvchilarga matematika o'qitish – ular tomonidan matematik bilimlar tizimini o'zlashtirishga, matematika va unga yaqin o'quv predmetlarini o'rganish hamda amaliy topshiriqlarni yyechish, mantiqiy fikrlashni o'stirish, tasavvurini kengaytirish, yozma va og'zaki matematik nutqini o'stirish; hisoblash uquvini shakllantirish, algebraik qayta qurishlar, tenglama va tengsizliklarni yyechish, shuningdek, instrumental va grafik uquvlarni orttirishni davom ettirish maqsadida olib boriladi.

Matematik fandan, matematika o'quv predmeti nafaqat hajman, balki bayonning tizimli hamda chuqur bo'lishi, savollar amaliy yo'nalishda ekanligi bilan farqlanadi.

Matematika o'quv kursi doimiy ravishda biri-biriga zid bo'lgan, ya'ni matematika – rivojlanayotgan fan hamda matematikaning doimiy o'zagi – o'quv predmeti o'rtasidagi to'siqni yengib o'tishga majbur bo'ladi. Fanning rivojlanib borishi esa muntazam ravishda matematik ta'lim mazmunini yangilab borishni, o'quv predmetini fanga yaqinlashtirishni, mazmunning ijtimoiy buyurtma talablariga mos bo'lishini talab etadi.

O'quv predmeti sifatida matematikani rivojlantirishning zamonaviy bosqichi uchun quyidagilar muhim xususiyat sanaladi:

- mazmun asoslarini qat'iy tanlab olish;
- o'qitish maqsadlarini, fanlar aro aloqalarni, o'qitishning har bir bosqichida o'quvchilarni matematik jihatdan tayyorlash talablarini aniq qilib belgilab olish;
- matematikaning tarbiyaviy va rivojlantirish rolini oshirish hamda uning hayot bilan aloqasini mustahkamlash;
- doimiy ravishdja o'quchilarning predmet va uning ilovalariga nisbatan qiziqishini orttirib borish.

Maktab matematikasi mazmundorligini takomillashtirishning keyingi omillari, bu – amaliyot, ya'ni o'quvchilarning matematik bilimi oldiga sanoat, ishlab chiqarish, harbiy ish, qishloq xo'jaligi, ijtimoiy qayta qurish kabi sohalar tomonidan qo'yiladigan talablardir.

Shuni ham eslatib o'tish kerakki, XX asrning 90-yillarida olib borilgan o'rta ta'limni ijtimoiylashtirish, demokratlashtirish va mafkuradan xoli etish harakatlari maktablardagi matematika ta'limi mazmuniga ham ma'lum ma'noda ta'sir etdi. Masalan, o'qitishni differensiyalash (bir sinfdagi o'quvchilarni bilimiga qarab guruhlarga bo'lish) g'oyasi yangi turdagи maktablar (litseylar, gimnaziya va kollejlar v.b.) yoki turli yo'nalishdagi sinflar (ijtimoiy, texnik, iqtisodiy, fizika-matematika v.b.)ning paydo bo'lishiga olib keldi. Turli yo'nalishdagi maktablar uchun matematika kurslarini o'qitish rejasini tuzishda xilma-xilliklar borligi tufayli, mazmun va matematik tayyorgarlikni o'z ichiga oladigan matematik standart yaratish muammosi dolzarb masalalardan hisoblanadi.

## ***Matematika o'qitish metodikasining rivojlanishi tarixi va hozirgi holati.***

### ***Matematika o'qitish metodikasi bo'limlari.***

Agar qadimiy grek tilidan tarjima qiladigan bo'lsak, metodika so'zi "tushunish vositasi", "tadqiq qilish yo'li" degan ma'noni anglatadi. Shu ma'noda olib qaraydigan bo'lsak, metod – bu biror-bir maqsadga erishish yo'li, aniq o'quv masalasini (mashqini) yyechish deganidir. Uslub borasida mazmuniga ko'ra turlichalikni inobatga olib, ushbu masalaga oid bir necha aniqlashlar keltirib o'tamiz:

- matematika o'qitish metodikasi – bu matematika haqidagi fan bo'lib, yoshi hamda qobiliyati har xil bo'lgan o'quvchilar guruhini o'qitish jarayoni qonuniyatlariga asoslanadi;
- matematika o'qitish metodikasi – bu masalalar, mazmun va matematika o'qitish metodlari haqidagi pedagogik fan. U matematika o'qitish jarayonlarining samaradorligini oshirish masalalarini o'rganadi va tadqiq qiladi. Matematika o'qitish metodi matematikani qanday o'qitish kerakligi masalasini ko'rib chiqadi;
- matematika o'qitish metodikasi – pedagogikaning bo'limi bo'lib, u yosh avlodni jamiyat tomonidan qo'yilgan talablar asosida matematikaning ma'lum bir bosqichdagi rivojlanishi darajasiga mos va o'qitish qonuniyatlariga amal qilinish holatlarini tadqiq qiladi. Matematika o'qitish metodikasi – matematik ta'lim va matematik tarbiya berish muammolarini o'rganishga qaratilgandir.

Matematika o'qitish amaliyotida matematikaning ko'p asrlik tarixiy rivojlanishi – uzoq o'tmishdan tortib, to bizning kunlargacha bo'lgan o'ziga xos xususiyatlari aks etadi.

Metodika qonuniyatlarini tushunish uchun matematika o'qitishning rivojlanish tarixini bilish zarur.

Matematika o'qitish metodlari chex olimi Ya.A.Komenskiy tomonidan ishlab chiqila boshlagan. Mustaqil fan sifatida esa u birinchi bor shveytsar olimi I.G. Pestalotsining "Son haqida ko'rgazmali o'qitish" (ushbu kitob 1803-yilda yozilgan, 1806-yilda rus tiliga tarjima qilingan) birinchi ko'rsatib o'tilgan. Rossiyada esa matematika o'qitish metodi to'g'risidagi birinchi qo'llanma F.I. Busse tomonidan "O'qituvchilar uchun arifmetikani o'qitish qo'llanmasi" nomi bilan 1831- yilda yaratilgan. Xalq maktablarida arifmetikani o'qitishda rus metodikasining yaratilishi, uslubiy muammolarni hal etishda tajriba va amaliyot asosiy mezon vazifasini o'tashini birinchi bor e'tirof etgan P.S. Gurevga tegishlidir.

**Matematika o'qitish metodikasining maqsadi** – mактабда математика о'qitish тизимининг асосиёт компонентларини ва улар о'ртасидаги алоқаларни тадқиқ қилишдан иборат. Асосиёт компонентлар сифатида – мазмун, методлар, шакл ва математика о'qitish vositalari каби мақсадлар тушунилди.

**Matematika o'qitish metodikasining predmeti** – математик та'limning мақсад ва мазмuni, методлари, математика о'qitish vositalari ва шакллари hisobланади.

**O'qitish maqsadlari** – "nega o'qitish kerak?" degan savolning javobi. Chunki математика har xil мақсадларни ko'zlagan holda o'qitiladi. Ya'ni, g'aznachilarni математика о'qitish bilan математик sinflarda, umumiёт ta'lim maktablarida yoki ta'lim muassasalarida bu fanni o'qitish bir-biridan farqlanadi.

**O'qitishning mazmuni** – "nimani o'qitish kerak?" degan savolning javobi.

**O'qitish shakllari** – "qanday o'qitish kerak?", degan savolga beriladigan javobning bir qismi, ya'ni o'qituvchilar va o'quvchilar soni bilan bog'liq bo'lган o'qitish jarayonini tashkil etish.

**O'qitish metodlari** – "qanday o'qitish kerak?" degan savolga javobning ikkinchi qismi. Bu – o'quv jarayonlarini o'qituvchilar va o'quvchilar soniga bog'liq bo'lмаган holda tashkil etish, deganidir.

**O'qitish vositalari** – “nima yordamida o'qitish kerak?” degan savolning javobi. O'qitish vositalariga darslik, turli ko'rsatmali qo'llanmalar, har xil modellar, kompyuterlar kiradi. Bu borada shuni aytish kerakki, bu vositalardan matematika o'qitish da qanday qilib to'g'ri foydalanish mumkinligini aniqlab olish zarur.

Matematika o'qitishning metodik tizimi deyilganda yuqorida keltirib o'tilgan va bir-biriga bevosita ta'sir etuvchi beshta elementdan iborat metodik tizim tushuniladi.

Umumiy o'rta ta'lif maktablarida matematika o'qitishda o'z metodik tizimini ishlab chiqayotgan har bir o'qituvchi quyidagilardan, ya'ni:

- matematika o'qitishning davlat ta'lif standartida shakllantirilgan maqsadlardan;
- Matematika o'qitishning mamlakatimizda shakllangan maktab kursi mazmunga ehtiyyotkorlik bilan yondashuvdan;
- fiziologik, pedagogik va psixologik talablarga javob bera oladigan o'qitish shaklini tanlash zarurligidan;
- zamonaviy pedagogik-psixologik talablariga javob bera oladigan o'qitish metodini tanlash zarurligidan;
- o'qituvchiga tanlangan shakl va metodlarni qo'llashda yordam beradigan o'qitish vositalarini izlab topishi zarurligi tushunchalaridan kelib chiqishi lozim.

Pedagoglik – ommaviy mutaxassislikdir. Bunday mutaxassis, ya'ni qobiliyatli pedagog bo'lib yetishish uchun esa inson o'zini o'zi yaxshi tayyorlashi, kasbga o'ta mehr qo'yishi kerak. Shundagina mahoratlari hamda salohiyatli pedagog bo'lib shakllanishi mumkin.

Matematika o'qitish tizimining amal qilishida bir qator omillar, jumladan, ta'larning umumiy maqsadlari, ijtimoiylik va ta'limga ijtimoiylashtirish, matematikaning fan sifatida rivojlanishi, matematikaning amaliyotga yo'naltirilganligi, yangi ta'lif g'oyalari va texnologiyalari, psixologik tadqiqotlar

natijasi ta'sir etadi. Bu omillarning yig'indisi tashqi muhitni tashkil etadi va u matematika o'qitish tizimiga bevosita ta'sir etadi. Tashqi muhitning ko'plab komponentlari matematikaga o'qitishning maqsadi orqali unga ta'sir ko'rsatadi.

Matematika o'qitish metodikasi o'z rivojlanish bosqichlarida qator qiyinchiliklarga duch kelmoqda, bu qiyinchilik birinchi navbatda maktab matematikasi va matematika fani o'rtasidagi uzilish, shuningdek, pedagogikaning falsafa, matematika, mantiq, psixologiya, biologiya, kibernetika, bundan tashqari san'at chegarsida bo'linganligi tufayli yuzaga kelmoqda.

Matematika o'qitish uslubining asosiy masalalari quyidagicha:

- matematikaga o'rghanish borasida sinflar, mavzular va darslar bo'yicha aniq maqsadini belgilash;
  - o'quv predmetining mazmunini maqsad va o'quvchilarning tushunish imkoniyatlariga qarab tanlash;
  - o'qitishning maqsadga erishishga yo'naltirilgan ratsionalroq metodi va tashkiliy shaklini ishlab chiqish;
  - har bir matematika o'qituvchisi amalda qo'llay oladigan zaruriy o'qitish vositalarini tanlash.
- matematika o'qitish metodikasi to'rtta savolga javob topishga qaratilgan:

*Nima uchun matematika o'qitishi kerak?*

*Nimani o'rghanish kerak? Matematikani qanday qilib o'qitish kerak?*

*Qanday qilib samarali natijaga erishish kerak?*

Matematika o'qitish metodikasi universitetlarning pedagogika yo'nalishlarida o'tiladi. U o'zining tuzilishi xususiyatiga ko'ra shartli ravishda uchga bo'linadi.

**1. Matematika o'qitishning umumiy metodikasi.** Bu bo'limda matematika fanining maqsadi, mazmuni, shaklsi, metodlari va uning vositalarining metodik sistemasi, pedagogika, psixologiya qonunlari hamda didaktik prinsiplar asosida ochib beriladi.

**2. Matematika o'qitishning maxsus metodikasi.** Bu bo'limda matematika o'qitish umumiyligi metodikasining qonun va qoidalarining aniq mavzu materiallariga tatbiq qilish yo'llari ko'rsatiladi.

### **3. Matematika o'qitishning aniq metodikasi.**

Bu bo'lim ikki qismdan iborat:

1. Umumiy metodikaning xususiy masalalari.
2. Maxsus metodikaning xususiy masalalari.

Masalan, VI sinfda matematika darslarini rejalashtirish va uni o'tkazish metodikasi deyilsa, bu umumiy metodikaning xususiy masalasi bo'lib hisoblanadi. "Vektorlar" mavzusini o'qitish metodikasi deyilsa, maxsus metodikaning xususiy masalalari bo'ladi.

Dasturda ko'zda tutilgan maktab matematikasi mazmuni uzoq yillardan buyon ro'y berayotgan o'zgarishlarga qaramasdan o'zining asosiy o'zagini yo'qotmay kelyapti. Dastur asosiy mazmunining bunday barqarorligi matematika o'z rivojlanishida ko'plab yangiliklarga erishganiga qaramay avvaldan to'plangan ilmiy bilimlarni eskirgan yoki keraksiz bo'lib qoldi deb, chetga chiqarib tashlamasdan hamon saqlab kelmoqda. Bu o'zakka kiruvchi har bir bo'lim, o'rta maktabda o'qitishning predmeti sifatida o'z rivojlanish tarixiga ega. O'rganish masalalari matematikaga o'qitishning maxsus metodikasida atroflicha ko'rib chiqiladi.

Maktab kursi matematikasining ajratib olingan o'zagi bazaviy dasturning asosini tashkil etadi va u mavzuli dasturlar ishlab chiqishda hujjatlari manba hisoblanadi. O'rta maktabga mo'ljallangan mavzuli dasturda o'quv materiallarini sinflar bo'yicha taqsimlashdan tashqari o'quvchilarning bilimiga, uquvi hamda ko'nikmasiga nisbatan talablar bayon etiladi, fanlararo aloqalar ochiladi, baholashning namunaviy normalari beriladi.

Rivojlangan xorijiy mamlakatlar maktablarida matematika dasturlarida nisbiylik nazariyasi va statistikaga ko'proq ahamiyat beriladi. Masalan, Yaponiyada birinchi sinfdan boshlaboq "Statistika" asosiy bo'lim sanaladi.

Nisbiylik nazariyasi elementlari Belgiya va Fransiya maktablarining yuqori sinflarida qat'iy matematik asosda o'qitiladi. Geometriya ko'plab maktablarda mustaqil o'quv predmeti sifatida o'qitilmaydi, chunki uning ayrim masalalari arifmetika, algebra va matematik tahsililning boshlang'ich kursiga kiritilgan.

Bir qator rivojlangan mamlakatlarda katta bosqichdagi umumta'lim tayyorgarligi ma'lum bir yo'nalish bo'yicha differensiyalangan. O'qitishning barcha bosqichlarida funksional tasavvurlarni rivojlantirish, matematik metodlarni egallash tadqiqiy ko'nikmalarning shakllanishi katta rol o'ynaydi.

***Matematika metodikasini o'qitishning boshqa fanlar bilan o'zaro aloqalari.*** Matematika metodikasiga o'qitish falsafa, psixologiya, pedagogika, mantiq, inshakltika, matematika tarixi va matematik ta'lim, inson fiziologiyasi va birinchi galda, uning bazaviy fani – matematika bilan bog'liq. Matematika o'qitishning maqsadi – matematik fanning asosiy ma'lumotlarini olib, uni didaktik jihatdan qayta ishlagan va moslashtirgan holda maktab matematika kurslari mazmuniga singdirishdan iborat.

**Falsafa** – pedagogikada, uslubiy tadqiqotlarda, matematika o'qitishda foydalilanildigan bilish metodlarini: tizimli yondashuv (matematika metodikasini o'qitish komponentlari va ularning o'zaro aloqasi); ilmiy bilish metodlari (o'xshashlik, umumlashtirish, aniqlashtirish, abstraktsiyalash v.b.); falsafiy qonunlar; bilishning dialektik metodi.

**Mantiq** – “to'g'ri” fikrlash qonunini tadqiq etadi. Ifoda, teorema, isbot, tenglama, keltirib chiqarish qoidasi kabilalar mantiqiy tushunchalar hisoblanadi. Matematik isbot dalillari mantiqiy harakatlarga asoslanadi. Matematik tushunchalarning shakllanishi mantiq qonunlari asosida amalga oshiriladi.

Matematika metodikasini o'qitish pedagogika, qisman didaktika bilan chambarchas bog'liq bo'ladi. Didaktikada asosiy munosabat o'qitishni tushunchasi bilan izohlanadi va “o'qitish – o'qish” hisoblanadi, metodikada esa “o'qitish – o'quv materiali – o'qish” tarzida bo'ladi. Pedagogika o'qitish metodlarini, tarbiyalash maqsadlarini, ilmiy foydalinish metodlarini aniqlaydi. Pedagogikadan

ana shu metod hamda maqsadlarni olib, metodika uni o'quv jarayonida bo'lgani kabi ilmiy tadqiqotlarga ham o'zining aniq mazmunini kiritadi.

Matematika metodikasiga o'qitish ma'lum bir yosh guruhidagi o'quvchilarning o'ziga xos xususiyatlariga, ma'lum bir yoshdagi o'quvchilarning individual xususiyatlari (xotira, fikrlash, diqqat v.b.) qonuniyatlariga tayangan holda ish yuritadi. Psixologiyaning matematika o'qitishga ta'siri, o'quvchiga e'tiborni kuchaytirishda, o'quvchining o'zini o'zi rivojlantirishiga ko'maklashishga, o'zini o'zi tushunishiga ko'maklashishga, hayotda o'z o'rnini topishiga ko'maklashishga qaratilgan, ya'ni shaxsni rivojlantirishga mo'ljallangan ta'limni kiritishda namoyon bo'ladi.

Matematika metodikasiga o'qitish – matematika tarixi bilan bog'liq. U o'qituvchi diqqatini matab matematiksini kursini o'qitish jarayoni duch kelinadiga qiyinchiliklarga qaratadi va matematik bilimlarga ahamiyatli tarzda shaxsiy xususiyatini bag'ishlaydi.

**Inshakltika** – inshakltsiya oluvchi, axborotlarni saqlovchi, yetkazuvchi va undan foydalanish muammolarini o'rganuvchi fan. Keyingi paytlarda inshakltika rivojlanib borishi munosabati bilan uning matematika o'qitish metodikasiga ta'siri ortib bormoqda, xususan, fikrlashning kompyuterdan foydalanish hamda axborotni kodlashtirish bilan bog'liq ma'lum bir metodi shakllanmoqda. Matematika o'qitish metodikaning samaradorligini oshirishga mo'ljallangan axborotli texnologiyalardan foydalanish yaxshi yo'lga qo'yilmoqda.

Matematika metodikasini o'qitish fiziologik ma'lumotlarni inobatga olmasa, bo'lmaydi. Ayniqsa, moddiy materiallar va hodisalar kabi so'zlardan, ramzlardan, belgilardan keladigan turli signallar bilan bog'liq reflekslarni o'raganishda fiziologiyadan foydalanish juda ahamiyatli bo'ladi.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Matematika o'qitish metodi predmeti qanday shakllanadi?
2. Matematika o'qitish metodining qanday bo'limlarini bilasiz?
3. Umumiyl metodika bilan maxsus metodikaning farqi nimada?

4. Matematika o'qitish metodikasining falsafa, pedagogika, matematika va matematika tarixi, inshakltika bilan o'zaro aloqalarini ko'rsatib bering.

### **3. MATEMATIK TA'LIMNI ISLOH QILISH HARAKATI**

*Matematika o'qitish muammolari.* Matematika o'qitishda quyidagi muammolar dolzarb hisoblanadi:

- ta'limdi standartlash;
- ta'lim mazmunini differensiyalash;
- maktab matematika kursi mazmunining doimiy ravishda o'zgarib borishi tufayli uni metodik jihatdan ta'minlab turish;
- fanlararo aloqaning buzilishi;
- matematikaga o'qitishda o'quvchilar bilimini baholash va nazorat qilish tizimining mukammal emasligi;
- o'quv jarayonini kadrlar bilan ta'minlash;
- matematik ta'limning hududiy xususiyatlari v.b.

*Matematik ta'limning ijtimoiyligi va ijtimoiylashtirilishi.* Ijtimoiylik (gumanizm) so'zi lotin tilidagi "humanus" – insoniylik iborasidan kelib chiqqan. Ta'lim ijtimoiyligi deyilganda, bilimni "insonlashtirish" tushunchasi, ya'ni o'qitishni differensiyalash hamda individuallashtirish nazarda tutiladi. Matematik ta'limning ijtimoiyligi, bu – birinchi galda, etik mezonlalar (normalar) to'g'risida aniq tasavvurga ega bo'lish, undan chekinish mumkin emasligini anglash tushunchasini tarbiyalashdir. Har xil turdag'i maktablarning, matematika chuqurlashtirgan holda o'qitiladigan sinflarning paydo bo'lishi o'zida ta'limi ijtimoiyligini namoyon etadi. Chunki maktabda matematikaga o'qitishning maqsadi, mazmuni, shakli, metodlari va vositalari, maktab fanlari tizimidagi o'rni

va rolining ortishi natijasida muammolarga yangicha yondashuv zaruratini keltirib chiqardi.

Matematik ta’limni **ijtimoiylashtirish** (lotinchada humanitas – inson tabiat, ma’naviy madaniyat degani) o’quvchilarni ma’naviy madaniyat, fanning rivojlanish tarixi, ijodiy faoliyat bilan tanishtirish deganidir. Ta’limni ijtimoiylashtirish ushbu yo’nalishdagi fanlar o’rganish uchun o’quv rejalarida dars soatlarini ko’paytirishga olib keladi.

Matematik ta’limning ijtimoiy tarkibi insonga, uning jamiyatdagi hayotiga, onglilik darajasiga munosabat orqali belgilanadi.

Ijtimoiy matematika tushunchasi ijtimoiy fanlar, shuningdek, jamiyatning moddiy va ma’naviy munosabatlari bilan bog’liq. Shu nuqtayi nazardan qaraganda, quyidagilar bir qadar muhim sanaladi:

- matematikaning metodologik masalari tabiat va jamiyatni anglash metodi sifatida;
- matematikaning jamiyatdagi o’rnini ko’rsatuvchi falsafiy muammolar;
- matematikaning boshqa fanlar bilan aloqasi;
- matematikaning ishlab chiqarish bilan aloqasi, uning boshqarishda, turmushda, mehnat tarbiyasida tutgan o’rni;
- matematikaning ma’naviy madaniyat bilan aloqasi, fikrning rivojlanishi, siyosiy, axloqiy va estetik tarbiya;
- o’quvchilarning ilmiy-ijtimoiy dunyoqarashini shakllantirishga matematik ta’lim qo’shadigan hissa.

Matematik ta’limni ijtimoiylashtirish an’anaviy maktab matematika kursiga ijtimoiy fanlarga xos bo’lgan turli shakllar, uslub va metodlarni qo’llash orqali amalga oshiriladi. Masalan, maktab matematika kursini ijtimoiylashtirish texnik jihatdan xiyla murakkab bo’lgan matematikaning amaliy yo’nalishini kuchaytirish; matematikaning madaniyat va jamiyatni rivojlantirishdagi ahamiyatli rolini kuchaytirish orqali texnik jihatdan xalos etish bilan amalga oshirilishi mumkin.

Bugungi kunga kelib, fanlarni chuqurlashtirgan holda o'qitish metodi paydo bo'la boshladi. Bu esa bir qator ijtimoiy bo'limgan fanlarni o'qitish soatlarini qisqartirishga olib keladi. Bunday sinflarda o'qiydigan o'smirlar ko'proq darjada ijtimoiy fanlarni o'rganishga rag'bat bildiradilar. Afsuski, bunday bolalarning bir qismi matematikani asosiy fan emas, deb hisoblaydilar. Shuning uchun ham ayrim matematika o'qituvchilari uchun bunday sinflar bilan ishlash biroz qiyin tuyyiladi hamda qiziqarli bo'lmaydi. Bundan tashqari, ko'pchilik matematika o'qituvchilari ijtimoiy fanlarni o'rganayotganlar uchun matematika o'qitish kerakmi, yo'qmi, deya ikkilanadilar.

Matematika – ijtimoiy fan, deya ta'kidlash ko'pchilik uchun munozarali bo'lib tuyilishi mumkin. Lekin barcha fanlar asosida aynan matematika fani yotishini unutmaslik kerak. Matematika o'z tili, o'z leksikasi va imlosiga ega. Matematik g'oyalar va metodlar asta-sekinlik bilan eng an'anaviy ijtimoiy fanlar zamiriga, fikrlashning qat'iy uslubini singdira boradi.

Matematika obrazli (timsolli) fikrlashni rivojlantira boradi, chunki u turli obrazlar manbasi hisoblanadi. Ijtimoiy fanlarga qiziqishi bo'lgan kishilar uchun esa obrazli (timsolli) fikrlash juda muhimdir. Turli shakllar xilma-xilligini ularning bo'shliq va yassilik tarzidagi manzarasini ko'rish, konfiguratsiyalarni tanish, obyektlarni modellashtirish, oddiy geometrik fakt va vaziyatlarni tushunish – bularning bari mantiqiy fikrlashni rivojlantirishga, tasavvurni kengaytirishga, estetik tuyg'uni kuchaytirishga olib keladi.

Ijtimoiy matematika tushunchasi ijtimoiy fanlar, shuningdek, jamiyatdagi moddiy va ma'naviy munosabatlar bilan bog'liq bo'ladi. Shu nuqtayi nazardan olib qaraganda, quyidagilar muhim sanaladi:

- matematikaning metodologik muammolari tabiat va jamiyatni tushunishning metodi sifatida;
- matematikaning jamiyatdagi rolini ko'rsatuvchi falsafiy muammolar;
- matematikaning boshqa fanlar bilan aloqasi;

- matematikaning ishlab chiqarish bilan aloqasi, boshqarishda, turmushda, mehnat tarbiyasida uning roli;
- matematikaning ma’naviy madaniyat bilan aloqasi, fikrlashning rivojlanishi, siyosiy, axloqiy va estetik tarbiya;
- matematik ta’limning o’quvchilar ilmiy-ijtimoiy rivojlanishiga qo’shadigan hissasi.

Matematikani ijtimoiylashgan holda uning tarixini o’rganmasdan turib, o’qitib bo’lmaydi. Bu o’rganish faqatgina buyuk matematik olimlarning qisqacha tarjimayi holi bilan cheklanmasligi kerak. Aksincha, matematik g’oyalarning tug’ilishi va rivojlanishi tarixini ham bilish juda zarur. Shuningdek, ijtimoiyat bilan shug’ullangan va matematikani ham yaxshi bilgan holda ijtimoiy fanlar rivojiga munosib ulush qo’shgan olimlarni ham unutmaslik kerak. Demak, ijtimoiy maktablarda o’qitiladigan matematika kursiga tarix elementlari ham kiritilishi kerak.

Matematikaga o’qitishda ijtimoiylik va ijtimoiylashtirish o’qituvchi va o’quvchi o’rtasida alohida munosabatlar o’rnatalishini nazarda tutadi. Bunday munosabat paytida o’quvchilarni o’quv jarayoni mazmuniga jalg etish, o’qituvchi va o’quvchi o’rtasida dialogga asoslangan munosabat o’rnatish, har bir o’quvchining ijodiy boshlanmasi ishga tushirish imkonи yuzaga keladi.

Matematik ta’limning ijtimoiy tarkibiy qismi insonga munosabat, jamiyat hayoti va onglilikka, ya’ni oxir-oqibatda, jamiyatga munosabati bilan belgilanadi. Ijtimoiy matematika haqida gapirganda, bir tomondan, amaliy matematikaning jamiyat va jamoatchilik munosabatlari o’rganiladigan qismi, ikkinchi tomondan, ijtimoiy ta’limning, ya’ni o’qitishning jamoatchilik munosabatlari aks etadigan tarbiyaviy tomonlarini ajrata bilish kerak.

Zamonaviy pedagogik adabiyotlarda o’quv fanlarini ijtimoiy va noijtimoiyga bo’lish to’g’risidagi bahslar ko’p uchraydi. Bunday yondashuvga asoslanadigan bo’lsak, unda har bir fan, jumladan, matematika ham, ijtimoiy funksiyani bajarishi mumkin bo’ladi. Keyingi paytlarda matematika maktab kursi, ko’proq darajada,

fan sohalarining o’ziga xos tili, qo’shimcha fikrlash vositalari arsenali, matematik tushunchalarning ma’lum bir hajmini jamlagan qobiq, ichidagi boshqa fanlarni ham o’ziga torta boshladi.

Matematika o’qitishning ijtimoiy usuli – uning ona tili bilan bog’liq ekanligi, o’z fikrlarini savodli va aniq tarzda bayon etish lozimligi, so’zlarni to’g’ri tanlash va to’g’ri jumla tuzish, bitta fikrni turlicha yo’sinda tinglovchiga yetkaza olish kerakligi, matematik atamalar va tabiiy tilning ahamiyatiga yaqin so’zlarni bir-biridan farqlashni bilish zaruruligi doimiy ta’kidlanayotganligida ham aks etadi.

**O’zbekistonda kiritilgan yangi ta’lim tizimi va uni amalga oshirilishidagi ba’zi muammolar.** O’quv muassasalari tarmog’ini modernizatsiya qilish tufayli paydo bo’lgan ta’lim muassasalari orasida litsey, gimnaziya va ijod maktablari keng tarqalgan. Gimnaziya va litsey bitiruvchilari yuqori darajali bilimga ega bo’lishiga erishishga mo’ljallangan. Gimnaziya uchun o’quvchilarga madaniyat sohasini, xususan, ular tomonidan tanlangan fan sohalarini chuqurlashtirilgan holda o’rganishning umuminsoniyat madaniyatidagi o’rni va fan sohalarining madaniyatga oid boshqa tarkibiy qismlar bilan aloqasini o’rgatish asosiy faoliyat funksiya hisoblanadi. Shuning uchun ham gimnaziyalar o’z faoliyatini ijtimoiy komponent yorqin aks etgan va chet tillar, badiiy-estetik sikldagi fanlar chuqurlashtirilgan holda o’qitiladigan ta’limiy dasturlar asosiga quradi.

**Litsey** – bu yuqori darajali o’rta umumta’lim muassasi bo’lib, unda yorqin maxsuslashtirilgan uzlucksiz ta’lim prinsipi (tamoyili) amalga oshiriladi. Litsey – biror-bir fanni o’qitish bo’yicha metodikaga doir tadqiqotlar olib borishning salohiyatli ilmiy bazasini ta’minlashga yo’naltirilgan. Shuningdek, litsey oliy o’quv yurtlarida o’qish uchun poydevor vazifasini o’taydigan fanlar tizimidagi ta’limiy va amaliy o’quv tashkil etiladigan, ya’ni kasb egallahsha qadar mo’ljal olinadigan fanlar o’qitiladigan ta’lim muassasasi hisoblanadi. Litseyning ta’lim muhiti tanlangan kasbga to’g’ri keladigan oliy o’quv yurti bilan jips bog’langan, shuning uchun ham unda kasbga yo’naltiruvchi maxsus kurslar tashkil etiladi.

Litseyda o'quv mashg'ulotlarini tashkil etishda ma'ruzalar, seminarlar, amaliyotlar, laboratoriya ishlari asosiy ish shakli hisoblanadi.

**Ijod maktablari** – ikki belgi bilan izohlanadi: amalga oshiriladigan o'quv dasturlariga moslik va uning tarkibiga kiramagan hamda har biri o'z dasturini amalga oshiradigan maxsus ta'lim muassasalari turi bilan belgilanadigan tizimga ega ekanligi.

Quyidagilar ushbu maktabning **samaradorligi belgisi** hisoblanadi:

- maktab ichki boshqaruving ijobiyligi;
- o'qituvchi faoliyatining yuqori madaniyatga egaligi;
- o'qituvchilarning yuksak ta'limiy natijalarini kutishi va o'quvchilarning yuksak ta'lim olishga intilishi;
- pedagoglar va ota-onalar maktabning ahvoli va kelajagini ko'ra olishdagi yakdilligi va shu asosda hamkorlik maqsadlarining kelib chiqishi;
- turli o'qituvchilarning konsistent, ya'ni o'zaro kelishilgan asosda o'qitish usulining mavjudligi;
- o'quvchilarning qat'iy belgilab qo'yilgan majburiyat va huquqlarining mavjudligi;
- maktab va oila kooperatsiyasining mavjudligi;
- o'qituvchilar tomonidan maqsadli tarzda noziklik bilan tanlangan va qo'llaniladigan turli uslublarning, kombinatsiyalarning mavjudligi.

### **Yangi ta'lim tizimini amalga oshirilishdagi ba'zi muammolar.**

O'zbekistonda kiritilgan yangi ta'lim tizimini amalga oshirilishda muammolar yo'q deb bo'lmaydi. Bular:

- boshlang'ich sinf o'qituvchilarining o'quvchilarni boshlang'ich sinfdanoq qaysi fanlarga qiziqishini aniqlamasliklari va ota-onalarga shu mavzuda yo'nalish bermasliklari;
- maktab psixologlarining o'quvchilarning ijodiy qobiliyatlarini aniqlashga doir psixologik testlar o'tkazmasliklari;

– darsdan tashqari mashg’ulotlarning yetarli darajada tashkil etilmasligi.

**Matematik ta’limning mazmuni.** Maktab matematika kursining mazmuni bir qator normativ hujjatlarda, darsliklarda, o’quv rejalarida, o’quv dasturlarida, uslubiy qo’llanmalarda aks ettiriladi. Asosiy o’quv rejasi barcha o’rta umumiy ta’lim beradigan o’quv muassasalari uchun majburiy sanaladi. U matematika bo’yicha o’quv dasturlari hamda o’quv-tematik rejalarini ishlab chiqishning asosi hisoblanadi. Matematika bo’yicha o’quv dasturi o’rganilayotgan materiallar mavzularini, har bir mavzuga sarflanadigan vaqt soni bo’yicha tavsiyalarni, bilimlar ro’yxatini, fan bo’yicha uquv hamda ko’nikmalar ro’yxatini o’z ichiga oladi.

O’quv dasturlarida matematik material joylashuvining uch xil varianti mavjud:

- chiziqli (material izchillikda joylashtiriladi);
- kontsentrik (ba’zi bir bo’limlar yangi darajada takrorlash orqali o’rganiladi);
- spiral (material izchil ravishda sikllar bo’ylab joylashtiriladi).

Bilim, uquv, ko’nikma – ta’limning tarkibiy qismi hisoblanadi.

**Bilim** – asosiy ilmiy faktlar va nazariy umumlashmalarni xotirada saqlab qolish, lozim paytda qayta tiklash va amalda qo’llashdir.

Har qanday bilim tushunchalarda, kategoriyalarda, prinsiplarda, nazariyalarda, gipotezalar va qonuniyliklarda namoyon bo’ladi. Matematik bilimlar esa matematik tushunchalarni, qonunlarni, ramzlarni, matematik til va boshqalarni o’z ichiga oladi.

**Ko’nikma** — o’rganilgan bilimlarni tanish vaziyatlarda qo’llay olish;

**Malaka** — o’rganilgan bilim va shakllangan ko’nikmalarni notanish vaziyatlarda qo’llay olish va yangi bilimlar hosil qilish;

**Kompetensiya** — mavjud bilim, ko’nikma va malakalarni kundalik faoliyatda qo’llay olish qobiliyati.

Ta’lim mazmuni jamiyat rivojlanishida yetakchi bo’lgan omillar asosiga quriladi. Ular quyidagilardir:

- ilm sifatidagi matematika mantig’iga mos kelishi;
- o’qitishning ilmiylik, izchillik, tizimlilik prinsiplariga mos kelishi;
- o’qitishning turli pog’onalarida o’quvchilarining yosh va psixologik xususiyatlarini inobatga olish (kichik, o’rta, katta yoshdagi o’quvchi);
- ta’limda inson ehtiyojlarining o’xshashligi (o’qitishni differensiyalash, tahririyl o’qitish v. b.);
- o’quvchilarda professional yo’nalishni shakllantirish.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Matematikaning fan sifatida bosib o’tgan bosqichlarni ko’rib chiqing.
2. Matematikaning rivojlanish tarixida matematika fan va o’quv predmeti sifatida qanday mutanosiblikda bo’lganligini ko’rsatib bering.
3. Matematika o’qitish tizimini rivojlantirishga ta’sir etadigan omillarni sanab bering, ularning mazmunini ko’rsatib bering.
4. Matematika o’qitishning maqsad va vazifalarini shakllantiring va ularning mazmunini izohlab bering.
5. Matematika metodikasini o’qitishning falsafa, pedagogika, matematika va matematika tarixi, fiziologiya, inshakltika bilan o’zaro aloqalarini ko’rsatib bering.
6. Matematika o’qitish metodikasida qanday dolzarb muammolar bor, ularni ko’rsatib bering.

## **II-Modul. MATEMATIKA O’QITISH METODIKASINING UMUMIY MASALALARI**

### **1. MATEMATIKA O’QITISHDAGI ILMIY IZLANISH METODLARI**

*Matematika o’qitishning ilmiy usullari.* Ma’lumki, matematika fanini o’rganadigan obyekti materiyadagi narsalarning fazoviy shakllari va ular orasidagi miqdoriy munosabatlardan iboratdir. Ana shu shakllar orasidagi miqdoriy

munosabatlarni aniqlash jarayonida matematiklar izlanishning ilmiy metodlaridan vosita sifatida foydalanadilar.

Matematikadagi izlanishning ilmiy metodlari bir vaqtning o'zida matematikani o'qitishdagi ilmiy izlanish metodlari vazifasini ham bajaradi. O'qitishdagi ilmiy izlanish metodlari quyidagilardan iboratdir:

1. Tajriba va kuzatish.
2. Taqqoslash.
3. Analiz va sintez.
4. Umumlashtirish.
5. Abstraksiyalash.
6. Aniqlashtirish.
7. Klassifikatsiyalash.

### **Tajriba va kuzatish metodi.**

**Ta'rif.** Matematik obyektdagi narsalarning xossalari va ulaming o'zaro munosabatlarini belgilovchi metod kuzatish deyiladi.

Misol. IV—V sinf o'quvchilariga bir necha figurani ko'rsatib, bu figuralar ichidan o'q simmetriyasiga ega bo'lgan geometrik figuralarni ajrating deb buyursak, o'quvchilar barcha figuralarni ko'rib chiqib quyidagicha xulosaga kelishi mumkin. Figuralar ichida o'zidan biror o'qqa nisbatan ikki qismga ajragan figuralar bo'lsa hamda ularni ana shu o'q bo'yicha buklaganda qismlar ustma-ust tushsa, bunday figuralar simmetrik figuralar bo'ladi. Ammo boshqa figuralarda o'zlarini teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziqlar bo'lmasligi mumkin. U holda bunday figuralar nosimmetrik figuralar bo'ladi. Biz figuralardagi bunday xossa va ular orasidagi munosabatlarni kuzatish orqali figuralarni simmetrik va nosimmetrik figuralarga ajratamiz.

**Ta'rif.** Matematik obyektdagi narsalarning xossalari va ular orasidagi miqdoriy munosabatlarni sun'iy ravishda bo'lak (qism)larga ajratish yoki ularni birlashtirish tajriba metodi deyiladi.

Misol. O'quvchilarga natural sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajratish o'rgatiladi:

$$1=1, 2=2\cdot 1; 3 = 3\cdot 1; 4 = 4\cdot 1; 5 = 5\cdot 1; \dots$$

O'quvchilarda ixtiyoriy natural sonlarni misolda ko'rsatilganidek, tub ko'paytuvchilarga ajratish jarayonida tajriba hosil bo'lib, ular natural sonlar to'plamida tub va murakkab sonlar mavjud ekanligini tushunib yetadilar.

Murakkab natural sonlarni ham tub ko'paytuvchilarga ajralishini, ammo ularning ko'paytuvchilari kamida uchta va undan ortiq bo'lishini tajriba orqali tekshirib ko'radilar.

Masalan:  $4 = 2 \cdot 2 \cdot 1$ ;  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$ ;  $25 = 5 \cdot 5 \cdot 1$ ;  $36 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1$ .

Kuzatish va tajriba natijasida tub hamda murakkab sonlarni qonun va qoidalari o'quvchilarga tushuntiriladi.

### **Taqqoslash metodi.**

**Ta'rif.** O'rganilayotgan matematik obyektdagi narsalarning o'xhash va farqli tomonlarini aniqlovchi metod taqqoslash metodi deyiladi.

Taqqoslash metodi ham ilmiy izlanish metodlaridan biridir. Taqqoslash metodini matematika darslarida o'rganilayotgan mavzu materiallariga tatbiq qilishda quyidagi prinsiplarga amal qilinadi:

- 1) taqqoslanayotgan matematik tushunchalar bir jinsli bo'lishi kerak;
- 2) taqqoslash o'rganilayotgan matematik obyektdagi narsalarning asosiy xossalariaga nisbatan bo'lishi kerak.

**1-misol.** Uchburchak figurasi bilan to'rtburchak figurasi taqqoslanganda ularning o'xhash tomonlari: uchlari, burchaklari; ularning o'zaro farqli tomonlari:

- a) uchburchakda uchta uch va uchta tomon;
- b) to'rtburchak to'rtta uch va to'rtta tomondan iboratligi aniqlanadi.

Bu misolda taqqoslashning ikkala prinsipi ham bajarildi, ya'ni uchburchak va to'rtburchak figuralari bir jinsli tushunchalar bo'lib, ikkalasi ham ko'pburchakning xususiy hollaridir hamda taqqoslash metodi ikkala figuraning asosiy xossalariaga nisbatan amalga oshirildi.

**2-misol.** 8-sinf algebra kursida arifmetik progressiya v-hadini hisoblash formulasini keltirib chiqarish ham taqqoslash metodi orqali amalga oshiriladi.

**Ta'rif.** Ikkinci hadidan boshlab o'zidan avvalgi har bir hadiga biror o'zgarmas son qo'shilishidan hosil bo'ladigan sonlar ketma-ketligi arifmetik progressiya deyiladi.

Faraz qilaylik,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  ko'rinishdagi sonlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin.  $d$  — o'zgarmas son bo'lsin, u holda ta'rifga ko'ra:

$$a_2 = a_1 + d \quad (1)$$

$$a_3 = a_2 + d \quad (2)$$

(1) va (2) dan:

$$a_3 = a_1 + d + d = a_1 + 2d. \quad (3)$$

Shuningdek,

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d. \quad (4)$$

(3) va (4) laring o'zaro taqqoslash hamda induksiya metodini tatbiq qilish natijasida arifmetik progressiya v-hadini hisoblash formulasini keltirib chiqariladi:

$$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-2)d + d = a_1 + (n-1)d.$$

### **Analiz va sintez metodi.**

**Ta'rif.** Noma'lumlardan ma'lumlarga tomon izlash metodi analiz deyiladi.

Analiz metodi orqali fikrlashda o'quvchi quyidagi savolga javob berishi kerak: «Izlanayotgan noma'lumni topish uchun nimalarni bilish kerak?» Analiz metodini psixologlar bunday ta'riflaydilar: «butunlardan bo'laklarga tomon izlash metodi analiz deyiladi».

Fikrlashning analiz usulida har bir qadamning o'z asosi bor bo'ladi, ya'ni har bir bosqich bizga ilgaridan ma'lum bo'lgan qoidalarga asoslanadi.

**Misol.** Quyidagi tenglama analiz metodi bilan yechilsin:  $\frac{\lg 2(x+1)}{\lg 2(x-3)} = 2$

Bu tenglamaning yechimini topishning o'zi noma'lumdan ma'lumga tomon izlanish demakdir. Bu tenglama  $x > 3$  va  $x \neq 4$  larda ma'noga egadir:

$$\lg 2(x+1) = 2 \lg(x-3), \quad x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\lg 2(x+1) = \lg(x-3)^2, \quad x_1 = 7$$

$$2(x+1) = (x-3)^2, \quad x_2 = 1$$

$$2x + 2 = x^2 - 6x + 9.$$

Bunda  $x > 3$  bo'lgani uchun  $x_1 = 1$  yechim bo'la olmaydi, shuning uchun  $x_2 = 7$  yagona yechimdir.

**Ta'rif.** Ma'lumlardan noma'lumlarga tomon izlash metodi sintez deyiladi.

Sintez metodida fikrlashning bir bosqichidan ikkinchi bosqichiga o'tish go'yoki ko'r ko'rona bo'ladi, bu o'tishlar o'quvchiga noaniqroq bo'ladi.

Yuqoridagilardan ko'rindan, analiz sintez metodiga nisbatan ancha qulay metod ekan, chunki bunda o'quvchilar o'z mulohazalarni mustaqil ravishda asoslab isbotlashga doir misol va masalalarni yyechishlariga yordam beradi. Umuman olganda, analiz va sintez metodlari bir-biridan ajralmaydigan metodlardir. Masalan, teoremani analiz yo'li bilan isbot qilinsa, uni sintez metodi orqali tushuntiriladi, chunki bu metod ancha ixcham va maqsadga tomon tezroq olib keladigan metoddir. Fikrlarimizning dalili sifatida quyidagi misolni ham sintez metodi orqali yechamiz.

Misol.  $x_1 = 7$  va  $x_2 = 1$  yechimlarni qanoatlashtiruvchi logarifmik tenglama tuzilsin. Bu yerda qo'yilgan savolning o'zi ma'lumdan noma'lumga tomon izlashni talab qilyapti, shuning uchun bu savolga sintez metodi orqali javob beriladi. Bu yerdagi bajarilishi kerak bo'lgan matematik jarayon ildizdan tenglamaga tomon olib boriladi.

1)  $x_1 = 7$  va  $x_2 = 1$  yechimlarni qanoatlantiruvchi tenglamani quyidagicha tuzish mumkin:

$$(x - 7)(x - 1) = 0, x^2 - 8x + 7 = 0.$$

Ayniy almashtirish bajarish bilan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} x^2 - 6x - 2x + 9 - 2 &= 0 \quad , \quad \frac{\lg(2x+1)}{\lg(x-3)} = 2 \\ 2x+2 &= x^2 - 6x + 9, \\ 2x+2 &= (x-3)^2, \\ \lg(2(x+1)) &= 2\lg(x-3)^2 \\ \lg(2(x+1)) &= 2\lg(x-3) \end{aligned}$$

Biz sintez metodi yordamida ma'lum bo'lgan  $x_1 = 7$  va  $x_2 = 1$  ildizlarni qanoatlantiruvchi  $\frac{\lg(2x+1)}{\lg(x-3)} = 2$  ko'rinishdagi noma'lum tenglamani hosil qildik.

### **Umumlashtirish metodi.**

Umumlashtirish tushunchasi ham matematika o'qitishdagi ilmiy izlanish metodlaridan biri bo'lib hisoblanadi. Umumlashtirish usulining ahamiyatini atoqli olim A.N. Kondakov quyidagicha ta'riflaydi.

«Umumlashtirish shunday mantiqiy usulki, uning vositasi orqali birlik fikrlashlardan umumiyl fikrlashlarga o'tiladi».

Maktab matematika kursida umumlashtirish tushunchasi quyidagicha tatbiq qilinadi:

- 1) matematik tushunchalarni umumlashtirish;
- 2) teoremlarni isbotlashda umumlashtirish;
- 3) misol va masalalarni yyechishda umumlashtirish.

Endi umumlashtirish tatbiqlari alohida-alohida ko'rib chiqiladi.

### **Abstraksiyalash metodi.**

O'qitish jarayonidagi ilmiy izlanish metodlaridan biri bu abstraksiyalashdir. Abstraksiyalash o'rganilayotgan obyektdagi narsalaring muhim belgilarini, sifat yoki xususiyatlarini fikran ajratib olib, ana shu belgi, sifat yoki xususiyatlarni mustaqil fikr obyektiga aylantirishdan iborat tafakkur operatsiyasidir.

**1-misol.** O'qituvchi abstraksiyalash metodini o'quvchilarga  $3 \times 5 = 15$  misol orqali tushuntirishi maqsadga muvofiq. Ma'lumki, bu oddiy matematik tenglikdir, ammo u obyektiv olamdagagi ma'lum bir qonuniyatlarini aks ettiradi. Agar  $3 \times 5 = 15$  tenglikka ma'lum bir shartlari qo'yilsa, u holda bu tenglik quyidagi qonuniyatlarini ifodalaydi:

Agar 3 sonini qalamlarning soni, 5 sonini har bir qalamning qiymati desak, u holda 15 soni jami qalamlarning qiymatini (qancha turishini) ifodalaydi.

Agar 3 sonini odamning piyoda yurgan vaqt, 5 soni uning bir soatdagi tezligi desak, u holda 15 soni piyoda odamning 3 soat ichida bosib o'tgan yo'llini ifodalaydi.

**2- misol.** Fizika kursida jismning harakat tezligi tushunchasini  $v_t = v_0 + at$  formula bilan metall sterjen uzunligini qizdirilgandagi o'zgarishini  $l_x = l_0 + at$  formula bilan  $*-89$  chiziqli funksiyaning burchak koeffitsiyentli formulasini esa  $f(x) = ax + b$

bilan ifodalaymiz. Agar bu formulalarga diqqat bilan qarasak,  $v_i = v_0 + at$  va  $I_x = I_0 + at$  formulalar  $f(x) = ax + b$  chiziqli funksiya formulasining fizikada yozilishi ekanligini ko'ramiz.

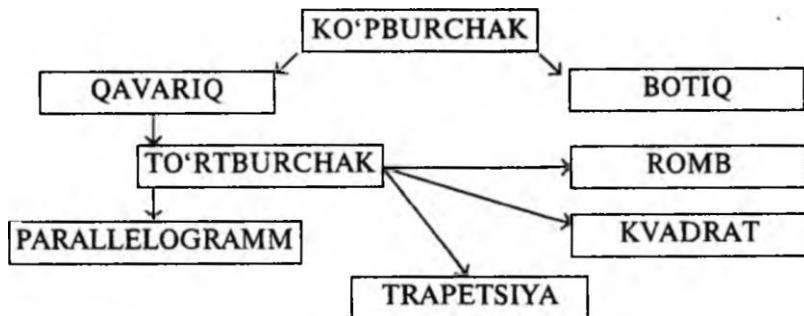
Yuqoridagi misollardan ko'rinishdiki, abstraksiyalash usulida narsalarning aniq holatidan uzoqlashib, ularning muhim belgilari haqidagina gap boradi, narsalarning turli ko'rinishlari bo'yicha fikr yuritilmaydi. O'quvchilarga abstraksiyalash metodini o'rgatish ularning narsa va hodisalarni muhim belgilarini ajrata olishlari hamda ilmiy tushunchalarni o'zlashtirishlari uchun katta ahamiyatga egadir.

### Klassifikatsiyalash metodi.

**Ta'rif.** *Jins tushunchalaridan tur tushunchalariga o'tish klassifikatsiyalash deyiladi.*

Klassifikatsiyalash jarayonida o'quvchilar (muhim yoki o'xshash) belgiga asoslangan holda, ularni bir sinfga birlashtirishga harakat qiladilar, ya'ni ularni o'xshash, umumiy va farqli tomonlarini qarab bir-biridan ajratadilar, buning natijasida ular tushunchalarni klassifikatsiya qiladilar.

Masalan, ko'pburchak tushunchasini klassifikatsiyalash quyidagicha amalga oshiriladi:



Matematika metodikasiga o'qitish to'g'risida yuzaga kelishi mumkin bo'lган muhokamalarning isboti sifatida – gipotezalarni tekshirib ko'rishga qaratilgan o'qishni tashkil etish, haqiqiy bilim darajasini qayd etib borish, uquv, ko'nikma, o'quvchining rivojlanib borishi, natijani an'anaviy qo'llaniladigan va taklif etiladigan metodlar orqali solishtirib ko'rish, turli tasdiqlarni isbotlash kabi

eksperimentlardan foydalaniladi. Gipotezani isbotlash bosqichida tadqiq etilayotgan obyekt holatini aniqlaydigan yoki taxmin etilgan obyektni tekshirib ko'rish, shuningdek, ba'zi bir faktlarga aniqlik kiritish uchun ta'kidlovchi eksperimentdan foydalaniladi. Gipotezani tekshirib ko'rish jarayonida ishlab chiqilgan metodning samaradorligini tekshirib ko'rish maqsadida *o'rgatuvchi* (*izlovchi, shakllantiruvchi*) eksperiment o'tkaziladi. Eksperimental va nazorat sinflari tanlab olinadi. Nazorat sinflarida o'qitish an'anaviy tizim bo'yicha, eksperimental sinflarda esa – tadqiqotchi tomonidan ishlab chiqilgan model yoki tizim asosida olib boriladi. Eksperiment tashkil etish uchun kuzatish, anketa, o'qitishning soni va sifati natijalari tahlilaridan foydalaniladi.

Tadqiqotning sifat tahlili nazorat ishlari, o'quvchilarni testdan o'tkazish orqali sonli tahlil – testlar va nazorat ishlariga statistik ishlov berish natijalari asosida olib boriladi.

Tadqiqotlarning metodologik asosini dialektika, tizimli tahlil va faoliyatli yondashuv tashkil etadi. Dialektika tabiat, jamiyat va fikrlashning (ya'ni, birlik va qarama-qarshiliklar kurashi, sanoqli o'zgarishlarning sifatli o'zgarishga o'tishi, rad etishni rad etish); rivojlanishning tanish mumkin bo'lgan obyekt va hodisalari bilan bog'liq holatlarini ko'rib chiqish; ularning o'zgarishi har xil omillar bilan shartlanganligi, boshqa obyekt va hodisalar bilan o'zaro bog'liqligini umumiy qonunlar asosida o'rganish orqali mavjuddir.

Keyingi paytlarda matematika metodikasiga o'qitishning faoliyatli yondashuv metodi keng tarqalmoqda. Bu metod matematika metodikasiga o'qitishning tarkibiy uslubiy qismi, matematkaga o'qitish mazmuniga o'xshash har xil faoliyat va harakatlarni bajarish vositasi, o'quv faoliyati sifatida tushuniladi.

Faoliyat – predmet, ehtiyoj va motiv, maqsad va unga erishish shartlari, harakat hamda turli bajarishlardan iborat insoniy faoliyatdir. O'quv faoliyati deyilganda o'quvchining nazariy bilimlar olishga intilishi, turli masalalarni umumiy qoidalar asosida yyechish harakati tushuniladi. Chunki o'quv masalalarini

yyechish, o'quv harakatlari va nazorat hamda baholash nazorati orqali amalga oshiriladi.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. O'qitishdagi ilmiy izlanish metodlari nimalardan iborat?
2. Tajriba va kuzatish metodi qanday metod?
3. Taqqoslash metodi qanday metod?
4. Analiz va sintez metodi qanday metod?
5. Umumlashtirish metodi qanday metod?
6. Abstraksiyalash metodi qanday metod?
7. Klassifikatsiyalash metodi qanday metod?

## **2. MATEMATIKA O'QITISHDA TAFAKKUR QILISH SHAKLLARI**

**Matematikani o'qitish jarayonida tafakkur qilish shakllari: matematik tushunchasi, matematik hukm va matematik xulosa.**

Mana, biz endi bosh maqsadga – ya'ni, o'quvchilar tomonidan fanlarni o'zlashtirish jarayoni qanday kechadi, o'qituvchi tomonidan yetkazilgan bilimlar qay tarzda o'quvchilarning fikrlashida qatorlashadi, degan masalaga o'tamiz. Bu savolga o'tgan asrning o'rtalarida buyuk rus psixolog P.Ya. Galperin javob bergen.

P.Ya. Galperin fikricha, ko'ra har bir aqliy harakatni inson bosqichma-bosqich o'rgana boradi. Birinchi bosqichda u o'zi uchun yangilik bo'lgan harakatda mo'ljal oladi, u qanday amallarni bajarishdan tashkil topganligini bo'lishini biladi. Ikkinci bosqichda u har bir qadamini sinchkovlik bilan tekshirgan holda ana shu amallarni bajarishga harakat qilib ko'radi, ya'ni P.Ya. Galperinning aytishicha, shu ishi bilan moddiy (yoki moddiylashgan) ko'rinishdagi harakatni amalga oshiradi. So'nggi bosqichda esa inson yangi harakatni tez,

avtomatlashgan holda, faqat oxirgi natijani tekshirib ko'rish orqali bajaradi (bu – intreozatsiya, ichki plandagi harakat deb nomlanadi).

Ana shu jihatlarni inobatga olgan P.Ya. Galperin aqliy harakatlarni bajarishga o'rgatishni quyidagi bosqichlarda amalga oshirishni tavsiya etadi:

1. O'quvchilarning yangi harakati uchun mo'ljal olishi;
2. Harakatni moddiy (moddiylashgan) holda bajarish;
3. Ichki rejada harakatlanish.

Biz pedagoglar uchun P.Ya. Galperinning mana bu talabi ham muhimdir: agar aytilgan bosqichlardan birortasini o'quvchi uddalay olmasa, uni darhol avvalgi bosqichga qaytarish kerak.

Aytish mumkinki, ikkinchi bosqichdan uchinchi bosqichga – ichki planda harakatlanishga o'tish – shunchaki oddiy emas. Shuning uchun ham P.Ya. Galperin uchinchi bosqichga o'tishni ta'minlash uchun qo'shimcha bosqichlarni ham tavsiya etgan: tashqi va ichki nutq (ichda aytildigan nutq).

Hozirgi kunda Galperin nazariyasi barchaga ma'lum. Agar Siz bu nazariya bilan tanish bo'lmasangiz, albatta, P.Ya. Galperin va S.V. Kabilnitskayaning «Diqqatni eksperimental jamlash» deb nomlangan kitobini (M.: MGU. 1974) qarab chiqishingiz lozim bo'ladi.

P.Ya. Galperin nazariyasidan algoritmlarni o'rganishda foydalanish juda qulay va u juda odatiy tus olgan.

1. Biz tushuntirishni ushbu algoritm qanday harakatlardan tashkil topganligi to'g'risida ma'lumot berishdan boshlaymiz. Masalan,  $y = ax^2 + bx + c$  kvadrat funksiyasi javdvalini tuzish uchun:

- a) parabolaning yuqori qismi abssissasi  $x_0$  ni  $x_0 = \frac{-b}{2a}$  formula bo'yicha topish;
- b) parabolaning yuqori qismi ordinatasi  $y_0$  ni  $y_0 = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$   $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$  formulalari orqali topish;
- c) koordinata teksiligidagi parabola yuqori qismini  $M(x_0, y_0)$  quring;
- d)  $Y=ax^2$  parabolasini parallel ravishda OM vektoriga o'tkazing.

Bu ma'lumotni shunga o'xshash qurilishga ega misol bilan u yoki bu vosita bilan o'quvchilarning diqqat-nazariga yetkazamiz. Shu tariqa P.Ya. Galperin tili bilan aytganda, harakatning mo'ljal asosi yaratiladi. Birinchi bosqichning o'zi esa aslida ham, aqliy harakatni shakllantirishning mo'ljal bosqichi hisoblanadi.

2. Biz (a–d)da ko'rsatilgan harakatlar o'quvchilar tomonidan bajarilishini, ular bilan birgalikda qadam-baqadam to'g'rilingini tekshirib borish orqali tashkil etamiz, mana shuning o'zi – moddiylashtirishdir.

3. Biz qadamlarning (a–d) tez, avtomatlashgan holda bajarilishiga erishamiz va oxirgi natija asosida algoritmning to'g'ri bajarilganligini tekshirib boramiz. Mana shuning o'zi – interiorizatsiyalashgan harakatlar bosqichidir.

Biz 2- va 3- bosqichlar orasida o'quvchilarga yo'l qo'yilgan xatolarni to'g'rilash, harakatlari qanday bo'lganligini va uni qanday to'g'rilash mumkinligini baland ovozda tushuntirib borish orqali juda katta ish olib boramiz. Shu tariqa baland ovozli nutq bosqichi yuzaga keltiriladi. Biz o'quvchidan o'ylab ko'rishni va agar bor bo'lsa, xatolarni o'zi topishini iltimos qilamiz. Shu tariqa o'quvchi uchun ichki nutq bosqichi yuzaga keltiriladi.

Algoritm bilan ishslashning ana shunday oddiy va odatiy amaliyoti haqida o'ylaganda, P.Ya. Galperin hech qanday yangilik yaratmagan, degan fikrga ham kelish mumkin. Aslida esa, P.Ya. Galperinning bu ilmiy muvaffaqiyati shundaki, u aynan ana shu ish tartibi insondagi nafaqat algoritmni o'zlashtirish harakatlariga, balki har qanday aqliy harakatning shakllanishiga ham mos keladi. Shu ma'noda aytadigan bo'lsak, P.Ya. Galperin nazariyasidan foydalanish nafaqat algoritmlarga o'qitishning texnologik ish tartibini tashkil etishda, balki aniqlovchilar va teoremalarni o'qitishda ham qo'l keladi.

Ta'kidlash zarurki, biz har qanday harakatni ham avtomatlashtirish tarzidan olib borishga intilmaymiz. Agar maqsadimiz o'quvchilarga ma'lum bir harakat haqida *bilim* yetkazishdan iborat bo'lsa, unda ish mo'ljal olishgacha yetkaziladi; agar maqsad bu harakatni bajarish uchun *uquv* paydo qilishdan iborat bo'lsa, unda ish moddiylashtirishgacha yetkaziladi, agar maqsad faqat *mahoratni*

shakllantirishdan iborat bo’lsa, unda interiorizatsiyani o’z ichiga olgan to’liq ishlov olib boriladi. Masalan, 4-darajali tenglamalarni yyechishning Ferrari usulini *biladigan*, Kardano formulasini bo'yicha 3-darajali tenglamalarni yyechishni *uddalaydigan*, kvadrat tenglamalarni yyechishga *uquvi* bor insonni osongina tasavvur qilishimiz mumkin.

P.Ya. Galperin nazariyasidan maktabda o’qitish ishlarida foydalanishda bir qadar qiyinchiliklar ham bor. Birinchi navbatda, bu usulda o’quv materialini o’rganishga vaqt ko’p sarflanadi, shuning uchun ham uni to’laligicha o’rganilayotgan har bir algoritmga qo’llab bo’lmaydi. Bundan tashqari o’quvchilar orasida aqliy harakatni shakllantirish bosqichlaridan mustaqil ravishda “sakrab” o’tib ketadiganlari ham bor. Shu bois, P.Ya. Galperin nazariyasidan to’liq foydalanish pedagogik nuqtayi nazardan qaraganda, o’zini oqlamaydi. Shunday bo’lsa-da bu nazariyani, birinchidan, alohida muhim holatlarda qo’llash mumkin. Ikkinchidan, uni bilimlarni korreksiya qilish zarurati tug’ilganda qo’llash maqsadga muvofiq bo’ladi.

Ta’lim deganda o’qituvchi bilan o’quvchilar orasidagi ongli va maqsadga tomon yo’naltirilgan bilishga doir faoliyat tushuniladi. Har qanday ta’lim o’z oldiga ikkita maqsadni qo’yadi:

- 1) o’quvchilarga dastur asosida o’rganilishi lozim bo’lgan zarur bilimlar sistemasini berish;
- 2) matematik bilimlarni berish orqali o’quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantirish.

Ta’lim jarayonidagi ana shu ikki maqsad amalga oshishi uchun o’qituvchi har bir o’rgatilayotgan tushunchani psixologik, pedagogik va didaktik qonuniyatlar asosida tushuntirishi kerak. Buning natijasida o’quvchilar ongida bilish deb ataluvchi psixologik jarayon hosil bo’ladi.

Bizga falsafa kursidan ma’lumki, bilish jarayoni «jonli mushohadadan abstrakt tafakkurga va undan amaliyotga demakdir». Bundan ko’rinadiki, bilish

jarayoni tafakkur qilishga bog'liq ekan. «Tafakkur — inson ongida obyektiv olamning faol aks etishi demakdir» (Yu.M. Kolyagin. «Matematika o'qitish metodikasi, M., 1980-y, 57-bet).

Psixologik nuqtayi nazardan qaraganda bilish jarayoni ikki xil bo'ladi:

- 1) Hissiy bilish (sezgi, idrok va tasavvur).

Insonning hissiy bilishi uning sezgi va tasavurlarida o'z ifodasini topadi. Inson sezgi a'zolari vositasida real dunyo bilan o'zaro aloqada bo'ladi. Bilish jarayonida sezgilar bilan birga idrok ham ishtirok etadi. Sezgilar natijasida obyektiv olamning subyektiv obrazi hosil bo'ladi, ana shu subyektiv obrazning inson ongida butunicha aks etishi idrok deb ataladi.

Tashqi olamdagи narsa va hodisalar inson miya po'stlog'ida sezish va idrok qilish orqali ma'lum bir iz qoldiradi. Oradan ma'lum bir vaqt o'tgach, ana shu izlar jadallahishi va biror narsa yoki hodisaning obyektiv obrazi sifatida qayta tiklanishi mumkin. Ana shu obektiv olamning obektiv obrazining ma'lum vaqt o'tgandan keyin qayta tiklanish jarayoni tasavur deb ataladi.

- 2) Mantiqiy bilish (tushuncha, hukm va xulosa).

Har qanday mantiqiy bilish hissiy bilish orqali amalga oshadi, shuning uchun ham har bir o'rganilayotgan matematik obyektdagi narsalar seziladi, abstrakt nuqtayi nazardan idrok va tasavur qilinadi, so'ngra ana shu o'rganilayotgan obyektdagi narsa to'g'risida ma'lum bir matematik tushuncha hosil bo'ladi.

**Ta'rif.** Matematik obyektdagi narsalarning asosiy xossalari aks ettiruvchi tafakkur shakliga matematik tushuncha deyiladi.

Har bir matematik tushuncha o'zining ikki tomoni, ya'ni mazmuni va hajmi bilan xarakterlanadi.

**Ta'rif.** Tushunchaning mazmuni deb ana shu tushunchani ifodalovchi asosiy xossalari to'plamiga aytildi.

Masalan, to'g'ri to'rtburchak tushunchasini olaylik. To'g'ri to'rtburchak tushunchasining mazmuni quyidagi asosiy xossalari to'plamidan iboratdir:

- 1) to'g'ri to'rtburchak diagonali uni ikkita uchburchakka ajratadi.

- 2) ichki qarama-qarshi burchaklarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
- 3) diagonallari bir nuqtada kesishadi va shu nuqtada teng ikkiga bo'linadi.

**Ta'rif.** Tushunchaning hajmi deb ana shu tushunchaga kirgan barcha ob'yektlar to'plamiga aytildi.

Masalan, to'rtburchak tushunchasining hajmi shu to'rtburchak tushunchasiga kirgan barcha to'rtburchak turlaridan, ya'ni parallelogramm, kvadrat, romb va trapetsiyadan iborat bo'ladi. Bundan to'rtburchak tushunchasining hajmi tomonlari uzunliklarining kattaligi turlicha bo'lgan barcha katta-kichik to'rtburchaklar tashkil qilishi ko'rinadi.

Bizga hajm jihatidan keng va mazmun jihatidan tor bo'lgan tushunchani jins tushunchasi, aksincha esa hajmi tor va mazmuni keng bo'lgan tushunchani tur tushunchasi deb yuritilishi psixologiya fanidan ma'lum.

1-misol. Akslantirish tushunchasini olaylik. Bu tushunchadan ikkita, ya'ni qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirish tushunchalari kelib chiqadi. Bu yerda akslantirish tushunchasi qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirish tushunchalariga nisbatan jins tushunchasi, qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirishlar esa akslantirish tushunchasiga nisbatan tur tushunchalari bo'ladi. Bu mulohazalardan jins tushunchasi tur tushunchalariga nisbatan hajm jihatidan keng va mazmun jihatidan tor tushuncha ekani ko'rinadi.

**Matematik hukm.** Matematik hukm mantiqiy bilish shakllaridan biri bo'lib, unga quyidagicha ta'rif berilgan: «Tushunchalar asosida hosil qilingan matematik fikrni tasdiqlash yoki inkor qilishga matematik hukm deyiladi». Bu ta'rifdan ko'rindan, hukmning xarakterli xossasi aytilgan matematik fikrning to'g'riliгини tasdiqlash yoki noto'g'riliгини inkor qilishdan iborat ekan.

Matematik tushunchalarni tasdiqlash ma'nosidagi hukmga quyidagicha misollar keltirish mumkin:

1. Paralellogrammning qarama-qarshi tomonlari o'zaro parallel va teng.
2. Har qanday turdag'i uchburchak uchta uchga ega.

3. Uchburchak ichki burchaklarning yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.
  4. Ko'pburchak ichki burchaklarining yig'indisi  $2d(n-2)$  ga teng.
- Matematik tushunchalarni inkor qilish ma'nosidagi hukmlarga quyidagi misollarni keltirish mumkin:
1. Har qanday uchburchakda ikki tomon uzunliklarining yig'indisi uchinchi tomon uzunligidan kichik emas.
  2. Piramidadagi uch yoqli burchaklarning yig'indisi hech qachon o'zgarmas son bo'la olmaydi.
  3. Har qanday to'rburchakda ichki burchaklar yig'indisi  $360^\circ$  dan katta emas.

Bundan kelib chiqadiki, har qanday matematik gap ham matematik hukm bo'la olmas ekan. Masalan, «ABKD to'rburchak paralellogramm bo'la oladimi?» «Ixtiyoriy uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'la oladimi?» Keltirilgan ikkala misolda ham inkor va tasdiq ma'nosi yo'q, shuning uchun ular matematik hukmga misol bo'la olmaydi.

*Matematik hukm uch xil bo'ladi:*

1. Birlik hukm.
2. Xususiy hukm.
3. Umumiy hukm.

Matematika o'qitish jarayonida yuqoridagi hukmlarning uchala turi uzviy aloqada bo'ladi. Boshqacha aytganda, birlik hukmnинг natijasi sifatida xususiy hukm hosil qilinadi, xususiy hukmnинг natijasi sifatida esa umumiy hukm hosil qilinadi. Fikrlarimizning dalili sifatida quyidagi misolni ko'raylik.

- 1) Birlik hukmlar:

- a) Aylana to'g'ri chiziq bilan faqat ikki nuqtada kesishadi.
- b) Ellips to'g'ri chiziq bilan faqat ikki nuqtada kesishadi.
- d) Giperbola to'g'ri chiziq bilan faqat ikki nuqtada kesishadi.
- e) Parabola to'g'ri chiziq bilan faqat ikki nuqtada kesishadi.
- 2) Xususiy hukm: «Aylana, ellips, giperbola va parabolalar ikkinchi (tartibli egri) chiziqlar hosil qiladi». Yuqoridagi birlik va xususiy hukmlarga asoslanib, quyidagi umumiy hukmni hosil qilamiz.

3) Umumiy hukm: «Ikkinchি tartibli egri chiziqlar to'g'ri chiziq bilan faqat ikki nuqtada kesishadi».

**Matematik xulosa.** Matematik xulosa ham mantiqiy tafakkur qilish shakllaridan biri. Matematik xulosaga bunday ta'rif berilgan:

*«Ikkita qat'iy hukmdan hosil qilingan uchinchi natijaviy hukmga xulosa deyiladi».*

Misol. 1-hukm: to'rtburchakning diagonali uni ikkita uchburchakka ajratadi.

2-hukm: har bir uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi  $180^\circ$  ga teng.

3-hukm: demak, to'rtburchak ichki burchaklarining yig'indisi  $360^\circ$  ga teng (xulosa bo'ladi).

Maktab matematika kursida xulosalarning uchta turi, ya'ni induktiv, deduktiv va analogik xulosalar o'rganiladi.

**Ta'rif.** Ayrim yoki xususiy ma'lumotlarga tayanib, umumiy xulosa chiqarishni **induksiya** deyiladi.

Induksiya uch xil bo'ladi: chala induksiya, to'la induksiya va matematik induksiya. Chala induksiya metodi orqali chiqarilgan xulosa ko'pgina hollarda to'g'ri, ammo ayrim hollarda noto'g'ri bo'ladi.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Matematik o'qitish jarayonida tafakkur qilish shakllari deganda nimani tushunasiz?
2. Matematik tushuncha nima?
3. Matematik hukm nima?
4. Matematik xulosa nima?

## **3. MATEMATIKA O'QITISHDA XULOSA CHIQARISH SHAKLLARI VA DIDAKTIK PRINSIPLAR**

**Didaktika** (grekcha didaktikos – o'rgatuvchi) – pedagogikaning ta'lim va o'qitish nazariyasini ishlab chiquvchi sohasi. Qonuniylik va o'qitish tamoyillari,

uning maqsadlari, ta’lim mazmunining ilmiy asoslari, metodlar, o’qitishning shakl va vositalari didaktikaning predmeti hisoblanadi.

**Didaktika masalalari** – o’quv jarayoni va uni amalga oshirsh shartlarini ifodalash hamda tushuntirish; o’quv jarayonini yanada mukammal tashkil etishni, yangi tizim va texnologiyalarni ishlab chiqishdan iborat bo’ladi. Didaktikada o’quv fanini o’qitishning universal qoidalari umumlashtirilgan bo’ladi.

**O’qitish prinsiplari (tamoyillari)** – bu, yetakchi g’oyalar, didaktik jarayonni tashkil etish va uni o’tkazishga doir normativ talablaridir. Ular o’qish jarayonini maromlashtirib turuvchi umumiyo ko’rsatmalar, qoidalar, normalar hisoblanadi. O’qitish prinsiplari (tamoyillari) – bu, o’quv jarayoning samarali va sifatli bo’lishini ta’minlash uchun rioya qilinishi zarur bo’lgan muhim talablar tizimidir.

**Matematikaga o’qitishning didaktik prinsiplari (tamoyillari)** tarkibiga ko’ra matematikaga o’qitishni qanoatlantiradigan talablarning yagona yig’indisini, shuningdek, ilmiylik, tarbiya, ko’rgazmalilik, o’zlashtiruvchanlik, onglilik va faollik prinsiplarini, bilimlarni o’zlashtirishning mustahkamligini, izchillikni, yosh xususiyatlarini inobatga olishni, o’qitishni individuallashtirishni, tarbiyaviy o’qitishni o’zida mujassam etadi.

Matematik ta’lim konsepsiysi asosiga quyidagi prinsiplar kiritilgan:

- ilmiylik;
- onglilik, faollik va mustaqillik;
- o’zlashtiruvchanlik (dostupnost);
- ko’rgazmalilik;
- matematik ta’limning umumiyo ta’lim mакtablarining barcha pog’onalari uchun umumiylit va uzlucksizlik;
- ta’lim mazmunining, tashkiliy shakllari va o’qitish metodlarining vorisiyligi hamda istiqbolliligi;
- tizimlilik va izchillik;
- matematik bilimlarning tizimliligi;

- matematik ta’limni differensiyalash va individuallashtirish, matematikani o’rganish darajasini erkin tanlash sharoitlarini yaratish;
- ijtimoiylashtirish;
- tarbiyaviy funksiyani kuchaytirish;
- matematikaga o’qitishning amaliy yo’naltirilishi;
- muqobil o’quv-uslubiy ta’minotni qo’llash;
- o’qitishni kompyuterlashtirish v.h.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Didaktika, didaktika masalalari deganda nimani tushunasiz?
2. O’qitish prinsiplariga qanday prinsiplar kiradi?
3. Matematikaga o’qitishning didaktik prinsiplari qanday prinsiplar?

## **4. MATEMATIKAGA O’QITISH USULLARI**

*An’anaviy va noan’anaviy usullar.* An’anaviy o’qitish bir qator kamchiliklarga ega. Ularning orasidan quyidagilarni ajratib ko’rsatish mumkin:

- fikr tarqoqligi natijasida diqqatni bir joyga jamlay olmaslik va o’quv materiali mazmunini anglashda yuzaga keladigan qiyinchiliklarni bartaraf etish uchun mavzuni bayon qilish paytida ravon va chiroyli so’zamollik usullarini qo’llay bilish;
- matematik materialni o’rganishda sur’at o’rtacha bo’lishi;
- eslab qolish talab etiladigan material hajmining katta bo’lishi;
- matematika bo’yicha differensiyalangan materiallarning kam bo’lishi v.h.

Matematikaga an’anaviy o’qitishning kamchiliklarini fanni o’qitishni takomillashtirib borish orqali bartaraf etish mumkin.

Usul (grekcha metodhodos – tadqiq yo’li) – maqsadga erishish vositasi.

**O'qitish usuli** – o'qitish va tarbiyaviy ishlar olib borishdagi didaktik qo'llashlar va vositalarning tartiblangan majmuasi. O'qitish usuli o'qituvchi va o'quvchilarning navbat almashib turadigan va o'zaro bog'liq bo'lган faoliyati.

Har qanday o'qitish usuli maqsadni, harakatlar tizmini, o'qitish vositalari va belgilangan natijaga erishishini o'z ichiga oladi. O'qitish usulning obyekti va subyekti o'quvchi hisoblanadi.

Biror-bir bitta o'qitish usulidan sof holda faqat maxsus rejalahtirilgan o'quv yoki tadqiqot maqsadlaridagina foydalilanadi. Odatta, o'qituvchi turli o'qitish usullaridan foydalanshni afzal ko'radi.

O'qitish usuli – tarixiy kategoriya. Pedagogikaning butun tarixi davomida o'qitish usullari muammosini hal etishga turlicha nuqtayi nazardan qaralib kelingan: ya'ni, faoliyat shakllari; faoliyatning mantiqiy tizimlar va funksiyalar shakli; faoliyatning bilish xarakteri orqali muammoga yechim topishga harakat qilingan. Bugungi kunda zamonaviy o'qitish usullari nazariyasiga turlicha yondashuvlar mavjud.

O'qitish usullarini tasniflash (klassifikatsiyalash) har xil asoslarda olib boriladi.

Bilish faoliyati xarakteriga ko'ra:

- illyustrativ-tushuntirishli (hikoya, ma'ruza, suhbat, namoyish);
- reprodukтив-tiklovchi (masalalar yyechish, tajribalarni takrorlash);
- muammoli (muammoli topshiriqlar, bilishga doir topshiriqlar);
- qisman-izlovchi – evristik;
- tadqiqiy.

Faoliyat komponentlariga ko'ra:

- tashkiliy-harakatli – o'quv-o'rganish faoliyatini tashkil qilish usullari;
- omilkorlik (stimullashtiruvchi) – o'quv-o'rganish faoliyatini stimullah va motivlashtirish usuli;
- nazorat-baholash – o'quv-o'rganish faoliyatini nazorat va o'z-o'zini nazorat qilish usullari.

Didaktik maqsadlarga ko'ra:

- yangi bilimlarni o'rganish usullari;
- bilimlarni mustahkamlash usullari;
- nazorat qilish usullari.

O'quv materialini bayon qilish vositalariga ko'ra:

- monolog vosita – inshakltsion-xabar beruvchi (hikoya, ma'ruza, tushuntirish);
- dialog asosidagi vosita (muammoli bayon, suhbat, bahs).

O'quvni tashkil qilish shakliga ko'ra:

O'quvchilarning mustaqilligi darajasiga ko'ra:

Bilimlar manbasini yetkazishga ko'ra:

- og'zaki (hikoya, suhbat, ma'ruza, yo'riqnomा, munozara);
- ko'rgazmali (namoyish, illyustratsiya, chizma, materialni ko'rsatish, jadval);
- amaliy (mashqlar, laboratoriya ishi, amaliyot).

Shaxs tizimini hisobga olishga ko'ra:

- anglash (hikoya, suhbat, ko'rsatma berish, illyustratsiyalash);
- xususiyati (mashg'ulot, mashq v.h.);
- hissiyot – stimul hosil qilish (ma'qullah, maqtash, e'tirof etish, nazorat).

Keltirib o'tilgan tasniflashlar didaktik aspektida ko'rib chiqiladi: bu yerda matematikaning predmet mazmuni yetarlicha bo'lmaydi, shuning uchun matematikaga o'qitish usullarining barcha nomenklaturasini tasvirlash mumkin emas. O'qitish usullarini tanlash – ijodiy ish, shunday bo'lsa-da, u o'qitish nazariyasini bilishga asoslanadi. O'qitish usullarini bo'lishning, universallashtirishning yoki yopiq holda (izolyatsiyalangan) ko'rib chiqishning iloji yo'q. Bundan tashqari, o'qitishning u yoki bu usuli qo'llanish sharoitlariga ko'ra, bir paytning o'zida samarali bo'lishi yoki samarasiz bo'lishi ham mumkin.

O'qitishning yangi mazmuni matematikaga o'qitishning yangi usullarini keltirib chiqaradi. O'qitish usullarini qo'llashda kompleks yondashuvga, egiluvchanlik hamda o'sib boruvchi xususiyatlarga e'tibor qaratish zarur.

O'qitish usullarini pedagogik tasniflash – dars o'tish usullari va o'rganish (o'qish) usullarini ajratadi. Keyingilari, o'z navbatida, matematikaga o'qitish usularining ilmiy (kuzatish, tahlil, sintez v.h.) va o'quv (evristik, modellar orqali o'qitish v.b.) usullari orqali tavsiya etilgan.

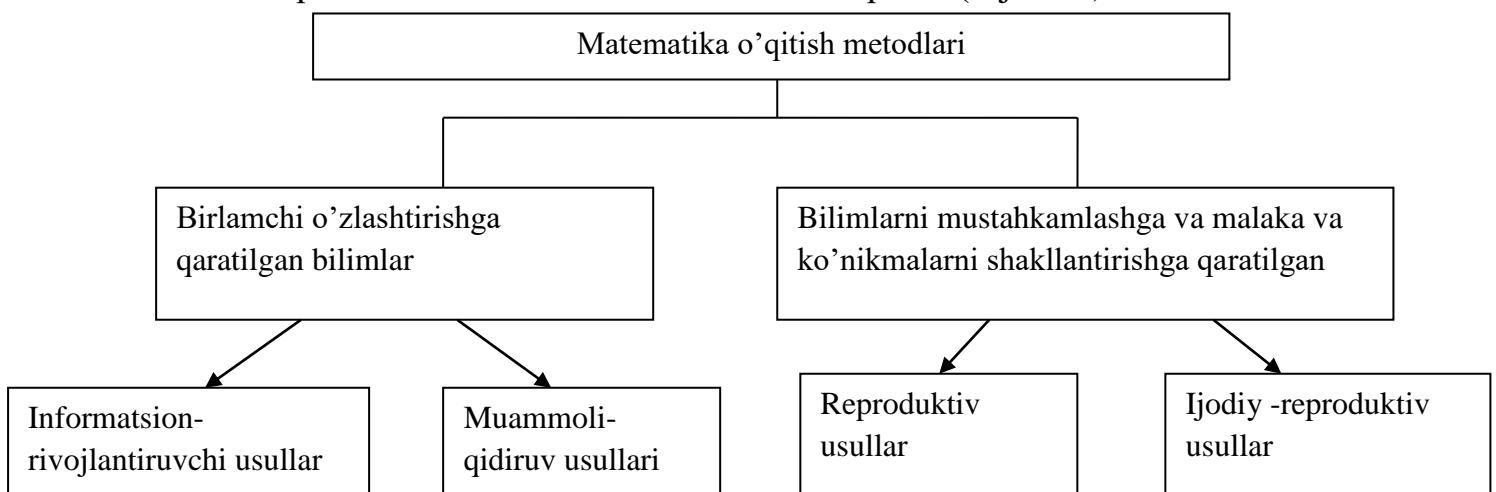
Dars o'tish usullari – vosita va metodlar, inshakltsiya vositasi, boshqarish va o'quvchilarning bilish faoliyatini nazorat qilishdan iborat.

O'qitish usullari – vosita va metodlar, o'quv materialini o'zlashtirish vositalari, o'qitish va o'z-o'zini nazorat qilishning tiklovchi va mahsuldor qo'llanishlari.

Matematik tadqiqotning asosiy usullari – kuzatish va tajriba, solishtirib ko'rish, tahlil va sintez, umumlashtirish, mavhumlashtirish va aniqlashtirish.

Matematika o'qitishning zamonaviy usullari: muammoli (istiqbolli), dasturlangan o'qitish, evristik, matemaktik modellar qurish, aksiomatik v.b.

O'qitish usullarini tasniflashni ko'rib chiqamiz (1-jadval).



**Inshakltsion-rivojlantiruvchi usullar** ikki sinfga bo'linadi:

- 1.Inshakltsiyani tayyor holda yetkazish (ma'ruza, tushuntirish, o'quv filmlari va videofilmlar namoyishi, magnitofon yozuvlarini eshitish v.b.);
- 2.Mustaqil ravishda bilimga ega bo'lish (o'rgatuvchi dasturli kitoblar bilan mustaqil ishslash, inshakltsion ma'lumotlar bazasidan – ya'ni, inshakltsion texnologiyalardan foydalanish).

**Muammoli-qidiruv usullari:** o'quv materialini muammoli bayon etish (evristik suhbat), o'quv munozarasi, laboratoriya sharoitida qidiruv ishi (materialni o'rGANISH), kichik guruhlarda ishlashning jamoaviy fikrlash faoliyatini tashkil etish, tashkiliy-faoliyatli o'yin, tadqiqot ishlari.

**Reproduktiv usullar:** o'quv materialini qayta hikoya qilib berish, mashqni berilgan namuna asosida bajarish, yo'riqnomalar bo'yicha tajriba ishi, trenajerlarda mashq qilish.

**Ijodiy-reproduktiv usullar:** insho, variativ mashqlar, ishlab chiqarish vaziyatlari tahlili, o'yinlar va boshqa kasbiy faoliyat bilan bog'liq taqlidlar (imitatsiya).

O'qitish usullarining asosini o'qituvchi va o'quvchilarning turli qo'llanishlari tashkil etadi. Uslubiy qo'llanishlar – harakatlar, aniq topshiriqlarini bajarishga qaratilgan ishlash vositalari. O'quv ishlarida qo'llash usulidan foydalanish tushunchasi ortida aqliy qo'llashlar bekingan bo'ladi (tahlil va sintez, solishtirish hamda umumlashtirish, isbotlash, mavhumlashtirish, aniqlashtirish, asosiysini aniqlash, xulosalar va tushunchalarni shakllantirish, tasavvur va eslab qolish metodlarini ishga solish).

O'qitishning zamonaviy usullari, mustaqil ravishda bilim olish faoliyatiga, ya'ni bilish faoliyatiga emas, asosan, o'zlashtirishga tayyor bo'linmagan bilimlarni o'rgatishga mo'ljallangan.

Maxsus usullar – bilishning asosiy, ya'ni matematikaning o'zida va matematikaga xos bo'lgan usullarni (matematik modellar qurish, bunday modellarni qurishda qo'llaniladigan mavhumlashtirish usullari, aksiomatik usul) o'qitishga moslashtirishdir.

**Muammoli o'qitish** – didaktik tizim bo'lib, bilimlarni ijodiylik qonuniyatlari asosida o'zlashtirishga qaratilgan faoliyat usullaridan, ya'ni ilmiylik asosiy belgisi bo'lgan dars o'tish va o'qitish qo'llanishlarini o'z ichiga oladi.

**Muammoli o'qitish usuli** – muammoli vaziyatlarni olib tashlash (yechim topish orqali) maqsadida qo'llaniladigan o'qitish usulidir.

*Muammoli vaziyat* – mavjud bilimlar bilan taklif etilgan muammoni yyechish mumkin bo’lgan bilimlar o’rtasidagi taklif etilgan masalani yyechish qiyinchlikni his etish.

Muammoli vaziyatni yuzaga keltiradigan topshiriq muammoli, yoki muammoli masala deb ataladi. Muammolilik belgilari quyidagicha namoyon bo’ladi:

- muammoli vaziyatning tug’ilishi;
- yechim topishga qiziqish va ma’lum ma’noda tayyor bo’lish;
- izlashning turli yo’nalishlar bilan shartlangan har xil yo’llarini topish.

Muammoning qo’yilishi o’quvchilar tushunadigan, shakllantirilishi esa, ularni qiziqtiradigan tarzda bo’lishi kerak.

Muammo va muammoli topshiriq o’rtasidagi farqni bilish kerak. Muammo kengroq ma’noda bo’lib, u muammoli topshirqlarning ketma-ket yoki qismlarga yoyilib (sochilib) ketadi. Muammoli topshiriqqa (masalaga) bitta topshiriqning oddiy yoki muammoning xususiy holati sifatida qarash mumkin. Masalan, rombni o’rganish topshiriq qilib berilishi mumkin. Bu topshiriq tarkibiga kiradigan o’quv masalalaridan biri rombning diagonallarini ochishdan iborat bo’ladi.

Muammoli o’qitish o’quvchilarning ijodiy faoliyatini shakllantirish va rivojlantirish ehtiyojiga yo’naltirilgan bo’ladi. Muammoli o’qitishni o’quv topshiriqlarini tuzishga qaratilgan muammoli topshiriqlardan boshlash maqsadga muvofiq bo’ladi.

Muammoli o’quv muammolarining uch turi mavjud:

1.Matematikalashtirish muammosi – matematik tarzda ifodalash, ya’ni vaziyat va topshiriqlarni matematika tiliga o’girish, boshqacha qilib aytganda, matematikadan tashqari yoki matematikaning ichida, demak, matematik muammolar modelini qurish demakdir.

2.Modellarning turli sinflarini tadqiq etish muammosi. Bu turdagি muammolarni hal etish (yyechish), uning tarkibiga “kichik nazariyalarni” qo’shish orqali nazariy bilimlar tizimini bundan keyingi rivojlanishini ta’minlash deganidir.

3.Yangi vaziyatlarda yangi nazariy bilimlarni qo'llash, ya'ni matematik bilimlarni, yangi obyektlarni o'rghanishga tadqiq etish muammosi.

Endi esa matematikaga o'qitishda muammoli usulni qo'llashda o'qituvchi va o'quvchi faoliyati qanday bo'lishi kerakligi masalasini ko'rib chiqamiz. (1 jadval)

2-jadval

O'qituvchi faoliyati	O'quvchilar faoliyati
1.Muammoli vaziyat yaratadi	1. O'rganilayotgan hodisadagi qarama -qarshiliklarni anglab yetishadi.
2.Muammo borasida fikrlashni tashkil etadi va shakllantiradi.	2.Muammoni shakllantirishadi.
3.Topilgan qarama-qarshiliklarning taxminiy tushuntirish gipotezasini izlashni tashkil etadi.	3. Hodisani tushuntiruvchi gipotezalarni ilgari suradi.
4.Gipotezalarning to'g'ri tekshirilishini tashkil etadi.	4. Topshiriqni yechishda qo'llaniladigan gipotezaning to'g'riliгини eksperiment orqali tekshirib ko'rishadi.
5.Olingan bilimlar va natijalarni umumlashtirishni tashkil etadi.	5. Natijalarni tahlil qilishadi, xulosa chiqarishadi, olingan bilimlarni qo'llashadi.

Muammoli o'qitish quyidagi tizimga ega:

- 1.O'rganilgan mavzuni dolzarblashtirish.
- 2.Muammoli vaziyat yaratish.
- 3.O'quv muammosini qurish.
- 4.Muammoli topshiriq qurish.

5.Muammoni izlash va yechim topish (gipotezani shakllantirish, giotezani isbotlash, yondashuvlar tahlili, umumlashma).

6.Muammo yechimini tekshirish. Tadqiqot. Izlash natijalarini tahlil qilish.

Muammoli o'qitishda o'qituvchi tayyor bilimlar haqida aytmaydi, aksincha, o'quvchilarining bu bilimni izlab topishini tashkillashtiradi. Izlash jarayonida matematik tushunchalar, qonuniyatlar, nazariyalar ayon qilib boriladi.

Muammoli o'qitish, o'qituvchi va o'quvchi o'rtasida ma'lum ma'nodagi, ya'ni o'z fikrini erkin bildirish, o'qituvchi va o'quvchi o'rtasida xayrixoh muomala-munosabatli ish uslubi o'rnatilgandagina muvaffaqiyatli amalga oshiriladi.

Muammolilik pedagogik jarayonning ajralmas qismi hisoblanadi, lekin shunday bo'lsa-da, barcha darslarni (mashg'ulotlarni) muammoli deb bo'lmaydi. Hamma narsa o'qitish paytida foydalaniladigan muammoli o'qitishga xos usul va tashkiliy shaklning hajmiga bog'liq bo'ladi.

Muammoli o'z ustunlik va kamchiliklariga ega.

Ustun jihat sifatida o'quvchilarining fikrlash qobiliyati rivojlanishini, matematik qobiliyati o'sishini, o'qishga nisbatan qiziqishi shakllana borishini, o'qishda faolligi tarbiyalanib borishini, ijodiy tushunchalarining kengayib borishini ta'kidlab o'tish mumkin.

Ayrim juz'iy kamchiliklar sifatida esa, ko'p vaqt sarflanishini, shuningdek, o'qituvchi uchun maxsus uslubiy tayyorgarlik zarur bo'lishini aytib o'tish mumkin.

**Dasturlangan o'qitish** – bu shunday o'qitishki, bunda topshiriqlar yechimi elementar jarayonlar, ya'ni o'rgatuvchi dasturlardagi o'rganilayotgan materiallar qat'iy ketma-ketlikda – ya'ni, har bir material, qoida sifatida, o'z tarkibida yangi materialning bir bo'lagi va nazorat savoli, yoki biror-bir topishirq tashiydigan shaklda beriladi.

Muammoli o'qitish quyidagilarni nazarda tutadi:

–o'quv materialini to'g'ri tanlash va kichik-kichik bo'laklarga (dozalarga) bo'lgan holda taqdim etish;

- bilimlarni doimiy nazorat qilib turish;
- o’quvchi to’g’ri javob yoki yo’l qo’yilgan kamchilik bilan tanishtirilgandan so’ng keyingi bo’lakka o’tish;
- har bir o’quvchiga, mustaqil ravishda faoliyat yuritishi uchun faqat uning o’zigagina xos bo’lgan o’zlashtirish tezliginining individual xususiyatini ishga solishga imkon berishini ta’minlash;

Hozirgi kunda nafaqat o’qitish ishlari mazmuni, balki o’qitish jarayonini ham belgilaydigan kompyuterlashtirilgan dasturlash asosida olib borilayotgan bir davrda, o’rgatuvchi dasturlarga tayanilgan holda tashkil etiladi. O’quv materialini dasturlashning har xillikdagi ikki tizimi – chiziqli va boshlang’ich tuzilishi muhim ahamiyatga ega bo’lgan davriylik elementlari mavjud bo’ladi. Dasturlashning ikki tizimini solishtirib ko’rilganda, chiziqli turida o’quvchi mustaqil ravishda nazorat savollariga javob tayyorlaydi, kengaytirilgan, ya’ni shaxobchali dasturlashda esa bir necha tayyor javoblardan birini tanlaydi. Shu ma’noda olib qaraganda, chiziqli dasturlash shoxobchali dasturlashga qaraganda, bir qadar afzalroq sanaladi.

O’qitishni dasturlangan darsliklardan foydalangan holda olib borish o’z ustunlik xususiyatiga ega. Chunki usulda o’qitish individual yondashuv xususiyatiga ega bo’lganligi bois, istiqbolli sanaladi. (jadval 2) Bu usulning yana bir afzalligi shundaki, u hisoblash mashinalaridan foydalangan holda yoki ana shunday mashinalarsiz ham amalga oshirilishi mumkin.

3-jadval

<b>O’qituvchining faoliyati</b>	<b>O’quvchilar faoliyati</b>
1.O’quv materialining 1- bo’lagini taqdim etadi..	1.Ma’lumotni qabul qilib oladi.
2.O’quv materialining 1- bo’lagi va olib boriladigan harakatlarni tushuntiradi.	2.Materialning 1- bo’lagiga tegishli harakatlarni bajaradi.
3. Nazorat savollari qo’yadi.	3.Savollarga javob beradi.

<p>4.Agar javob to'g'ri bo'lsa, o'quv materialining 2-bo'lagini e'lon qiladi. Agar javob noto'g'ri bo'lsa, xatolarni ko'rsatadi va 1-bo'lakni ishlashda davom etishni o'quvchiga topshiradi.</p>	<p>4.Agar javobi to'g'ri bo'lsa, o'quv materialining 2-bo'lagini bajarishga kirishadi. Nogto'g'ri bo'lsa, 1-bo'lakni bajarishda davom etadi.</p>
--	--

Dasturlangan o'qitishning afzalliklaridan yana biri shundaki, bo'laklarga (qismlarga) bo'lingan o'quv materiali yaxshi o'zlashtirilib bexato bajarilsa, o'qitishda yuqori samaralarga erishiladi; o'quv materiali individual holda o'zlashtiriladi; o'zlashtirishni doimiy nazorat qilib borish sharoiti yuzaga keladi; shuningdek, avtomatlashgan texnik uskunalardan foydalanish imkonи tug'iladi.

Bu usuldan foydalanishning ayrim juz'iy kamchiliklari ham bor: masalan, har qanday o'quv materialini ham birdek dasturlanavermaydi; bu usul reproduktiv faoliyatni harakatlarni bajarish orqali amalga oshiriladigan aqliy tarbiyani bir qadar chegaralab qo'yadi; bu usuldan foydalanish jarayonida o'qituvchi bilan o'quvchilar o'rtaсидagi munosabatlarda hissiy-sezish komponentlari tanqisligi kuzatiladi.

**Matematik modellashtirish.** Hayotni matematik anglashning eng samarali usullaridan biri, bu – o'rganilayotgan real obyekt yoki obektlarni boshqa biror-bir fanning boshqa sohalarida tasvirlanishi bo'yicha ularni chuqurroq o'rganish paytida kelib chiqadigan masalalarni yyechish maqsadida matematik modellashtirishdir.

**Matematik model** – bir-biriga yaqin, bir turdagи hodisalarni matematik tilda (alebraik funksiyalar yoki ularning tizimi, differential yoki integral tenglamalar yoki tengsizliklar, geomterik takliflar tizmi yoki boshqa matematik obyektlar) ifodalab yozish deganidir.

Aslida matematik modellashtirish to'rt bosqichda bajariladi:

1.Matematik ifoda tili va vositalarini izlash va topish, ya'ni matematik modelni qurish.

2.Matematik modelni o’rganib chiqish, uni tadqiq qilish, o’quvchilarning nazariy bilimlarini oshirish.

3.Matematik masalani yyechishning turli vositalarini ko’rib chiqish, masalani yyechishda qo’l keladigan eng maqbulini tanlab olish.

4.Matematik masalani yyechish jarayonida o’rganilayotgan hodisalar borasida to’plangan ma’lumotlar natijasini jamlab, boshlang’ich holatga o’girish (aylantirish) va o’rganilayotgan modelni modernizatsiyalash hamda shu asosda kelajakda (ya’ni, keyinchalik) yangi hamda nisbatan mukammallahgan matematik model qurish.

Matematik model tahlili o’rganilayotgan hodisaning asl mohiyatini anglashga yordam beradi. Chunki matematik model – tashqi olamni anglash, shuningdek, bashorat qilish va boshqarishning eng kuchli usulidir. Matematik modellashtirish usuli, tashqi olam hodisalarini o’rganish tadqiqotlarini matematik masalalarni yyechish orqali birlashtirib turuvchi xususiyati bilan boshqa tadqiqot usullaridan alohida ajralib turadi. Chunki matematik modellashtirish fanlararo ahamiyatga ega ko’plab masalalarga yechim topish imkonini beradi.

Ta’kidlash kerakki, matematik modellashtirish yordamida matematika va real hayot o’rtasidagi ikkiy oqlama aloqa mavjudligi ochib beriladi. Bir tomondan matematika atrofimizni o’rab turgan real olamdagи obyektlarni o’rganish va o’zlashtirish. Ikkinci tomondan esa – hayotning o’zi, amaliyat matematikaning keyingi rivojlanishiga xizmat qiladi va rivojlanish sari yo’naltirib turadi.

**Aksiomatik usul.** Matematika – barcha matematik isbotlarni shakl va munosabatlardan xoli tarzda, mantiqan fikrlash orqali o’rganadi. Agar A teorema B teoremadan, yoki B teorema C teoremadan chiqarilsa, natijada “cheksiz orqaga qaytish” paydo bo’ladi. Chunki bunday vaziyat avval ma’lum bo’lgan tushunchalar asosida, yangi tushunchalarga aniqlik kiritishga intilish tufayli yuzaga keladi. Ana shunday, ya’ni “cheksiz orqaga qaytish” vaziyati yuzaga kelmasligi uchun aksiomatik usuldan foydalilanildi.

Matematika fani ana shunday tarzda bayon qilingan va bizga qadar yetib kelgan kitob – Yevklidning “Ibtido” asaridir. Aksiomatik usulga nazariyalarni ilgari surish (yoki nazariya qurish)da anglashning ilmiy yoki matematikaga o’qitish usuli sifatida qarash mumkin.

**Aksiomatik usulning mohiyati.** Takliflarning haqqoniyligini o’rnatish usuli quyidagicha bo’ladi, ya’ni: ba’zi bir takliflar boshlang’ich (aksiomalar) sifatida qabul qilinadi, aksiomalar ro’yxatiga kirmaydigan boshqa (teorema deb ataladigan) takliflarni aniqlashda esa, odatda, xulosaning haqqoniyligini kafolatlaydigan mantiqiy xulosalardan foydalaniladi. Bu kabi xulosaviy, ya’ni (deduktiv) qoidalardan aniq va to’g’ri foydalanish – yaratilgan matematik nazariyani deduktiv (aksiomatik) tizimga aylantiradi.

Matematik nazariyalar yaratishda aksiomatik usul, agar o’qitish jarayonida o’quvchilarning o’zini “kichik teoremalar” yaratishga jalb etish imkonи bo’lsa va ular asta-sekinlik bilan nazariyani o’rganib borish doirasini kengaytirib borishiga xizmat qiluvchi imkoniyat yaratilsa, bu holatda u o’qitish deb ataladi.

Aksiomatik usul – o’qitish usuli sifatida o’quvchilarning bilimini tizimlashlirishda, “nimadan nima kelib chiqadi?”, degan savolga javob topishda, matematikaga xos bo’lgan haqqoniy takliflarni o’rnatishda, mavjud bilimlarni yangi bilim va anglashlar bilan boyitib borishda muhim ahamiyat kasb etadi.

**Zamonaviy pedagogik texnologiyalar.** Texnologiya nima? Texnologiya-yunoncha so’z bo’lib, *texne* - mahorat, san’at, *logos* - tushuncha, ta’limot ma’nolarini anglatadi. Texnologiya tushunchasi tayyor mahsulot olish uchun ishlab chiqarish jarayonlarida qo’llaniladigan usul va metodlar majmuyi; shunday usul va metodlarni ishlab chiquvchi va takomillashtiruvchi fan sifatida ta’riflanadi. Keyinchalik texnologiya tushunchasi ta’lim jarayonlarida ta’lim texnologiyasi nomi bilan qo’llanila boshladi.

Pedagogik texnologiya asrimizning 60-yillarda Amerika Qo’shma Shtatlarida, 70-80-yillarda boshqa rivojlangan mamlakatlarda keng qo’llanila boshlandi.

YUNESKOning 1996-yildagi xalqaro konferensiyasida mamlakatning ma’naviy-iqtisodiy salohiyatini oshirishda va ta’lim-tarbiyani intensivlashtirishda pedagogik texnologiya muhim ahamiyatga ega ekanligi ilmiy asoslandi.

“Pedagogik texnologiya bilimlarni o’rganish yaxlit jarayonida ta’lim shakllarini optimallashtirish, texnikaviy, insoniy imkoniyatlar, ularning o’zaro hamkorligini amalga oshirish metodlari tizimidir”, degan xulosaga kelindi.

Uzoq vaqt hukm surgan, sobiq tuzumga asoslangan byurokratik pedagogika ta’lim-tarbiya jarayoniga ilmiy yondashish yo’llarini berkitgan edi. Ayniqsa, rivojlangan mamlakatlar tajribasidan foydalanish man etilgan edi.

O’zbekistonda Kadrlar tayyorlash milliy dasturi mustaqillik sharofati bo’lsa, uni amalga oshirishning asosiy ilmiy-metodik omillaridan biri yangi pedagogik texnologiyadir. Zamonaviy pedagogik texnologiyaning predmeti ta’lim-tarbiya jarayonini optimal loyihalash, modellashtirish tizimi, mexanizimi, ya’ni pedagogik qonuniyatlarga asoslangan ta’lim-tarbiya tizimining samarali, ommabop mexanizmidir. Pedagogik texnologiyaning ommabopligi ilmiy asoslanganligi bilan individual mahoratdan farq qiladi. Zamonaviy pedagogik texnologiya fanini o’qitishning maqsadi – bo’lajak mutaxassislarni mavjud pedagogik qonuniyatlar va aniq shart-sharoitga, asosan ta’lim-tarbiya jarayonini loyihalash samarali metod va vositalarini tanlashga o’rgatishdan iborat.

Zamonaviy pedagogik texnologiyaning vazifasi:

– bo’lajak boshlang’ich sinf o’qituvchilariga pedagogik texnologiya, rivojlangan mamlakatlar ilg’or pedagogik texnologiyasi, O’zbekistonda Kadrlar tayyorlashning milliy dasturini amalga oshirish tajribalari haqida nazariy bilim berish:

- pedagogik jarayonni loyihalash;
- ta’lim-tarbiya maqsadi, mazmuni va optimal metodlarini qo’llash ko’nikma va malakasini shakllantirish;
- pedagogik diagnostika qobiliyatini o’stirishdan iborat.

Jamiyat taraqqiyoti bilan bog'liq ravishda ta'lif jarayonida pedagogik texnologiyalarni qo'llash ham rivojlanib boradi.

Zamonaviy pedagogik texnologiya ta'lif-tarbiya jarayonining mavjud qonuniyatlariga, mamlakatimiz rivojlanishining o'ziga xos xususiyatlariga, tarixiy taraqqiyot tajribalariga asoslanadi. Pedagogik texnologiyani yaratish milliylik va umuminsoniylik tamoyillariga, insonparvarlik va demokratiya prinsiplariga, ijodkorlik va tashabbuskorlikka tayanadi.

Pedagogik texnologiya fani bo'lajak o'qituvchilarni ilmiy-metodik tayyorlashda alohida o'rinni tutadi. Pedagogika nazariyasi va tarixidan mukammal bilim va malakaga ega bo'lgandan keyin pedagogik texnologiya yoki yangi pedagogik texnologiya fani o'rganiladi. Demak, pedagogik texnologiya pedagogika, pedagogik mahorat, psixologiya, matematik modellashtirish fanlari bilan o'zaro bog'liqlikda o'rganiladi.

Pedagogik texnologiya nima?

Bu haqida ko'pgina mualliflar o'z ta'riflarini bergenlar. Bular:

BMT ning nufuzli idoralaridan biri bo'lgan YuNESKO ta'rificha:

Ta'lif texnologiyasi – ta'lif modellarini optimallashtirish maqsadida inson va texnika resurslari va ularning o'zaro ta'sirini hisobga olgan holda butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonini aniqlash, yaratish va qo'llash tizimidir.

**V.P. Bespalko:** «Har qanday faoliyat yoki texnologiya yoki san'at bo'lishi mumkin. San'at ichki sezgi (intuitsiya)ga, texnologiya esa fanga asoslanadi. hammasi san'atdan boshlanadi va texnologiya bilan tugaydi va yana qaytadan boshlanadi», – degan edi.

**M.Ochilov** – «Pedagogik texnologiya – tizimli, texnologik yondashuvlar asosida ta'lif shakllarini qulaylashtirish, natijasini kafolatlash va obyektiv baholash uchun inson salohiyati hamda texnik vositalarning o'zaro ta'sirini inobatga olib, ta'lif maqsadlarini oydinlashtirib, o'qitish va bilim o'zlashtirish jarayonlarida qo'llaniladigan usul va metodlar majmuyidir», degan ta'rifni beradi.

Pedagogik texnologiyaga professor N.Saidahmedov «Pedagogik texnologiya bu o'qituvchi (tarbiyachi) tomonidan o'qitish (tarbiya) vositalari yordamida o'quvchilarga ta'sir ko'rsatish va bu faoliyat mas'uli sifatida ularda oldindan belgilab olingan shaxs sifatlarini shakllantirish jarayoni» – degan ta'rifni beradi.

Ta'lim texnologiyasi – oldindan belgilangan o'quv maqsadlariga erishishni kafolatlaydigan, ta'lim jarayonida inson va texnika resurslaridan foydalanishning loyihalashtirilgan muayyan tizimi.

Keltirilgan ta'riflarni ilmiy-falsafiy nuqtayi nazardan tahlil qiladigan bo'lsak, uzoq xorijda berilgan ta'riflar bilan MDH mamlakatlari olimlari bergen ta'riflari bir-biriga yaqin kelsa-da, farqi ham anchaligini ko'ramiz. Jumladan, **YUNESKO** ta'riflarida tizimli yondashuv tamoyillariga alohida urg'u berilgan.

Pedagogik texnologiyani o'rganishda tarixiy tajribalarga murojaat qilish ham katta ahamiyatga ega. Sharq xalqlari og'zaki ijodi sinchiklab o'rganilsa, bu masalaga doir materillarni topish mumkin.

**Pedagogik yangiliklarning qonunlari.** Ta'lim tizimidagi rivojlanishning yuksalishi va innovatsion jarayonlarning qarama-qarshligini tushunishda pedagogik yangiliklarning qonunlari yordam beradi.

1. *Pedagogik innovatsion muhit barqarorligi o'zgarishini ortga qaytarib bo'lmasligi qonuni.* Ta'lim tizimidagi har qanday innovatsion jarayon, hayotga tatbiq etilayotgan paytda, so'zsiz, o'zi tatbiq etilayotgan innovatsion ijtimoiy-pedagogik muhitda ortga qaytarib bo'lmaydigan o'zgarishlarni keltirib chiqaradi. Natijada, biror-bir pedagogik jarayonlar yoki hodisalar to'g'risidagi yaxlit tushunchalar yemirila boshlaydi. Pedagogik yangilikning ijtimioiy-pedagogik muhitga bunday kirib kelishi, u haqdagi fikrlarni, uning ahamiyati va qimmati to'g'risidagi fikrlarning qutblashuviga olib keladi. Pedagogik yangilik qanchalik ahamiyatli bo'lsa, har xil turdag'i, ya'ni nazariy, tajribaviy, kommunikativ va amaliy innovatsion muhitga tegishli bo'lgan o'zgarishlar ham o'shanchalik o'zgara boradi.

2. *Innovatsion jarayon yakuniy bosqichini amalga oshirish qonuni.* Har qanday innovatsion jarayon ertami-kechmi, tartibsizmi yoki ongli ravishdami amalga oshirilgan bo'ladi va o'z faoliyatini yangilik sifatida tugatadi. Bu borada rus olimi V.A. Shatalovning tajribalari ibratlidir.

3. *Pedagogik innovatsiyalarni strereotiplashtirish qonuni.* Har qanday pedagogik innovatsiya fikrlash va amaliy harakat stereotipga aylanishi mumkin. Shu ma'noda olib qaraganda, u tugallanishga mahkum sifatida boshqa yangiliklarni amalga oshirish yo'lida to'siq vazifasini o'tovchi stereotipga aylanadi.

4. *Pedagogik yangiliklarning siklli takrorlanish qonuni.* Ta'lim tizimiga xos xususiyatlardan biri, biror-bir yangilik yoki hodisaning yangi sharoitlarda qayta takrorlanishidan iborat bo'ladi. Shuning uchun ham pedagogik nazariya va amaliyotdagi yangiliklar maxsus qarshiliklarni keltirib chiqaradi. Chunki o'qituvchilarning ma'lum bir qismi yangilikni "allaqachon unutilgan eskilik" sifatida qabul qiladi. Ko'pchilik yangilikni u pedagogikada anchadan foydalanib kelinayotgani uchun ham ko'rmaydi, vaholanki, yangilik yangi sharoitlarni inobatga olgan holda taklif etilayotgan bo'ladi.

Bu qonunlar bilan pedagogik innovatsion qonuniylikka xos bo'lgan xususiyatlar cheklanmaydi, chunki uni hali tadqiq etish ishlari davom ettiriladi.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

- 1.Matematikaga o'qitish usullaridan qanday usullarni bilasiz?
- 2.O'qitish usullarini tasniflang.
3. O'qitishning qanday usullarini bilasiz?
- 4.Pedagogik texnologiyalar qachondan qo'llanila boshlangan?
- 5.Pedagogik yangiliklarning qonunlarini bilasizmi?

## **5. MATEMATIKA O'QITISHNI TASHKIL ETISH SHAKLLARI**

**Matematika darsi va uning strukturasi. Darsning turlari.** O'quv jarayonida turg'un tashkiliy shakl yoki o'qitish turlari sifatida namoyon bo'ladigan pedagogik jarayon muhim rol o'ynaydi.

**O'qitish shakllari** – o'quv mashg'ulotining turi, o'quvchilar hamda o'qituvchining o'quv faoliyatini tashkil etish vositasi bo'lib, u o'quvchilarning o'qish jarayonida bilimini orttirishga, tarbiyalashga, uquvi hamda ko'nikmalarini rivojlantirishga yo'naltirilgan.

**Dars – o'qitishning asosiy shakli.** Maktabda o'quvchilar bilan o'quv-tarbiyaviy ish olib borishning asosiy shakli dars hisoblanadi.

*Dars* – mantiqan tugallangan, butun, o'quv-tarbiyaviy ishlarni olib borishda vaqt doirasi kesimi bilan chegaralangan jarayon. Darsda bu jarayonning barcha elementlari (maqsad, mazmun, vositalar, usullar, tashkiliy shakllar) mujassam bo'ladi. Dars o'qituvchi va o'quvchilar faoliyatini tashkil etish shaklini namoyon etadi.

Dars bu – sinf o'quvchilari bilan 40-45 daqiqa mobaynida davom etadigan mashg'ulot. Bunday mashg'ulotlar soni maktab o'quv rejasiga, uning mazmuni esa davlat standarti va o'quv dasturlari tomonidan belgilanadi.

Dars tushunchasi o'ziga xos xususiyatlarga (asosiy xususiyatlarga) ega bo'ladi, bu esa uni turli nuqtayi nazardan ko'rib chiqish imkonini beradi. Boshqacha qilib aytganda, dars quyidagi komponentlarga ega bo'ladi:

- maqsad;
- mazmun;
- o'qitish vosita va usullari;
- o'quv faoliyatini tashkil etish.

Dars maqsadlari orasida: ta'lim, tarbiya va rivojlantirish muhim rol o'ynaydi. Dars maqsadiga mos ravishda o'qitish, birinchi navbatda, dars mazmuni tanlanadi. Dars maqsadini belgilashda o'qituvchiga o'quv dasturlari, uslubiy qo'llanmalar, didaktik materiallar, uslubiy tavsiyalar v.b. yordam beradi.

O'quv jarayoni o'qitish vositalarining, usullarning va qo'llanishlarning tarkibani yaxlit bo'lishini taqozo etadi. Har bir usulning, qo'llanishning o'qituvchi va o'quvchilar o'zaro munosabatlari orqali aniqlanadigan o'z tashkiliy shakli bo'ladi.

O'qituvchi darsda butun o'quv faoliyatini, xususan, o'quvchilar faoliyatini tashkil etishning har xil: umumiy (butun sinf bilan ishlash), guruhli (bo'g'in, guruh v.h.) hamda individual shakllaridan foydalangan holda boshqaradi. O'quv faoliyatining tashkiliy shakli dars paytida turli birikmalar va ketma-ketlikda namoyon bo'ladi. Bu borada ta'kidlash o'rinniki, dars vaqtini zichlashtirishda, o'quvchilarning o'zaro birgalikda o'qishini va o'quvchi shaxsini rivojlantirishda muhim ahamiyatga ega bo'lgan jamoaviy ishlash shaklining o'rni va roli beqiyosdir.

O'quv jarayonini mantiqiy nuqtayi nazardan ko'rib chiqar ekanmiz, biz dars tizimi tushunchasiga yaqinlashamiz. Darhaqiqat, dars tizimi deyilganda nima tushuniladi? Endi shu haqda so'z yuritamiz. Avvalo, shuni ta'kidlash kerakki, o'quvchilarni yangi material bilan tanishtirishdan iborat bo'lgan darsning umumiy tizimi hamisha didaktik ahamiyatga ega uchta komponentdan iborat bo'ladi:

1. Avval olingan bilim va harakat vositalarini faollashtirish.
2. Yangi bilim va harakatlar vositalarini shakllantirish.
3. Olingan bilimlarni amalda qo'llash.

Matematika darsi tushunchasidan foydalangan holda qo'llash mumkin bo'lgan ko'p imkoniyatlar orasidan darsning quyidagi asosiy bosqichlarini alohida ajratib ko'rsatish mumkin:

1. O'quvchilar oldiga dars maqsadini qo'yish.
2. Yangi material bilan tanishtirish.
3. Yangi materialni mustahkamlash: a) inshakltsiyalar va harakat vositalarini tiklash darajasida; b) ijodiy qo'llanish va bilim izlash darajsida.
4. Bilim, uquv va ko'nikmalarni tekshirish.
5. O'rganilgan materialni tizimlashtirish va umumlashtirish.

Bitta dars, bu – berilgagan mavzu yoki maktab kursining biror bo’limiga oid boshqa darslar zanjiridagi bitta bo’g’in. Shunday bo’lsa-da, boshqa tomondan olib qaraganda, har bir dars, hatto, uning har bir bosqichi tugallangan bir butunlikni tashkil etadi.

**Dars turlari.** Dars turi deyilganda – dars tizimini variantlashning mazmun elementlari bilan bog’liqlik tushunchasi nazarda tutiladi.

Didaktikada quyidagi tasniflashlar bir qadar mukammallahashgan hisoblanadi:

- darslar tizimidagi o’quv mavzulari bo’yicha o’rni;
- didaktik maqsadning asosiy belgisi;
- dars o’tish vositasi.

Har xil darslarda har xil didaktik maqsad hamda didaktik vazifalar qo’yiladi va ular bir xil hajm va ahamiyatga ega bo’lmaydi, shuning uchun bir-biridan quyidagicha farqlanadi:

- oddiy dars, bunda faqat bitta didaktik vazifa (yangi materialni o’rganish, yoki o’rganilganlarni mustahkamlash yoki nazorat) qo’yiladi;
- murakkablashgan (aralash) dars, bunda izchil ravishda bir necha vazifalar bajariladi;
- sintetik dars, bunda bir necha didaktik vazifalar bajariladi.

O’qitish amaliyotida ko’proq murakkablashtirilgan darslardan foydalilanildi. Bunday darslarning tuzilishi quyidagicha bo’ladi:

- 1.Tashkiliy qism.
- 2.O’quvchilarning bilim va malakasini tekshirish.
- 3.Yangi materialni bayon qilish.
- 4.O’rganilganlarni mustahkamlash.

Darslar to’rtta asosiy turga bo’linadi:

- yangi material bilan tanishtiruvchi dars;
- o’rganilgan materialni mustahkamlovchi dars;
- bilimlarni, ko’nikma hamda malakalarini tekshirib ko’rish darsi;
- o’rganilgan materialni takrorlash va umumlashtirish darsi.

O'qitish amaliyotida dars-ma'rutzerlar, o'quvchilarning mustaqil ishlashi, bilimlarning jamoatchilik ko'rige dars turlari mavjudligi haqida ko'p gapiriladi.

Bu darslarga ularning asosiy didaktik vazifalar nuqtayi nazaridan qarab ko'rilsa, ularning bari yuqorida aytib o'tilgan turlarning har xil ko'rinishidan iborat ekanligi ma'lum bo'ladi. Dars ma'ruza – bu, yangi material bilan tanishitirish darsi, bilimlarning jamoatchilik ko'rige darsi esa – bilimlarni, uquv hamda ko'nikmalarni tekshirib ko'rish darsidir.

Ko'rib chiqilgan tasniflardan tashqari, dars o'tishni tasniflash (takrorlash darsi, dars-suhbat, nazorat ishi bajariladigan dars, murakkablashtirilgan dars v.h.) ham keng tarqalgan. Bundan tashqari, o'quvchilarni matematikaga o'qitish amaliyotida: kompyuter sinfida o'tiladigan dars, joylar asosida o'lchash darsi, sanoq asboblarida hisoblash darsi, kinodars va boshqa darslar ham uchrab turadi.

Biror-bir aniq darsni izohlash paytida, ko'pincha ikki xil tasnif – uning asosiy didaktik vazifasi va dars o'tish vositalaridan kelib chiqib fikr bildirishadi. Masalan, dars-ma'ruza deyilganda, uning asosiy didaktik maqsadi va o'tilishi usuli ham nazarda tutiladi.

Tasniflarning birortasi ham dars tushunchasini har tomonlama va to'liq izohlay olmaydi. Yangidan faoliyat boshlayotgan yosh o'qituvchilarga bu borada tajribali o'qituvchilarning darslarini ko'proq kuzatishni, ular to'plagan tajribalarni tahlil qilish hamda o'z faoliyatida qo'llashni tavsiya etish mumkin.

**Zamonaviy darslarga qo'yiladigan talablar.** Dars o'qituvchi tomonidan – dars paytida bajariladigan barcha ishlarni vaqt bo'yicha va bu ishni ijrochilar – o'quvchilar hamda o'qituvchi, o'quvchilarning turli toifalari o'rtasida taqsimlab chiqish, doska va o'quvchilar daftariga mazmun hamda yozuvlarni joylashtirish kabi nozik detallar avvaldan o'ylab chiqilishi kerak. Dars boshlangunga qadar, zarur bo'ladigan texnik vositalar tanlab olingan (tayyorlangan) bo'lishi va ularning ishga yaroqliligi tekshirib ko'rilgan bo'lishi kerak.

Zamonaviy dars o'zining bir maqsadga yo'naltirilganligi, asosiy didaktik maqsadning mavjudligi, darsning barcha elementlarining bir maqsadga

yo'naltirilganligi; dars mazmunining ratsional qurilishi; o'quvchilarni matematika darslari orqali faol o'qishga va tarbiyalanishga undash vositalari, metodlarni optimal tarzda tanlashi bilan alohida ajralib turadi.

Sanab o'tilgan talablarni bajarish darsning tashkiliy jihatdan aniq bo'lismeni ta'minlaydi. Darsni bunday yuqori saviyada tashkil etishga esa, o'qituvchi dars materialini, butun o'quv predmetini yaxshi bilishi, materialni bayon qilish paytida o'ylashga va eslashga ko'p vaqt sarflamasa, shuningdek, sinfdagi o'quvchilarining individual xususiyatlarini yaxshi bilsa, sinfdoshlariga nisbtan bir qadar kuchliroq bolalarga "yuklash" uchun qo'shimcha materiallarga ega bo'lsagina erishadi.

Zamonaviy matematika darsi oldiga quyidagi vazifalar qo'yiladi:

- ahamiyati yuqori bosh materialni tanlab olish;
- o'rganilayotgan faktlarning ilmiyligi hamda ishonchli bo'lisi;
- motivlangan va differensiyalanganlik;
- pedagogik fikrlashning dars vazifasiga mos bo'lisi;
- dars turining qo'llaniladigan vositalar va o'ylangan darsga mos bo'lisi;
- o'quvchilarining bilishga intilishdagi faolligi;
- mazmunning to'laqonli bo'lisi;
- matematika faniga qiziqishni tarbiyalashi;
- o'qituvchi va o'quvchilar faoliyatining bir xillikda bo'lisi.

### **Zamonaviy darsni tashkil etish.**

**Darsni tayyorlash** uchun o'qituvchida yaxshi tayyorgarlik va rejalashtirish metodikaisi bo'yicha yaxshi nazariy bilim bo'lisi lozim.

**Darsni rejalashtirish tizimi** o'z ichiga quyidagilarni oladi:

- 1.Yillik va yarim yillik rejalashatirish.
- 2.Mavzuli rejalashtirish.
- 3.Darslar bo'yicha rejalashtirish.

O'quv-tarbiyaviy ishlari jarayoni samaradorligi – o'qitish natijasining sarflangan vaqtga munosabatini anglatadi. Darsning samaradorligi ko'p

sabablardan, masalan, matematikani o'qitishning hududiy imkoniyatlariga ham bog'liq bo'ladi.

Dars – o'qitish sifati va samaradorligining yuqori yakuniy natijalariga erishishga qaratilgan bo'lishi kerak.

O'qituvchining darsga tayyorlanishi ikki bosqichdan iborat bo'ladi:

1.Pedagogik, uslubiy qo'llanmalarini o'rganish, ilg'or pedagogik tajribalarga bag'ishlangan o'quv dasturlarini tahlil qilish.

2.O'quv materiali mazmunini qurish, mashg'ulotlarni rejalashtirish va didaktik sharoitlar yaratish.

Zamonaviy darsga tayyorlanishda izchillikka rioya qilish maqsadga muvofiq bo'ladi. Ya'ni:

1. Darsning maqsadini shakllantirish.
2. O'quv materiali mazmunini tayyorlash.
3. Darsning didaktik vazifalarini aniqlash.
4. O'qitishning bir qadar samarali usullarini tanlash.
5. Dars rejasini tuzish.
6. Didaktik vositalarni qo'llashni tahlil qilish.

O'qituvchining darsga tayyorlanishida taqvim reja asosiy o'rinda turadi.

Darsni rejalashtirish shakliga quyidagi jadval misol bo'la oladi.

4-jadval

Taqvim reja	Dars tartibi		
	1	2	3
<b>I. Mavzu nomi</b>  1. Mavzular boyicha dars tizimining didaktik maqsadi. 2. Dars turi. 3. O'qitishning umumiy metodlari. 4. Dars jihizi va axborot olishning asosiy			

<p>manbasi</p> <p><b>II. Mavzuning dolzarbligi.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tayanch tushunchalar va harakat turlari</li> <li>2. Takrorlash manbalari</li> <li>3. Mustaqil ish turlari</li> </ol> <p><b>III. Yangi tushunchalarni shakllantirish va harakat usullari</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Yangi tushunchalar va harakat usullari</li> <li>2. Yangi tushunchalarni shakllantirish bo'yicha mustaqil ish turlari</li> </ol> <p><b>IV. Qo'llash.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mustaqil ish turlari</li> <li>2. Fanlararo integratsiya</li> </ol>		
--	--	--

O'qituvchining ma'lum bir darsga tayyorlanishida quyidagi (4-jadval) konspekt shakli misol bo'la oladi.

5-jadval

Mavzu:						
Maqsad: Ta'limiy:						
Tarbiyaviy:						
Rivojlantiruvchi:						
Soat: _____ sinf _____						
O'quv qo'llanma, adabiyotlar: _____						
1	2	3	4	5	6	7
		..... ..... .....				
1. Darsga sarflangan vaqt						

2. Dars bosqichlari
3. Dars mazmuni
4. Dars metodi
5. O'qitish vositalari
6. Berilgan materialning xususiyati

***Matematika darsiga tayyorgarlik. Dars tahlili. Matematika darsiga qo'yiladigan talablar.***

*Dars tahlili* – bu, butun darsni yoki uning ma'lum bir tomonini muhokama qilish va baholash degani. *Dars tahlili* – o'qituvchining professional mahoratini oshirish; maktab o'qituvchilar faoliyatiga biror-bir yangilik kiritish va o'qitish ishlarini yaxshilash vositasi; talabalar tayyorlash uslubi; dars paytidagi barcha o'quv-tarbiyaviy jarayonlarning barcha mumkin bo'lgan tomonlarini baholovchi omil sifatida juda zarur.

Dars tahlili quyidagi holatlarni o'z ichiga oladi:

- 1.Maktab, sinf, fan, o'qituvchining ism-sharifi.
- 2.Mavzu, darsning ta'limiy-tarbiyaviy vazifalari, bayonning izchil bo'lishi, o'qitish vositalari, o'qitishni tashkil qilish.
3. Darsning tashkiliy boshlanishi.
- 4.Darsning tashkiliy tuzilishi.
- 5.Dars o'quv materiali mazmuni tahlili.
- 6.Darsga nisbatan umumpedagogik hamda didaktik talablar va ularning bajarilishi.
- 7.O'qituvchi faoliyati.
- 8.O'quvchilar faoliyati.
- 9.Darsning umumiyl bahosi. Xulosalar.

Darslarning quyidagi: kompleks, tizimli, qisqa, aspektli, o'z-o'zini tahlil qilish kabi turlari mavjud.

**Kompleks tahlil** – bu har tomonlama, ya’ni darsni maqsad, o’qitish mazmuni, o’qitish vositalari usullari, dars paytidagi foliyatni tashkil etish va darsning tuzlimaviy elementlarini qamrab olish imkonini beradigan tahlil.

**Tizimli tahlil** – bu dars tuzilishini qurishda, dars maqsadini amalga oshirishda darsning ma’lum bir bosqichi asoslanganligi zarurligi nuqtayi nazaridan qaragan holda amalga oshiriladigan tahlil. Chunki bu holatda darsning har bir bosqichi alohida tahlil qilinadi, bu bosqich umumiyoq o’quv mashg’ulotida nechog’li foydali va ahamiyatli ekanligi ko’rib chiqiladi.

**Qisqa tahlil** – bu darsning asosiy maqsadini amalga oshirishda ishtirok etadigan barcha komponentlari ishini, ya’ni shaklning mosligi, vositalar, dars mazmuni, dars maqsadini aniqlab beradigan tahlil.

**Aspektli tahlil** – bu darsni chuqur tarzda bitta yo’nalishda, asosda, aspektida chuqur tahlil qilishdir. Ulardan ba’zi birlarini alohida ko’rsatib o’tamiz:

- darsning maqsadini amalga oshirish (ta’limiy, tarbiyaviy, rivojlantiruvchi maqsad);
- dars matematik mazmunining ilmiylik darajasi;
- darsning umumiyoq tuzilishi tahlili;
- dars paytida qo’llaniladigan o’qitish usullari;
- o’quvchilarining o’qish uquvi hamda ko’nikmalarini shakllantirish;
- O’quv materialini taqdim etishning hissiyotliligi;
- o’quv materialining mazmun va dastur talablariga mosligi v. b.

Shuningdek, darsning psixologik, etik, gigiyenik va boshqa aspektlarini ham alohida ajratib ko’rsatish mumkin.

**O’z-o’zini tahlil** – o’qituvchi tomonidan o’qitishning butun tizimini qurish maqsadida darsni bo’laklarga bo’lib chiqishi va shu asosda optimal sharoitlarda optimal natijalarga erishuvi.

Darsni o’z-o’zini tahlil qilish usuli asosida ko’rib chiqar ekan, har bir o’qituvchi quyidagi savollarga javob topishi kerak:

1.Darsning o’quv kursidagi o’rni izohi.

- 2.Dars qaysi turga kiradi?
- 3.Darsda qanday maqsad va vazifalar yechildi?
- 4.Dars tuzilishiga asos bo’lgan motivlar.
- 5.Dars paytida vaqt qanday taqsimlandi?
- 6.O’quv materialining bazaviy mazmuni.
- 7.Dars maqsadi bilan o’qitish shakli o’rtasida qanday bog’lanish bor?
- 8.Nima uchun o’qitishning aynan shu usullari tanlandi?
- 9.O’quvchilarga differensial yondashuv qanday amalga oshirildi?
- 10.Bilim nazorati qanday usul va shakllarda amalga oshirildi?
- 11.O’qitishning qanday vositalaridan foydalanildi?
- 12.O’quvchilarning yuqori darajada ishchanligiga nimaning evaziga erishildi?
- 13.Darsda qo’yilgan barcha vazifalar amalga oshirildimi?
- 14.Darsning intensivligi va samaradorligi qanday bo’ldi?

Darslarni tahlil qilishni bilishga o’rgatish matematika o’qituvchisini uslubiy jihatdan tayyorlashning muhim tarkibiy qismi sanaladi. O’quv adabiyotlarida, didaktikada, matematikaga o’qitish metodikasida darsni tahlil qilishning har xil variantlari mavjud.

Dars tahlilining har qanday turi uning matematik tahlili bilan yaqin bog’liqlikda bo’lishi kerak.

Dars tahlili bo’yicha yana bitta tizimni misol tariqasida keltirib o’tamiz.

**1.Dars haqida umumiy ma’lumotlar:** maktab, sinf, fan, o’qituvchining ism-sharifi, dars mavzusi, maqsad, dars turi.

- 2.Darsni tashkil qilish.
  - o’qituvchining darsga tayyorligi;
  - o’quvchilarning darsga tayyorligi;
  - sinfxonanining tayyor holga keltirilishi;
  - darsning safarbar etuvchi holatda boshlanishi.

**3.Darsning tuzilishi:**

- dars bosqichlari, vaqtini taqsimlash;

- bosqichlarning aniqligi, bosh vazifani aniqlab olish;
- dars tuzilishining maqsad va mazmunga mos kelishi;
- dars va mavzuning mazmundorligi;
- o’quvchilar bilan ishslashning jamoaviy, guruhli va individual usullarini birlashtirish.

#### **4.Dars mazmuni.**

- materialning aniq hajmi, uning dastur va o’quvchilarning bilim darajasiga mos kelishi;
- materialni bayon qilishning ilmiyligi, ta’limiy va tarbiyaviy funksiyalarining birligi;
- nazariya va mashg’ulotlarning mosligi;
- o’tilganlarni takrorlash, tayanch bilimlar;
- fan ichidagi fanlararo bog’liqlar, hayot bilan bog’liqlik.

#### **5.O’qitish metodlari va vositalari:**

- o’qitish usullarining maqsadga muvofiqligi; o’qitishda didaktikaning asosiy prinsiplariga erishish:
  - o’qituvchining darsdagi roli va o’quvchilarning anglash faolligi;
  - “o’qituvchi-o’quvchi” qaytma aloqasining mavjudligi;
  - o’quvchilarning mantiqiy fikrlashini va o’qishda mustaqil bo’lishini rivojlantirish;
  - zaif o’zlashtiruvchi o’quvchilar bilan ishslash;
  - o’quvchilar bilimini tekshirish va baholash usullari;
  - o’quvchilarning darsda muvaffaqiyatga erishishi uchun ularning diqqatini bir joyga jamlab turish;
  - dars yakuni, uning tarbiyaviy qimmati.

#### **6.O’qituvchi shaxs sifatida:**

- o’qituvchining bilimi va uslubiy jihatdan savodxonligi;
- nutq madaniyati va pedagogik ta’kidi;
- o’quvchilarga nisbatan mehribonlik va talabchanlik;

–o'qituvchining o'quvchilar bilan aloqasi.

### **7.Dars bo'yicha yakun:**

- darsning samaradorligi;
- darsning qimmatli tomonlari va kamchiliklari;
- o'qituvchiga takliflar.

**Bilim, ko'nikma va malakalarni nazorat qilish darslari.** O'quvchilarning olayotgan bilimlarini qanday o'zlashtirayotganini nazorat qilish bilan ular bu bilimlarni xotirasida qanchalik saqlab qolayotgani ustidan olib boriladigan, ya'ni joriy va kechiktiriladigan nazoratni farqlay bilish kerak. Unisi ham, bunisi ham yozma yoki og'zaki tarzda so'rov shaklida olib boriladi. Har qanday so'rovlardan esa umumiylig talab etiladi. Bizning maktablarimizda o'qitishning umumiy bo'lganligi uchun ham so'rovlar umumiy bo'lishi kerak. Shunisi ham borki, so'rov o'quvchini hamma narsani hamisha ham bilaverish zarurligi tushunchasidan xalos etadi.

Masalan, agar matematika o'qituvchisi atigi bir necha o'quvchidan uchburchaklar tengligining birinchi alomatlari isboti haqida so'rasha, ushbu savol bilan murojaat etgan o'quvchilar bemalol keyingi ikkinchi va uchinchi alomatlar haqidagi savollarga javob berish uchun tayyorlanmasliklari mumkin. Buni shunday tushunish kerak: qayerda ehtimollik qonuni buzilsa, o'sha yerda qulaylik buziladi. Ya'ni, bola bugun undan kecha o'tilgan darsni so'rashadimi yoki yo'qmi, bilmaydi. Shu o'rinda bitta misol keltirib o'tsak, o'rinli bo'ladi. Shunday bir nuqtayi nazar bor – bola yashashga tayyorgarlik ko'radi. Boshqa tushuncha ham bor – bola yashayapti. Nima uchun uning hayoti kattalarga nisbatan noqulayroq bo'lishi kerakligi tushunarsiz bir holdir. Axir, katta yoshli odam ertalab ishga bora turib, bugun uni oldinda nima kutayotganini yaxshi biladi-ku. Bola esa o'zi uchun muhim bo'lgan narsani – bugun undan darsda o'tilganlarni so'rashadimi, yo'qmi, bilmaydi. Shuning uchun ham bunday so'rovlarda tizimli bilimlar haqida gap bo'lishi mumkin emas.

Bolaning yoshi qancha katta bo'lsa, shuncha ko'p nazariy materiallar uchraydiki, ularni yozma ravishda bayon etishning iloji yo'q, ularga faqat og'zaki ravishda atroflicha javob berish mumkin. Bunga 7-sinfdagagi uchburchaklar tengligi belgilari misol bo'la oladi. Bunday holatda og'zaki so'rov o'tkazish kerak. Lekin bu so'rov umumiylashgan bo'lishi kerak. Bu ishni amalga oshirish uchun bir o'quvchi ikkinchi o'quvchi bilan so'rov o'tkazishini tashkil etish kerak. Joriy nazorat (yozma yoki og'zaki) kundalik ish jarayoniga tabiiy ravishda singdirilishi kerak. Chunki matematika kursi mantiqan juda to'g'ri tuzilgan, demak, ana shu mantiqqa asosan joriy nazorat tabiiy, uzluksiz xususiyatga ega.

Keyinga qoldirilgan nazorat, bu – boshqa masala. Uning maqsadi – butun kurs bo'yicha bilimni mustahkamlash. Buning uchun maxsus tashkil etilgan uzluksiz takrorlash talab etiladi.

Kursning katta mavzulari bo'yicha bilimlarni nazorat qilish yozma nazorat ishlari orqali amalga oshiriladi. Nazorat ishi matniga nafaqat amaliy masalalarini yyechishni, balki nazariy ahamiyatga ega savollarni ham kiritib to'g'ri qilishadi. Masalan, “Kvadrat ildizlar” mavzusidagi birinchi nazorat ishi topshiriqlari quyidagicha bo'lishi mumkin:

- 1) kvadrat ildiz aniqlovchisini kirititing.
- 2) ikki son chiqarish orqali kvadrat ildizini isbotlab bering.

Bu ikki topshiriqdan birinchisini boshqa variantlarda kvadrat ildizni kvadrat tenglamalari, kvadratni esa kvadrat ildizi teoremlari bilan almashtirish mumkin. Ikkinchi topshiriqni esa ildiz teoremasi bilan almashtirsa bo'ladi.

Ko'plab o'qituvchilar matematika kursining katta mavzulari bo'yicha sinovlar o'tkazishadi. Bunday sinovlarning metodikasi nazariy jihatdan ishlab chiqilmagan, shuning uchun ham har bir o'qituvchi bu ishni o'z bilganicha amalga oshiradi.

Matematika bo'yicha bilimni nazorat qilishning keng tarqalgan va zaruriy shakllaridan biri – nazorat ishi.

Nazorat ishi an'anaviy tarzda ikki variantda o'tkaziladi. Bu variantlar doskaga (xattaxtaga) yozib qo'yiladi. Ishlash paytida o'qituvchi u mustaqil yozilishini

nazorat qilib turadi. Har qanday muloqotning oldi olinadi. Shuni ham eslatib o'tish lozimki, bunday ishlashda xuddi futbol hakamlari kabi sariq va qizil kartochkalardan foydalanish qulaylik tug'diradi. O'quvchi tomonidan tartib birinchi bor buzilganda uning ismi doskaga (xattaxtaga) yozib qo'yiladi, ikkinchi bor shunday qilsa, nomi doskadan o'chiriladi, uchinchi bor tartibni buzsa, nazorat ishi uning qo'lidan olib qo'yiladi.

Nazorat ishi bir necha variantda o'tkazilsa, yaxshi bo'ladi. Buning uchun esa o'quvchining nafaqat yonida, balki oldi va orqasida ham shu variantni ishlayotganda hech kim bo'lmasligi kerak. (Bu yerda gap to'liq sinf haqida borayapti, agar sinfda bor-yo'g'i yetti kishi bo'lsa, xona kengligi yetarlicha hajmda bo'lsa, bitta variantli nazorat ishini qo'llasa ham bo'ladi). Agar variantlar soni to'rtta bo'lsa, yanayam yaxshi. Lekin shunday o'qituvchilar ham borki, ular variantlar soni yanada ko'proq – o'nta, hatto, sinfdagi bolalar soniga teng bo'lishini istashadi. Lekin bunday xilma-xillik ishni tekshirish va natijalarni tahlil qilishni qiyinlatirib qo'yadi.

Yozib bo'lingan ishni o'qituvchi yig'ib olishi va sinchkovlik bilan tekshirib chiqishi kerak. Bu ishni qanday amalga oshirish to'g'risida turlicha fikrlar mavjud. Ba'zilar tekshirilayotgan ishdagi barcha xatolarni qizil qalam bilan tuzatib chiqish kerak deb hisoblashadi. Boshqalar esa xatolarni tuzatish emas, tagiga chizib chiqish kerak, deb hisoblaydi. Bunday fikrlovchilarning ta'kidlshicha, kam hisoblash va noto'g'ri yozuvlar tagiga – to'lqinli, oddiy xatolar tagiga – to'g'ri, qo'pol xatolar tagiga esa – ikki chiziq tortish lozim. Fikr bildiruvchilarning uchinchi toifasi esa, umuman, hech qanday chiziq tortmaslikni, xatolarni tuzatmaslikni, buning o'rniga daftar hoshiyasiga masalaning har biri to'g'risida yechilgan yoki yechilmaganligini (chunki o'quvchi xatolarni o'zi to'g'rashi lozim, agar uddalay olmasa o'qituvchiga murojaat qilishi kerak) qayd etish kifoya deb hisoblashadi.

Shunday qilib, nazorat ishi yozildi va tekshirib chiqildi. Ishni eplolmaganlarni nima qilish kerak? Bunday holatda hammasi "omadsizlar" soni nechta ekanligiga

bog’liq. Agar kam sonli bo’lsa, ular bilan qo’shimcha (qo’shimcha mashg’ulot o’tkazish yoki qo’shimcha uy vazifasi berish) ish olib borish kerak. Agar ular ko’pchilik bo’lsa, unda keyingi darsda barcha o’quvchilarni variantlariga qarab guruhlarga bo’lgan holda (buning uchun stollarni surib qo’yish mumkin) o’tqizib chiqing. Har bir guruhda bittadan topshiriqni yaxshi bajargan (agar bunday o’quvchilar bo’lmasa, nazorat ishi boy berilgan deb hisoblanadi, sinfda avval o’rganilgan butun materialni o’rganishni qayta takrorlashga to’g’ri keladi) o’quvchi bo’lishi kerak. Ana shu kuchli o’quvchi ishni o’z guruhidagi barcha bolalar boshqatdan oqqa ko’chirishini ta’minlaydi. Ish bajarilgach, yig’ib olinadi va kuchli o’quvchilar (bu o’quvchilar “begona” guruhlardagi o’quvchilar ishini tekshirishga jalb etilishi ham mumkin) yoki o’qituvchi tomonidan tekshirib chiqiladi. Agar tekshirish natijasi hamma o’quvchilar hamma narsani tushunganini ko’rsatsa, almashtirilgan variantdagi ishlari qayta ko’chirib chiqiladi. Nazorat ishlari topshiriqlarini tuzishdagi muhim muammo, bu – variantlardagi qiyinlik darajasini solishtirib ko’rishdir. Bu borada ham har xil fikrlar mavjud. Variantlar har xil qiyinchiliklarda bo’lishi kerak deguvchi mutaxassislar ham bor. Ularning ba’zilari bajarilgan ishga qiyinchiliklarni inobatga olmagan holda “besh” baho qo’yish kerak, deguvchilar ham bor. Yana boshqalari esa, o’quvchi oson yoki qiyin variantni yozib olganiga qarab, baholash ishlari olib borilishi kerak, deb hisoblaydilar. Bundan tashqari qanday baho olishni istagan holda o’quvchining o’zi qaysi variantni tanlaganiga qarab baholash lozim, deb hisoblovchi mutaxassislar ham bor. Biz esa har qanday holatda ham o’quvchi ishdan bo’yin tovlamay, o’zini namoyon etishi uchun imkon berish kerak, deb hisoblaymiz. Shuning uchun ham biz barcha variantlarda o’sib boruvchi (“qiyinlik zinachasi”) qiyinchilik bir xil bo’lishini tavsiya etamiz. Mayli, kim nimaga qodir bo’lsa, ya’ni har bir o’quvchi bugungi kundagi bilimi imkon beradigan darajagacha topshiriqni yechsin, nimaga qodirligini ko’rsatsin.

Ba’zi bir mavzular borki, ular bo’yicha (ayniqsa, geometriyada ko’p) qiyinchiligi bir xil bo’lgan variantlar tuzish og’ir, chunki bunday mavzulardagi

masalalarning har biri o’z qiyofasiga ega, shuning uchun ham ular qanday yechilishini tekshirib ko’rging keladi. Bu boradagi nazorat ishlari alohida metod asosida tuzib chiqish lozimligini maslahat beramiz. O’qituvchi kartochkalarga topshiriqlarni (topshiriq matni yoki uning darslik bo’yicha raqamini) yozadi va o’quvchilarga taxlam ichidan bittasini tanlab olishni taklif etadi. Olingan har bir topshiriq shu o’quvchi nomiga yozib qo’yiladi. O’quvchi bu topshiriqnini yo bajaradi, yoki uni ishslashni rad etadi, har ikkala sharoitda ham bola keyingi kartochkani oladi v.h. Ish tugagandan so’ng o’qituvchi qo’lida o’quvchilarning har biri olgan topshiriqlar ro’yxati, shuningdek, barcha topshiriqlar bajarilgan yoki hammasi bajarilmagan nazorat ishlari jamlanadi. Bu topshiriqlarni qo’shimcha ravishda qayta saralab chiqish mumkin. Masalan, masalalarning bir qismi avval sinfda yechilgan bo’lsa, bu masalalarni alohida rangli yoki alohida o’lchamli kartochkalarga kiritiladi hamda har bir o’quvchiga navbat bilan u yoki bu ko’rinishdagi kartochka beriladi. Bunday usulda ishslash bolalarga juda yoqadi, lekin u tekshirishda qiyinchilik tug’diradi.

Ta’kidlash zarurki, intensiv o’qitish usulida nazorat ishlarini tez-tez o’tkazmaslik kerak. Ularni faqat yirik bo’limlar bo’yicha yiliga 5 marta o’tkazishning o’zi yetarli bo’ladi. Har bir nazorat ishi uchun 2-3 soat ajratilsa, foydali bo’ldi. Chunki nazorat ishini bajarish uchun 1-2 soat sarflansa, yana 1-2 soat (nazorat ishi arafasida va undan keyingi kun) – uni tayyorlash va natijalarini tekshirishga sarflanadi.

***Bilimlarni nazorat qilish darslari.*** O’quvchilarning olayotgan bilimlarini qanday o’zlashtirayotganini nazorat qilish bilan ular bu bilimlarni xotirasida qanchalik saqlab qolayotgani ustidan olib boriladigan, ya’ni joriy va kechiktiriladigan nazoratni farqlay bilish kerak. Unisi ham, bunisi ham yozma yoki og’zaki tarzda so’rov shaklida olib boriladi. Har qanday so’rovlardan esa umumiylig (tanlangan yoki individual emas) talab etiladi. Bizning maktablarimizda o’qitishning o’zi umumiy bo’lganligi uchun ham so’rovlar umumiy bo’lishi kerak. Shunisi ham borki, so’rov o’quvchini hamma narsani hamisha ham bilaverish

zarurligi tushunchasidan xalos etadi. Masalan, agar matematika o'qituvchisi atigi bir necha o'quvchidan uchburchaklar tengligining bиринчи аломатлари isboti haqida so'rasha, ushbu savol bilan murojaat etilgan o'quvchilar bemalol keyingi ikkinchi va uchinchi alomatlar haqidagi savollarga javob berish uchun tayyorlanmasliklari mumkin. Buni shunday tushunish kerak: qayerda ehtimollik qonuni buzilsa, o'sha yerda qulaylik buziladi. Ya'ni, bola bugun undan kecha o'tilgan darsni so'rashadimi yoki yo'qmi, bilmaydi. Shu o'rinda bitta misol keltirib o'tsak, o'rini bo'ladi. Shunday bir nuqtayi nazar bor – bola yashashga tayyorgarlik ko'radi. Boshqa tushuncha ham bor – bola yashayapti. Nima uchun uning hayoti kattalarga nisbatan noqulayroq bo'lishi kerakligi tushunarsiz bir holdir. Axir katta yoshli odam ertalab ishga bora turib, bugun uni oldinda nima kutayotganini yaxshi biladi-ku. Bola esa o'zi uchun muhim bo'lган narsani – bugun undan darsda o'tilganlarni so'rashadimi, yo'qmi, bilmaydi. Shuning uchun ham bunday so'rovlardan tizimli bilimlar haqida gap bo'lishi mumkin emas.

Avvaldan ogohlantirmasdan turib, bolani doska yoniga chaqirish bilimni nazorat qilishning noto'g'ri usuli sanaladi. Yuqorida aytib o'tganimizdek, bunday kutilmagan doskaga chaqirishda o'quvchi o'tilgan material haqida yaxshi javob bera olishiga hech qanday kafolat yo'q. Bu esa sinf uchun darsning ma'lum bir qismi foydasiz (hatto, zararli deyish mumkin) o'tdi, deganidir. Umumiylar nazorat emas, balki individual holda nazorat olib borish – dars vaqtining bekorga yo'qotilishi deganidir. Avvaldan ogohlantirilgan o'quvchining savollarga javob berishi, boshqa o'quvchilar (endigina dars ishlanmasini ko'rsatish orqali o'qituvchiga hisobot bergan) esa doska yonidagi o'quvchining fikrlarini qabul qilishga tayyor turishi, bu endi, boshqa gap. Shunday qilinsa, o'quvchining javoblari yuqori sifatli bo'ladi, uni tinglash esa foydali bo'ladi.

Yozma so'rovni umumiylashtirish (ommaviylashtirish) oson. Chunki yozma ravishda nimani so'rash mumkin bo'lsa, barchasini umumiylar yozma javob olinadigan shaklda yozma holda so'rash kerak. Masalan, ikkiyoqlama burchak sinusi formulasini isbotlash uchun o'quvchini doska yoniga chaqirish shart emas,

buning uchun barcha o'quvchilar o'z isbotlashlarini qog'ozga yozishi va o'qituvchiga topshirishi kerak.

Bolaning yoshi qancha katta bo'lsa, shuncha ko'p nazariy materiallar uchraydiki, ularni yozma (tag'in, qisqa holda!) ravishda bayon etishning iloji yo'q, ularga faqat og'zaki ravishda atroflicha javob berish mumkin. Bunga 7-sinfdag'i uchburchaklar tengligi belgilari misol bo'la oladi. Bunday holatda og'zaki so'rov o'tkazish kerak. Lekin bu so'rov umumiylashgan (ommaviylashgan) bo'lishi kerak. Bu ishni amalga oshirish uchun bir o'quvchi ikkinchi o'quvchi bilan so'rov o'tkazishini tashkil etish kerak. Bu haqda 1-5-8-paragrafda atroflicha so'z yuritilgan. Joriy nazorat (yozma yoki og'zaki) kundalik ish jarayoniga tabiiy ravishda singdirilishi kerak. Chunki matematika kursi mantiqan juda to'g'ri tuzilgan, demak, ana shu mantiqqa asosan joriy nazorat tabiiy, uzlucksiz xususiyatga ega.

Keyinga qoldirilgan nazorat, bu – boshqa masala. Uning maqsadi – butun kurs bo'yicha bilimni mustahkamlash. Buning uchun maxsus tashkil etilgan uzlucksiz takrorlash talab etiladi.

Kursning katta mavzulari bo'yicha bilimlarni nazorat qilish yozma nazorat ishlari orqali amalga oshiriladi. Nazorat ishi matniga nafaqat amaliy masalalarini yyechishni, balki nazariy ahamiyatga savollarni ham kiritib to'g'ri qilishadi. Masalan, "Kvadrat ildizlar" mavzusidagi birinchi nazorat ishi topshiriqlari quyidagicha bo'lishi mumkin:

- 1) kvadrat ildiz aniqlovchisini kirititing.
- 2) ikki son chiqarish orqali kvadrat ildizini isbotlab bering.

Bu ikki topshiriqdan birinchisini boshqa variantlarda kvadrat ildizni kvadrat tenglamalari, kvadratni esa kvadrat ildizi teoremlari bilan almashtirish mumkin. Ikkinchi topshiriqni esa ildiz teoremasi bilan almashtirsa bo'ladi.

Ko'plab o'qituvchilar matematika kursining katta mavzulari bo'yicha sinovlar o'tkazishadi. Bunday sinovlarning metodikasi nazariy jihatdan ishlab chiqilmagan, shuning uchun ham har bir o'qituvchi bu ishni o'z bilganicha amalga oshiradi.

Matematika bo'yicha bilimni nazorat qilishning keng tarqalgan va zaruriy shakllaridan biri – nazorat ishi.

Nazorat ishi an'anaviy tarzda ikki variantda o'tkaziladi. Bu variantlar doskaga (xattaxtaga) yozib qo'yiladi. Ishlash paytida o'qituvchi u mustaqil yozilishini nazorat qilib turadi. Har qanday muloqotning oldi olinadi. Shuni ham eslatib o'tish lozimki, bunday ishslashda xuddi futbol hakamlari kabi sariq va qizil kartochkalardan foydalanish qulaylik tug'diradi. O'quvchi tomonidan tartib birinchi bor buzilganda uning ismi doskaga (xattaxtaga) yozib qo'yiladi, ikkinchi shunday qilsa, nomi doskadan o'chiriladi, uchinchi bor tartibni buzsa, nazorat ishi uning qo'lidan olib qo'yiladi.

Nazorat ishi bir necha variantda o'tkazilsa, yaxshi bo'ladi. Buning uchun esa o'quvchining nafaqat yonida, balki oldi va orqasida ham shu variantni ishlayotgan hech kim bo'lmasligi kerak. (Bu yerda gap to'liq sinf haqida borayapti, agar sinfda bor-yo'g'i yetti kishi bo'lsa, xona kengligi yetarlicha hajmda bo'lsa, bitta variantli nazorat ishini qo'llasa ham bo'ladi). Agar variantlar soni to'rtta bo'lsa, yanayam yaxshi. Lekin shunday o'qituvchilar ham borki, ular variantlar soni yanada ko'proq – o'nta, hatto, sinfdagi bolalar soniga teng bo'lishini istashadi. Lekin bunday xilma-xillik ishni tekshirish va natijalarni tahlil qilishni qiyinlashtirib qo'yadi.

Yozib bo'lingan ishni o'qituvchi yig'ib olishi va sinchkovlik bilan tekshirib chiqishi kerak. Bu ishni qanday amalga oshirish to'g'risida turlicha fikrlar mavjud. Ba'zilar tekshirilayotgan ishdagi barcha xatolarni qizil qalam bilan tuzatib chiqish kerak deb hisoblashadi. Boshqalar esa xatolarni tuzatish emas, tagiga chizib chiqish kerak, deb hisoblaydi. Bunday fikrlovchilarning ta'kidlashicha, kam hisoblash va noto'g'ri yozuvlar tagiga – to'lqinli, oddiy xatolar tagiga – to'g'ri, qo'pol xatolar tagiga esa – ikki chiziq tortish lozim. Fikr bildiruvchilarning uchinchi toifasi esa umuman, hech qanday chiziq tortmaslikni, xatolarni tuzatmaslikni, buning o'rniga daftar hoshiyasiga masalaning har biri to'g'risida yechilgan yoki yechilmaganligini (chunki o'quvchi xatolarni o'zi to'g'rplashi

lozim, agar uddalay olmasa, o'qituvchiga murojaat qilishi kerak) qayd etish kifoya deb hisoblashadi.

Shunday qilib, nazorat ishi yozildi va tekshirib chiqildi. Ishni eplolmaganlarni nima qilish kerak? Bunday holatda hammasi “omadsizlar” soni nechta ekanligiga bog’liq. Agar kam sonli bo’lsa, ular bilan qo’shimcha (qo’shimcha mashg’ulot o’tkazish yoki qo’shimcha uy vazifasi berish) ish olib borish kerak. Agar ular ko’pchilik bo’lsa, unda mana bunday usuldan foydalangan ma’qul. Keyingi darsda barcha o’quvchilarni variantlariga qarab guruhlarga bo’lgan holda (buning uchun stollarni surib qo’yish mumkin) o’tqizib chiqing. Har bir guruhda bittadan topshiriqni yaxshi bajargan (agar bunday o’quvchilar bo’lmasa, nazorat ishi boy berilgan deb hisoblanadi, sinfda avval o’rganilgan butun materialni o’rganishni qayta takrorlashga to’g’ri keladi) o’quvchi bo’lishi kerak. Ana shu kuchli o’quvchi ishni o’z guruhidagi barcha bolalar boshqatdan oqqa ko’chirishini ta’minlaydi. Ish bajarilgach, yig’ib olinadi va kuchli o’quvchilar (bu o’quvchilar “begona” guruhlardagi o’quvchilar ishini tekshirishga jalb etilishi ham mumkin) yoki o’qituvchi tomonidan tekshirib chiqiladi. Agar tekshirish natijasi o’quvchilar hamma narsani tushunganini ko’rsatsa, almashtirilgan variantdagi ishlari qayta ko’chirib chiqiladi. Nazorat ishlari topshiriqlarini tuzishdagi muhim muammo, bu – variantlardagi qiyinlik darajasini solishtirib ko’rishdir. Bu borada ham har xil fikrlar mavjud. Variantlar har xil qiyinchiliklarda bo’lishi kerak deguvchi mutaxassislar ham bor. Ularning ba’zilari bajarilgan ishga qiyinchiliklarni inobatga olmagan holda “besh” baho qo’yish kerak, deguvchilar ham bor. Yana boshqalari esa, o’quvchi oson yoki qiyin variantni yozib olganiga qarab, baholash ishlari olib borilishi kerak, deb hisoblaydilar. Bundan tashqari, qanday baho olishni istagan holda, o’quvchining o’zi qaysi variantni tanlaganiga qarab baholash lozim, deb hisoblovchi mutaxassislar ham bor. Biz esa har qanday holatda ham o’quvchi ishdan bo’yin tovlamay, o’zini namoyon etishi uchun imkon berish kerak, deb hisoblaymiz. Shuning uchun ham, biz, barcha variantlarda o’sib boruvchi (“qiyinlik zinachasi”) qiyinchilik bir xil bo’lishini tavsiya etamiz. Mayli, kim

nimaga qodir bo'lsa, ya'ni har bir o'quvchi bugungi kundagi bilimi imkon beradigan darajagacha topshiriqni yechsin, nimaga qodirligini ko'rsatsin.

Ba'zi bir mavzular borki, ular bo'yicha (ayniqsa, geometriyada ko'p) qiyinchiligi bir xil bo'lgan variantlar tuzish og'ir, chunki bunday mavzulardagi masalalarning har biri o'z qiyofasiga ega, shuning uchun ham ular qanday yechilishini tekshirib ko'rging keladi. Bu boradagi nazorat ishlari alohida metod asosida tuzib chiqish lozimligini maslahat beramiz. O'qituvchi kartochkalarga topshiriqlarni (topshiriq matni yoki uning darslik bo'yicha nomerini) yozadi va o'quvchilarga taxlam ichidan bittasini tanlab olishni taklif etadi. Olingan har bir topshiriq shu o'quvchi nomiga yozib qo'yiladi. O'quvchi bu topshiriqni yo bajaradi, yoki uni ishslashni rad etadi, har ikkala sharoitda ham bola keyingi kartochkani oladi v.h. Ish tugagandan so'ng o'qituvchi qo'lida o'quvchilarning har biri olgan topshiriqlar ro'yxati, shuningdek, barcha topshiriqlar bajarilgan yoki hammasi bajarilmagan nazorat ishlari jamlanadi. Bu topshiriqlarni qo'shimcha ravishda qayta saralab chiqish mumkin. Masalan, masalalarning bir qismi avval sinfda yechilgan bo'lsa, bu masalalarni alohida rangli yoki alohida o'lchamli kartochkalarga kiritiladi hamda har bir o'quvchiga navbati bilan u yoki, bu ko'rinishdagi kartochka beriladi. Bunday usulda ishslash bolalarga juda yoqadi, lekin u tekshirishda qiyinchilik tug'diradi.

Ta'kidlash zarurki, intensiv o'qitish usulida nazorat ishlarini tez-tez o'tkazmaslik kerak. Ularni faqat yirik bo'limlar bo'yicha yiliga 5 marta o'tkazishning o'zi yetarli bo'ladi. Har bir nazorat ishi uchun 2-3 soat ajratilsa, foydali bo'ldi. Chunki nazorat ishini bajarish uchun 1-2 soat sarflansa, yana 1-2 soat (nazorat ishi arafasida va undan keyingi kun) – uni tayyorlash va natijalarini tekshirishga sarflanadi. Quyida 1 soatlik dars namunasini keltiramiz.

**Fani: Algebra    Sinf: IX    Sana: 12.01    Dars raqami: 49**

- I. Darsning mavzusi: Burchakning radian o'lchovi.Davomi.Mashq yyechish
- II. Darsning maqsadi:

- a) Ta'limiy maqsad: o'quvchilar olgan nazariy bilimlarini amaliyotda tatbiq eta olish
  - b) Tarbiyaviy maqsad: o'quvchi shaxsini kamol toptirish
  - c) Rivojlantiruvchi maqsad: o'quvchilarni trigonometrik tushunchalar haqidagi olgan barcha bilimlarini rivojlantirish.
  - d) Kasbga yo'naltiruvchi maqsad: o'quvchilarni kasbga to'g'ri yo'naltirish
- Bilimlar:

-Burchakning radian o'lchovi haqida tasavvurga ega bo'lish;

Ko'nikmalar:

-Burchakning radian o'lchovidan gradus o'lchoviga , gradus o'lchovidan radian o'lchoviga o'tkaza olish

Malakalar:

- Burchakning radian o'lchoviga oid mashqlarni mustaqil yecha olish.

Kompetensiya turi: Bilimlarni amaliyotda qo'llash.

III. Darsni jihizi: Yozuv taxtasi, bo'r ,9-sinf Algebra darsligi,ko'rgazmali qurollar,turli rangdagi kartochkalar.

IV. Darsni metodi: Amaliy mashg'ulot.

V. Darsni borishi:

3-masala. Shahar kurantlari minut milining uchi radiusi  $R \approx 0,8$  m bo'lgan aylana bo'ylab harakat qiladi. Bu milning uchi 15 min davomida qancha yo'lni bosib o'tadi?

Soat mili 15 min davomida  $\frac{\pi}{2}$  radianga teng burchakka buriladi. (3) formula bo'yicha  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  bo'lganda topamiz:

$$l = \frac{\pi}{2} R \approx \frac{3.14}{2} \cdot 0.8 \text{ m} \approx 1.3 \text{ m}$$

Javob: 1.3 m

(3) formula aylana radiusi  $R=1$  bo'lganda ayniqsa sodda ko'rinishga ega bo'ladi. Bu holda yoy uzunligi shu yoy bilan tortilib turgan markaziy burchak kattaligiga

teng, ya’ni  $l = \alpha$  bo’ladi. Radian o’lchovi matematika, fizika, mexanika va boshqa fanlarda qo’llanilishining qulayligi shu bilan izohlanadi.

**4-masala.** Radiusi  $R$  bo’lgan doiraviy sektor  $\alpha$  rad burchakka ega. Shu sektorning yuzi  $S = \frac{R^2}{2} \alpha$  ga teng ekanligini isbotlang, bunda  $0 < \alpha < \pi$ .

$\pi$  rad li doiraviy sektor (yarimdoira)ning yuzi  $\frac{\pi R^2}{2}$  ga teng. Shuning uchun 1 rad li sektorning yuzi  $\pi$ marta kichik, ya’ni  $\frac{\pi R^2}{2} : \pi$ .

Demak,  $\alpha$  rad li sektorning yuzi  $\frac{R^2}{2} \alpha$  ga teng.

VI. Darsni mustaxkamlash: 260-262 –mashqlarni toq raqamlari

VII. Uyga vazifa 260-262- mashqlarni juft raqamlari

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

- 1.O’qitish shakllari nimani anglatadi?
- 2.Zamonaviy mакtabda o’qitishning asosiy shakli qanday?
- 3.Turli qarashlar orqali darsni aniqlashni ko’rib chiqing.

## **6.MATEMATIKA DARSLARIDA MASOFAVIY TA’LIM VA ELEKTRON DARSLIKLER**

Matematika darslarida masofaviy o’qitisning an’anaviy o’qitish shakllaridan quyidagi xususiyatlarini farqlash mumkin:

- *egiluvchanlik.* O’ziga qulay vaqtda, joyda va sharoitda o’qitish imkoniyatini beradi;
- *modullik.* O’quv kursiga bog’liq bo’lmagan holatda shaxsiy hamda guruh talabiga javob beradigan o’quv rejasini amalga oshiradi;
- *qurshov.* Bir vaqtda ko‘p ishtirokchilarga o’quv axboroti bo‘yicha murojaat qilish. Tarmoq yordamida o’zaro axborot almashinuvini to‘g‘ri tashkil qilish;

- *tejamkorlik*. O‘quv maydonlari, texnik vositalari, transport vositalaridan unumli foydalanish, o‘quv axborotlarini to‘plangan va bir xillikka keltirilgan holda ifodalash hamda ularga erishilgan mutaxassislarini tayyorlash xarajatlarini kamaytiradi;
- *texnologiyalilik*. Ta’lim berish jarayonida insonni jahon industrial fazoga kiritishga imkon beradigan yangi erishilgan axborot va telekommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish;
- *ijtimoiy teng huquqlilik*. O‘qituvchining turar joyidan, salomatligi, moddiy ta’milanganligidan kelib chiqib mustaqil ta’lim uchun teng imkoniyat yaratiladi;
- *baynalminallik*. Ta’lim xizmatlari bozorida erishilgan yutuqlarning eksporti va importi ta’milanadi.

**O‘qituvchilarning yangi vazifalari.** Matematika darslarida masofaviy o‘qitish o‘qituvchining vazifalarini kengaytiradi va yangilaydi. O‘qitilayotgan kurslarni doimo takomillashtirish, ijodiy faolligini va malakasini oshirish, kiritilgan yangilik va innovatsiyalarga mos bilim jarayonini muvofiqlashtirishi zarur.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish talabaga ijobiy ta’sir etadi. O‘zini o‘zi tashkil etishda, bilim olishga intilishda, kompyuter texnikasi bilan o‘zaro ishslash va mustaqil mas’uliyatli vazifalarni hal qilishda uni ijodiy va tafakkur salohiyatini o‘siradi. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish sifati kunduzgi ta’lim olish tartibidan sifat jihatidan qolishmaydi. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish quyidagi ijtimoiy ahamiyatli masalalarni yyechishga ta’sir etishi lozim;

- ta’lim xizmatlarida aholining ehtiyojini amalga oshirish;
- sifatli tayyorlangan mutaxassislar bilan davlat ehtiyojlarini qondirish;
- aholining ijtimoiy va kasbiy mahoratini oshirish;
- tadbirkorlik va ijtimoiy faolligi, o‘zligini anglashi, tevarak-atrof to‘g‘risidagi bilimlarini kengaytirish;

- davlatimizning oliv maktablarida yig‘ilgan bilimlar hamda kadrlarning moddiy salohiyatini saqlash va ko‘paytirish;
- Rossiya, MDH, Butunjahon Hamjamiyati chegarasida ta’lim fazasining har bir nuqtasida nostrifikatsiyalangan ta’lim olish imkoniyatini ta’minlashni o‘z ichiga olgan yaxlit ta’lim fazosini rivojlantirish;
- geosiyosiy masalalarini yyechish.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitishning asosiy vazifalarlari quyidagilardan iborat:

*O‘qitish mazmuni.* O‘qitish jarayoni, usullari va tashkiliy tartibini amalga oshirish uning tarkibi bilan ifodalanadi. Bu o‘quv axborotning tarkibi, tuzilishi va ma’lumoti hamda masalalar, topshiriqlar va mashg‘ulotlar to‘plami, ular kasbiy malaka va idroklarni shakllantiradi, mehnat faoliyatining dastlabki tajribasini yig‘ishga imkon beradi.

*O‘qitish obyekti.* Matematika darslarida masofaviy o‘qitish ta’lim xizmatlaridan foydalanuvchi ushbu usulda ta’lim oluvchilar obyekti bo‘ladi.

*O‘qitish subyekti.* Matematika darslarida masofaviy o‘qitish subyekti o‘qituvchilar hisoblanadi. O‘qituvchi ta’lim jarayonining yuqori samarasini ta’minlashda asosiy bo‘g‘indir. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish o‘qituvchi faoliyatining muhim sohasi bo‘lib hisoblanadi.

*O‘qitish usullari.* Matematika darslarida masofaviy o‘qitish tartibi o‘z ichiga beshta umumdidaktik o‘qitish usullarini qamrab oladi: axborot-retseptiv, reproduktiv-muammoiy ifoda etish, evristik va tadqiqot. Ular o‘qituvchi va o‘quvchi-talabalarning o‘zaro harakat pedagogik aktlarining butun to‘plamlarini o‘z ichiga qamrab oladi.

*O‘qitish vositalari.* Matematika darslarida masofaviy o‘qitish ta’limi jarayonida an’anaviy ta’lim bilan birga innovatsion o‘qitish vositalaridan ham foydalilanadi. Ular kompyuter texnikasi, telekommunikatsiyani qo‘llashga, hamda ta’midot texnologiyasi sohasida so‘nggi erishilgan natijalarga asoslangan.

*O‘quv-ilmiy moddiy asosi.* O‘quv dasturlariga mos bo‘lgan, o‘qitish uchun zarur moddiy va texnikaviy to‘plam. U o‘z ichiga o‘quv va o‘quv yordamchi joylarni, o‘qitish texnika vositalari, o‘quv qo‘llanmalari va boshqa o‘quv-uslubiy materiallarni oladi.

*Moliyaviy-iqtisodiy tizim.* Ta’limda bozor munosabatlari qatnashchilari sifatida faqat ta’lim muassasalari va ta’lim xizmati buyurtmachilari bo‘lib kelmasdan, balki davlat ham buyurtmachi va iste’molchi bo‘ladi.

*Matematika darslarida masofaviy o‘qitishning tashkiliy asoslari.* Matematika darslarida masofaviy o‘qitish texnologiyasidan foydalanuvchi o‘quv tashkilotlari faoliyatini tahlil qilish, umumiy tashkillashtirishning o‘ziga xosligini ochib beradi:

- uzlusiz ta’lim;
- o‘quv jarayonining olib borilishiga individual yondashish;
- geografik joylashishi uzoq bo‘lgan o‘quv muassasalarini yetakchi olyi o‘quv yurtlari bazasi markazida matematika darslarida masofaviy o‘qitish ni markazlashtirish;
- tinglovchilar yo‘nalishiga ko‘ra o‘qituvchi (pedagog)-maslahatchilarning mavjudligi.

### *Masofaviy ta’limning afzalliklari va kamchiliklari.*

Matematika darslarida masofaviy o‘qitishning qulayligi. Kelgusida maqsadga muvofiq ravishda laboratoriya amaliyotlarini o‘tkazishni qisqartirish mumkin.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish nazorati. Bu o‘rganilayotgan o‘quv materiallarini nazariy o‘zlashtirish natijalarini tekshirishdan iborat. Matn haqiqatdan ham fan bo‘yicha juda ko‘p savollardan tashkil topgan bo‘lishi kerak hamda har bir savol uchun bir nechta javob variantlari taklif etiladi. Talaba ular orasidan to‘g‘ri javobni tanlashi lozim. Testlar o‘z-o‘zini tekshirishga yaxshi mo‘ljallangan va individual mashg‘ulotlar uchun juda qulay.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish qatnashchilari ya’ni, tinglovchilar, o‘quvchi-talabalar va o‘qituvchilar yetarli darajada tayyor bo‘lishlari,

ya’ni matematika darslarida masofaviy o‘qitishni o‘rganish usullaridan, vositalaridan va tashkiliy shakllaridan foydalana bilishlari kerak. Shuning uchun ham fundamental inshakltika tabiiy-ilmiy fan sifatida matematika darslarida masofaviy o‘qitish ning ajralmas qismi bo‘lishi shart.

Oliy ta’lim sohasidagi o‘qitish usullari zamonaviy axborot vositalari bilan boyitilishi natijasida ta’lim sifatining yanada ortishi kutilmoqda. Bu borada matematika darslarida masofaviy o‘qitish usuli o‘qituvchi va o‘quvchi-talabalar uchun ham qator qulayliklarga egaligi bilan alohida ahamiyatga egadir. Internet, multimedia kabi texnologik usullar o‘quvchi-talabalar uchun zarur bo‘lgan o‘quv materiallari, qo‘llanmalar asosida kompyuter dasturlari ishlab chiqish vazifasini qo‘ymoqda. Zero, matematika darslarida masofaviy o‘qitish har qanday sohada ham jahon ta’lim markazlarining uslubiy adabiyotlari, zamonaviy hamda so‘nggi axborotlarni olish, jamlab foydalanish imkoniyatlarini beradi.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish usuli an’anaviy ta’lim shakllaridan farq qiladi. U o‘quvchi-talabalarni o‘ziga qulay vaqtida, joyda va sharoitda o‘qitish imkonini beradi. O‘quv kursiga bog‘liq bo‘lmagan holda shaxsiy va guruh talabi asosida o‘quv rejalari ishlab chiqiladi. O‘qitish jarayonida o‘quvchi-talabalarga ilmiy axborot va ma’lumotlar bo‘yicha markazlashgan tarmoq orqali o‘zaro axborot almashinuvini joriy etish mumkin. O‘quv maydonlari, texnik va transport vositalaridan samarali foydalanish, ma’lumotlarni yig‘ib, bir tizimga solingan holda ifodalab berilishi va mutaxassislarni qayta tayyorlashda ham xarajatlarni kamaytirishga erishishi kutilmoqda. Ta’lim-tarbiya berish jarayonida eng zamonaviy axborot, telekommunikatsiya va texnologiyalardan foydalaniladi.

Masofaviy ta’lim o‘qituvchi mutaxassislarning ham vaqtini tejab, imkoniyati darajasidan kelib chiqqan holda moddiy manfaatdorligini oshirish bilan mustaqil ta’lim olish uchun keng sharoit yaratib beradi. Ta’lim sohasida erishilayotgan yutuqlarning jahon ta’lim tizimi doirasida almashinuvini tashkil etish, bu sohadagi yutuqlarni qo‘lga kiritishni ta’minlashi shubhasizdir.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish usuli mutaxassis o‘qituvchilarning oldiga yangidan yangi dolzarb vazifalarni qo‘ymoqda. Chunki, o‘quv materiallarini to‘ldirib borish, ijodiy yondashuv hamda yangiliklar bilan malakasini oshirishlari va bu ko‘rsatkichlarni jahon ilmi yutuqlari bilan muvofiqlashtirib borishlari talab etilmoqda. Bu o‘qitish usuli ta’lim talabiga asosan o‘quvchi-talabaning o‘z ustida ishlashini tashkil etish, ko‘proq bilim olishga intilishi, kompyuter bilan mustaqil ishslash va olgan bilimlaridan ijodiy foydalanishini ta’minlaydi hamda olingan bilimlar maxsus o‘quv-uslubiy nashrlar, testlar bilan tekshirilib, to‘ldirilishi mumkin.

Axborot texnologiyalarning keng miqyosda joriy etilishi bilan matematika darslarida masofaviy o‘qitishni bir qator ijtimoiy ahamiyatga molik masalalarni yyechishda ham joriy etish mumkin. Ta’lim sohasiga bo‘lgan fuqarolarning ehtiyojlarini qondirishda qulayliklar yaratish bilan respublikamizning malakali mutaxassislarga bo‘lgan talabi ham qondiriladi. Shuningdek, fuqarolarning ijtimoiy va kasbiy faolliklarini oshirishga erishish mumkin. Xususiy tadbirkorlik bilan mashg‘ul shaxslarning jamiyat hayotidagi faolligini mustahkamlab, ularning dunyoqarashini boyitishga xizmat qiladi. Bu esa oliy ta’lim tizimida yig‘ilgan ilmiy yutuqlar, mutaxassis xodimlar va ularning ishtirokida yurtimizning iqtisodiy salohiyatini mustahkamlashdek ustuvor rejalarни amalga oshirish vazifasini qo‘ymoqda.

Masofaviy ta’lim berish usuli respublikamiz sarhadlarini bosib o‘tib, MDH va jahon miqyosidagi yirik ta’lim markazlari bilan muloqotda bo‘lib, ta’lim olishning yangi zamonaviy yaxlit ta’lim imkoniyatini yaratishga xizmat qiladi.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish geografik jihatdan uzoqda joylashgan maktablar va akademik ta’lim uchun mo‘ljallangan edi. Lekin, zamonaviy axborotlar va telekommunikatsiya texnologiyalarining rivojlanishi ta’lim-tarbiya jarayonini uzoq masofadan turib amalga oshirishga yo‘l ochib berdi. Natijada matematika darslarida masofaviy o‘qitish uslubi asosida o‘qitish tez vaqt ichida Oliy va o‘rta maxsus o‘quv yurtlarida o‘qitishda yangi uslublarni qo‘llashga

yana bir turtki bo‘ldi. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish bo‘yicha Xalqaro Kengashning tahlillari shuni ko‘rsatmoqdaki, bugungi kunda jahon miqyosida 10 milliondan ortiq talaba shu uslub asosida ta’lim olishmoqda. AQShda shu uslub asosida o‘qitish maqsadida yangi o‘quv markazlari barpo etilmoqda hamda ular milliy kadrlarni zamon talablari asosida tayyorlash va qayta tayyorlash afzalliklariga egadir.

*Matematika darslarida masofaviy o‘qitishning quyidagi afzalliklari mavjud:*

1. O‘qitishning ijodiy muhiti. Mavjud ko‘pgina uslublar asosida o‘qituvchi ilm beradi, o‘quvchi- talabalar esa faqat berilgan materialni o‘qiydilar. Taklif qilinayotgan matematika darslarida masofaviy o‘qitish asosida esa o‘quvchi-talabalarning o‘zлари kompyuter axborotlar bankidan kerak bo‘lgan ma’lumotlarni qidirib topadi va o‘zларining tajribalarini boshqalar bilan yaxshi muloqotda bo‘lishini ta’minlaydi hamda o‘z o‘rnida mehnat ta’limi olishini rag‘batlantiradi.

2. Mustaqil ta’lim olishning imkoniyati borligi. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish asosida ta’lim berish boshlang‘ich, o‘rta, oliy va malaka oshirish bosqichlarini o‘z ichiga qamrab oladi. Tayyorgarligi turli darajada bo‘lgan inspektorlar o‘zларining shaxsiy dars jadvallari asosida ishlashlari va o‘zining darajasidagi talabalar bilan muloqotda bo‘lishi mumkin.

3. Ish joyidagi katta o‘zgarishlar. Matematika darslarida masofaviy o‘qitish asosida ta’lim berish turi millionlab insonlarga, hammadan ham ishlab chiqarishdan ajralmagan holda ta’lim olayotgan yoshlar uchun qulay shart-sharoitlarni yaratib beradi. Bunday uslub asosida o‘qitish kadrlarni tayyorlashda muhim o‘rin tutadi.

4. O‘qitish va ta’lim olishning yangi va unumli vositasi. Statistik ma’lumotlar shuni ko‘rsatadiki, matematika darslarida masofaviy o‘qitish asosida ta’lim berish, ishlab chiqarishdan ajralgan holda o‘qish kabi unumlidir. Bundan tashqari, matematika darslarida masofaviy o‘qitish asosida ta’lim olish Oliy o‘quv yurti tomonidan qo‘ylgan chegaradan ham chetga chiqib ketadi. Bunday asosda ta’lim olayotgan o‘quvchi-talabalarning boshqalardan ustunligi ularning eng yaxshi,

sifatli materiallar va o‘qituvchilar bilan ta’minlanishidadir. Ta’lim berish va boshqarish uslubiyotiga asoslangan holda o‘qituvchi auditoriyada o‘qitish shartlaridan holi bo‘lishi kerak.

### ***Masofaviy o‘qitish jarayonida zaruriy bo‘lgan texnika vositalari.***

Axborot texnologiyasi – obyekt, jarayon yoki hodisalarning holati haqidagi yangi ma’lumotlarni olishda ma’lumotlarni yig‘ish usullari, ma’lumotlarni yetkazib berishdan va vositalar majmuyidan foydalanish jarayonidir. Axborot texnologiyalari ta’limiy mahsulot va xizmatlarini tashkil etishda dastgoh hisoblanadi.

Ta’limiy mahsulot – ta’lim jarayoniga tatbiq qilish uchun ifodalangan ma’lumotlar majmuidir.

Zamonaviy axborot texnologiyasi – shaxsiy kompyuter va telekommunikatsiya vositalaridan foydalanuvchi axborot texnologiyasidir.

Jamiyatni axborotlashtirish – fuqarolarning axborotga bo‘lgan ehtiyojini va ularning huquqlarini amalga oshirishni qanoatlantirishdagi maqbul shartlarni, davlat va hokimiyat, mahalliy va o‘zini o‘zi boshqarish organlarini, axborot resurslaridan foydalanish va ularni shakllantirish asosida jamoat birlashmalarini tashkil etishni yaratishning tashkillashtirilgan ijtimoiy-iqtisodiy va ilmiy-texnik jarayonidir.

Ta’lim jarayonini axborotlashtirish - jamiyatni axborotlashtirishning muhim elementlaridan biri hisoblanadi. Ta’limni axborotlashtirish quyidagi qulayliklarga ega:

- jamiyatning har bir a’zosi haqidagi ma’lumot va bilimlarni olishga yo‘l ochib beradi;
- shaxsning intellektual va ijodiy qulayliklarini rivojlantiradi;
- jamiyatning har bir a’zosi faoliyot bilan malakasini oshirib, faoliyat fazasini tezkor o‘zgartiradi;
- matematika darslarida masofaviy o‘qitish yordamida ta’lim samarasini oshirishni ta’minlaydi.

Ta’lim mahsulotlari va xizmatlarini ishlab chiqish uchun quyidagi axborot texnologiyalari qo’llaniladi:

- guruhash, turlash, hisoblash, ma’lumotlarni agregatlash uchun ularni qayta ishslash axborot texnologiyalari ;
- matematika darslarida masofaviy o‘qitish qatnashchilarining axborot talablarini qondirish uchun boshqaruv axborot texnologiyalari;
- fanlar bo‘yicha ekspertlar mahsulotlarini matematika darslarida masofaviy o‘qitishning foydalanuvchilar tomonidan olish imkoniyatini beruvchi ekspert tizimlarining axborot texnologiyalari.

Matematika darslarida masofaviy o‘qitish usulidan foydalanishning kamchiligi o‘qituvchi va talaba o‘rtasidagi bevosita muloqot va psixologik birlikning chegaralanganligidir.

***Elektron darsliklar.*** Zamonamiz jamiyatni axborotlashtirishning yuqori darajasi bilan ham o‘ziga xosdir. Axborot texnologiyalari hayotimizning barcha sohalari qatorida ta’lim jarayoniga ham keng joriy etilib borilmoqda. Oliy ta’lim jarayoniga axborot texnologiyalarining joriy etilishi yangi innovatsion vositalardan foydalanish imkonini beradi. Bu esa yangi imkoniyat hamda jarayonlarning yuzaga kelishiga sabab bo‘ladi. Ta’lim jarayonini axborotlashtirish — bu ta’lim jarayonlarini rivojlantirishning muhim tarkibiy qismi bo‘lib, ta’lim sifatining oshishida namoyon bo‘ladi hamda talabalarda ta’lim olishga intilishlarining kuchayishi va rivojlanishiga xizmat qiladi. Axborot texnologiyalari tushunchasi mazmun-mohiyati bilan: «Turli predmet, obyektlar va hodisalar haqida axborot to‘plash, qayta ishslash, tahlil qilish, saqlash, tarqatish hamda foydalanish uchun yangi zamonaviy usul va mexanizmdir».

Zamonaviy ta’lim yuqori darajada axborotga boyligi bilan ajralib turadi. Oliy ta’lim muassasalaridagi ta’lim jarayonida axborot texnologiyalaridan foydalanishning dolzarbliги aynan shu jihatga asoslangan. Ta’limda yangi o‘qitish usullaridan foydalanish zarurati ajoyib imkoniyatlarni taqdim etuvchi elektron nashrlar yaratilishiga sabab bo‘ldi. Elektron darslik o‘zida nazariy axborot va

amaliy topshiriqlarni, foto va audiomateriallarini jamlaydi. Elektron darslik — bu talabalarda o‘zlashtirishi uchun hamda ko‘nikma va malakalar orttirishida zarur bo‘lgan bilimlar bayon etilgan o‘quv nashrini elektron shaklda taqdim etuvchi, tuzilmaviy hamda tizimli materialga ega bo‘lgan vositadir. Unda o‘quv materiali mantiqiy bayon etilishi, yuqori darajada texnik jihozlanishi hamda badiiy jihatdan bezatilganligi bilan o‘ziga xosdir. Elektron darslik qog‘ozli darslikka nisbatan quyidagi qator afzalliklarga ega:

- foydalanishda oddiyligi va qulayligi;
- elektron darslik resurslarini yangilab borish imkoniyatining mavjudligi;
- ta’lim jarayonini avtomatlashtirish va ta’lim xizmatlarini taqdim etish tezligini oshirish;
- axborotlarning to‘liqligidan iborat.

Ta’limda elektron darslik kabi innovatsion texnologiyadan foydalanish, elektron darslikning ta’lim jarayonida tutgan o‘rni, elektron darslik yangi axborot texnologiyalari vositasi sifatidagi mavzularda quyidagi olimlar: A. A. Kuznetsov, A. A. Grechixin, T. M. Lepsova, E. S. Polat, V. A. Vul, V. M. Gasov, A. M. Siganenko, V. N. Ageyev, M. M. Subbotin, Yu. M. Sivenkov, E. Yu. Semenov va boshqalar (Chervyakova Ya. I., Chibisova O. V. Elektron darslik yangi axborot texnologiyalari vositasi sifatida//Eksperimental ta’lim xalqaro jurnali — 2010. 4-son) ilmiy izlanishlar olib borganlar.

Elektron darslik yaratish o‘quv materialini yanada chuqurlashtirib o‘rganish va uni kelgusida amaliy faoliyatda qo‘llash zarurati bilan bog‘liq. Elektron darslik ustida o‘qituvchi bilan hamkorlikda ishlash talabalarga mustaqil ishslash va o‘zini namoyon etish, tashkilotchilik qobiliyatini tarbiyalashga yordam beradi, talabaga bo‘lajak mutaxassislik bo‘yicha salohiyatli shaxs bo‘lishiga imkon beradi. Bu talabalar shaxsini takomillashtirish, ijodiy tafakkuri va qobiliyatini shakllantirishni

ta'minlovchi optimal sharoit yaratadi. Axborot jamiyati sharoitlarida ta'lim sohasida rivojlanishning zamonaviy odimlari, masalan, talabalar mustaqil ishlari sonining o'sib borishi, innovatsion texnologiyalardan foydalanish talabalardan muntazam ravishda, bilimlari sifati va darajasini oshirishni talab etadi. Ta'lim jarayoni uchun o'quv materialini talabalar ishtirokida tayyorlash — talabalarning ilmiy faoliyatining boshlang'ich bosqichida ularning tashabbuskorligi va mustaqilligini, o'z bilimi doirasini kengaytirishda mas'uliyatlilagini oshirish, ilmiy izlanish ko'nikma hamda malakalarini shakllantirish yo'lidagi yordam beruvchi muhim bosqich bo'lib hisoblanadi. Yuqoridagilardan kelib chiqib, o'z oldimizga talabalar ishtirokida namunaviy elektron darslik yaratish loyihasini amalga oshirish vazifasini qo'ydik.

Elektron darslik ustida olib boriladigan ishlar bir necha bosqichdan iborat. Birinchi navbatda, uning rejasini tuzish masalasi turadi, unda talabalar mutaxassisligining o'ziga xosligi nazarda tutiladi. Reja quyidagilardan iborat bo'lishi shart:

- loyiha asosida maqsad va vazifalarni belgilash;
- axborot manbalarini aniqlash;
- amalga oshirish muddatlarini belgilash.

Loyihani amalga oshirishdan maqsad — talabalar seminar, sinov va imtihonlarga tayyorlanishida foydalanadigan qulay elektron ko'rinishda o'quv qo'llanmasini yaratishdan iborat. Maqsad quyidagi vazifalar bilan yanada aniqlashtiriladi: talabalar lug'at boyligini oshirish; dunyoqarashni kengaytirish; kommunikatsion malakalarni rivojlantirish; kasbiy-mutaxassislik bilimlari darajasini oshirish va boshqalar. Elektron darslikni ishlab chiqish va nashr etishda asosiy bosqich turli manbalardan axborotlarni yig'ish va tahlil qilish hisoblanadi. Darslikni yaratishda uning bo'limlariga chet el mualliflarining maqolalari, davriy

matbuot va elektron resurslar materiallari ham kiritilishi zarur. Elektron darslikning asosiy tarkibiy qismi maxsus kompyuter dasturi yordamida talabalar tomonidan yaratilgan audioyozuvar bo‘lib hisoblanadi.

Xulosa qilib aytganda, elektron darslik shunchaki yozma materiallar jamlanmasigina emas, balki audio-qo‘llanma bo‘lib ham hisoblanadi, eshitish va vizual foydalanish uchun taqdim etishga mo‘ljallangan axborot majmuasidir. Elektron darslikdan mustaqil foydalanish yoki ta’lim jarayonida talabalarga axborot muhitida yo‘nalishni, qandaydir muammolar yechimini aniq topish imkonini beradi. Talabalarni zamonaviy ta’lim metodlaridan, aynan — elektron darslikdan foydalanib o‘qitish, ta’lim sifatini oshiradi, axborot olish jarayonini qisqartiradi hamda ularni ijodiy kamolotga yetaklaydi.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. O‘qitishning texnik vositalariga nimalar kiradi?
2. Masofaviy ta’lim tizimi tamoyillari va qoidalari ni aytib bering?
3. Masofaviy ta’limning afzalliklari, kamchiliklari nimalardan iborat?
4. Masofaviy o‘qitish jarayonida zaruriy bo’lgan texnika vositalar qaysilar?

## **7. MATEMATIKADAN SINFDAN TASHQARI MASHG’ULOTLAR**

### **VA ULARNI TASHKIL ETISH METODIKASI**

*Matematikadan sinfdan tashqari va fakultativ mashg’ulotlar, ularni tashkil etish metodikasi.* DTS zamonaviy ta’limning maqsadini aniqlaydi – bitiruvchining kompetentligini tarbiyalash, ya’ni kelajakda o’z ustida ishlashi va malakasini oshishiga xizmat qiluvchi o’quvchi qobiliyatini optimal rivojlanishi uchun sharoit yaratishdan iborat. U o’zida sog’likni saqlash, intellektning rivojlanishi va olamni emotsional his qilish, ijtimoiy –shaxsiy adaptatsasiyasini o’z ichiga oladi. Sinfdan tashqari ishlar mifik oldida turgan(masalan, o’quvchilarda qatiyatlik, topqirlik, peshqadamlik va iqtidorlik) tarbiyaviy masalalarni hal etishda katta imkoniyatlar yaratadi.

Matematika har doim inson madaniyatining ajralmas qismi bo’lgan, u atrof muhitni idrok qilish kaliti, ilmiy-texnika progressining bazasi va shaxs rivojining muhim komponenti hisoblanadi. Matematik ta’limning asosiy maqsadi sifatida kasbga tayyorlash tushuniladi. Biroq insonda intellektual qobiliyatni rivojlantirish muhimroq.

Sinfdan tashqari ishlarning asosiy maqsadi quyidagilardan iborat:

1. O’quvchi va o’qituvchining matematikadan sinfdan tashqari ishlarga bo’lgan qiziqish darajasini aniqlash.
2. O’qituvchi va o’quvchi qiziqishini mos kelish darajasini aniqlash.
3. Umumiy o’rta ta’lim va akademik litsey hayotida matematikadan sinfdan tashqari ishlarning o’rnini aniqlash.
4. Sinfdan tashqari ishlarning yo’nalishini aniqlash.

Bu maqsadlarni darsda qisman amalga oshiriladi deb, kelishib olinadi. Biroq sinf mashg’ulotlari vaqt va dastur doirasida chegaralangan, bu yetarlicha ishslashga imkon bermaydi. Shuning uchun yuqorida qayd etilgan maqsadlarga erishish masalasi sinfdan tashqari ishlarga o’tkaziladi.

O’quvchilar diqqatini jalb etish va ularda moyillik uyg’otish – bu qiziqishni uyg’otishning boshlanishi va unga erishish nisbatan osonroq; sinfdan tashqari ishlarga qiziqishni saqlash va matematikadan qo’shimcha t’alim olish va uni mustahkamlash birmuncha qiyinroq kechadi.

Matematikaga qiziqishni tarbiyalashda quyidagilarga e’tibor berish kerak bo’ladi:

- o’rganiladigan material har bir o’quvchiga tushunarli bo’lishi kerak;
- matematikadan mashg’ulotlarda ko’rgazmalilikning turli ko’rinishlaridan foydalinish maqsadga muvofiq: o’quvchi fikrashi rivojlanish darajasidan kelib chiqqan holda xotira bo’yicha to’la predmetli, to’liqsiz, simvolik, tassavurlar. Muhimi intellektning tegishli yoshida yorqin namoyon bo’ladigan bola idrokini o’z vaqtida foydalana bilishdan iborat;
- matematikaga qiziqishning qat’iyligi olib boriladigan qo’shimcha matematik mashg’ulotlarning tizimli tashkil etilishi bilan qo’llab quvvatlanadi.

Mashg'ulotning o'zida o'quvchilarni faol fikrlashini qo'zg'atuvchi savollar, topishmoqlardan foydalanish talab etiladi.

Matematikadan sinfdan tashqari ishlarni matematika darslarida o'zining boshlang'ich masalalariga ega. Bu qiyinroq masalalarni yyechishda, topqirlik talab etiladigan masala yyechishda, nostandard yechimlarda namoyon bo'ladi. Bu masalalarning bir qismi sinfda bajarilishi mumkin. Bunday masalalarning qolgan qismi sinf va sinfdan tashqari ishlarning shakllari va mazmunini bir-biriga bog'laydi.

***Matematikadan sinfdan tashqari ishlarning o'rni.*** XX asr 30-yillarining o'rtalariga kelib juda ko'p o'zbek matematik-olimlar matematik kadrlarni tayyorlashda maktab bilan hamkorlik qilish zarur degan fikrga keldilar. Bo'lg'usi o'qituvchini yoshligidan, hatto, ertaroq tayyorlash masadga muvofiq. Musiqachi yoki sportchini 6-8 yoshidan tayyorlash hech kimga shubha uyg'otmaydi. Bu o'z navbatida maxsus tayyorgarlikni talab etishi bilan tushuntiriladi.

Fanda, shaxsan matematikada bu alohida kechadi. Ma'lumki, bo'lg'usi matematika o'qituvchisini 6-8 yoshidan tayyorlash shart emas, degan xulosa kelib chiqadi, ammo bu tayyorgarlikni oliy ta'lim davrida amalga oshirish ham yetarli bo'lmaydi. Masalaning muhim tomoni shundaki, matematika sohasida chuqr fikr talab etiladi, abstrakt fikrlashni bilish, mantiqiy madaniyat talab etiladi. Anglashiladiki, barcha bu ma'lumotlar maxsus tayyorgarlik asosida 1-sinfdan amalga oshiriladi. Masalan, buyuk hind matematigi S. Ramanudjan (1887-1920) ingliz tili bilan mashg'ul bo'lgan, yoshligida hech qanday matematik ta'lim olmagan, D.I. Mendelev faqat kimyo fanini o'zlashtira olmagani hech kimga sir emas.

San' at yo'naliishlari kabi matematikaga bo'lgan havas yoshlikdan uyg'onadi. Buyuk matematiklar yoshlik chog'ida katta ixtiolar qilganlar. Masalan, 20-yoshida duelda vafot etgan fransuz matematigi Evarist Galua (1811-1832) o'zining qisqa umri davrida algebraclar nazariyasini yaratdi. 19 yoshli K.F. Gauss (1777-1855) matematikani rivojlanishiga asos bo'lgan sirkul va chizg'ich yordamida

yasashga doir o'zining klassik ishlarini chop etishga ulgurdi, bir necha yillardan so'ng dunyoning «Disquisitionesarithmeticae» kitobini sovg'a qildi.

Matematika darslarida fanning asoslari bilan tanishtirishga juda ko'p imkoniyatlar mavjud (masalan, muallifning ishlari bo'yicha geometriyadan misollar keltirish mumkin). Shu bilan birgalikda darsning asosiy maqsadi o'qitishga matematik xarakterdagi kompleks yondashishdan iborat, o'quvchilar qobiliyatining riojlanishi o'rganilayotgan material doirasida sodir bo'ladi.

Bularning hammasi matematikani individuallashtirishga olib keladi va uning bir ko'rinishi sinfdan tashqari ishlar bo'ladi.

Bu ishlarning turli ko'rinishlari birgalikda o'quvchining bilish faoliyatiga ta'sir qiladi: idrok, diqqat, tassavur, xotirada saqlash, fikrlash, nutq, bilish.

Ijodkor matematika o'qituvchisi o'quv jarayonida o'quvchilarni ijodiy fikrlashga yo'naltiruvchi metod, shakl, usul, yo'llarni izlashni shakllantiradi.

O'quvchilar bilan darsdan tashqari mashg'ulotlar katta foyda beradi. Sinfdan tashqari ishlarni zamon talabi darajasida tashkil etish uchun doim o'qituvchi o'zini ustida ishlashi, matematik bilimlarini oshirishi, matematikaga oid yangiliklardan xabardor bo'lishi lozim.

Shuningdek bu matematikaga qiziquvchi o'quvchilarni ajratish, kadrlar tayyorlash masalasini hal etishga yordam beradi. Zamonaviy maktab tarbiyaviy jarayonni boshqarishi lozim. Tarbiya jarayonini boshqarish nafaqat inson tabiatini rivojlantirish, balki o'z ustida ishslash, o'z-o'zini boshqarish to'g'risida axborot berishni shakllantirishni ta'minlaydi.

***Matematikadan sinfdan tashqari ishlarni tashkil etish.*** Matematikani o'rganish uchun yangi standartlarning kirib kelishi ta'limning bazaviy va qo'shimcha komponentlar tuzilishi va mazmunini asoslashni talab etishini ilgari suradi. Turli yo'nalishlar bo'yicha o'quv dasturlar va ular asosida ishlab chiqilgan o'quv-metodik tavsiyalar o'quvchilarni tayyorlashni ta'minlaydi. Matematika intellektual bilim hosil qiluvchi o'quv predmeti deb tan olingan.

Matematikadan sinfdan tashqari ish deyilganda o`quvchilarning darsdan tashqari vaqtida tashkil qilingan, dastur bilan bog`liq bo`lgan material asosida ixtiyoriylik prinsipiga asoslangan mashg`ulotlar tushuniladi.

Sinfdan tashqari ishning asosiy vazifalari quyidagilardan iborat.

- o`quvchilarning bilimlari va amaliy ko`nikmalarini chuqurlashtirish va kengaytirish;
- o`quvchilarning mantiqiy tafakkurlarini, topqirliklarini, matematik ziyrakliklarini rivojlantirish;
- matematika qiziqishlarini orttirish, qobiliyatli va layoqatli bolalarni topish;
- talabchanlik, irodani, mehnatga munosabatni, mustaqillikni, uyushqoqlikni tarbiyalash;

Sinfdan tashqari ish o`ziga xosbir qator xususiyatlarga ega.

1. O`z mazmuniga ko`ra, u davlat dasturi bilan cheklanmagan. Ammo matematik material o`quvchilarning bilimlari va malakalariga mos ravishda berilishi kerak.
2. Boshlang`ich sinflarda o`quvchilarning matematikaga turg`un qiziqishlari bo`lmaydi. Darsdan tashqari mashg`ulotlar oldin matematikaga qiziqishlari bo`lmashtira o`quvchilarda ham, unga nisbatan qiziqish uyg`otishga imkon beradi. Shu sababli, mashg`ulotlarni hamma o`quvchilar bilan bir vaqtida o`tkazilgani ma'qul.
3. Sinfdan tashqari ishlari ixtiyoriylik prinsipi asosida quriladi. Bunda o`quvchilarga baho qo`yilmaydi, ammo mulohazalarni asoslab berish, topqirilik, ziyraklik, tez hisoblashlar, yechishning ratsional usullaridan foydalanish, albatta, rag`barlantirilishi kerak.
4. Mashg`ulotlar mazmuni va o`tkazilish shakllariga qarab 10-12 daqiqa yoki 1 soatga ham mo`ljallangan bo`lishi mumkin.
5. Sinfdan tashqari ishlari shakl va turlarining ko`p xilligiga qarab, mazmunining turli-tumanligi bilan xarakterlanadi. Mashg`ulotlarda matnli

masalalar, hazil masalalar, matematik voqealar, rebuslar, fokus, boshqotirmaga keng o`rin beriladi.

Endi sinfdan tashqari ish turlari bilan tanishib chiqaylik.

1. Matematik minutliklar, soatlar.
2. Matematika to`garaklari.
3. Matematik tanlov va olimpiadalar.
4. Qiziqarli matematika ertaliklari va viktorinalar.
5. Matematik matbuot.
6. Matematik ekskursiya.

*Matematik minutliklar va soatlar.* Odatda, bu mashg`ulotlar haftasiga bir marta butun sinf bilan o`tkaziladi. Uni dam olish vaqtlarida, tabiatga, maktab hovlisiga chiqib o`tkazish mumkin.

Uning mazmuni o`quvchilarda matematikaga qiziqish uyg`otish va topshiriqlar darslardagi matematik topshiriqlardan farq qilishi kerak. Topshiriqlar o`quvchilarga tushunarli bo`lishi, javoblarning tez topilishi va og`zaki bajarishni hisobga olinishi kerak.

*Qiziqarli matematik soat* - darsdan keyin sinfning hamma o`quvchilari bilan o`tkaziladi. U oyida 1-2 marta o`tkazilishi mumkin, mashg`ulotlar 30-60 daqiqa davom etishi maqsadga muvofiq bo`ladi.

Mashg`ulotlarni o`tkazish uchun qiziqarli masalalar, qiyinroq masalalar, rebus boshqotirmalar, topishmoqlar va boshqalar material bo`lib xizmat qilishi mumkin.

*Matematik to`garaklar* – sinfdan tashqari ishlarning sistematik ravishda o`tkazilib turiladigan shaklidan biridir. Uning asosiy vazifasi – matematikaga alohida qiziquvchi o`quvchilar bilan bajariladigan chuqurlashtirilgan ish.

To`garaklar oyiga 2 marta o`tkaziladi. To`garaklarda bir maktabning parallel sinflari o`quvchilar yoniga bir necha maktab o`quvchilari ham qatnashishi mumkin (matematika klubi).

To`garak mashg`ulotlarini o`tkazishda o`quvchilar mustaqillik va tashabbus ko`rsatadilar: ular qisqacha tarixiy ma'lumotlar tayyorlaydi; ko`rgazmali quollar tayyorlaydi, matematika ertaliklariga tayyorgarlik ko`radilar.

Shu bilan bir qatorda ular to`garakda turli masalalar yechadilar, rebus, boshqotirmalar, topishmoqlarni topadilar, didaktik o`yinlar o`tkazadilar.

Matematika to`garagini o`tkazish uchun uning oldindan ish rejasi tuziladi. Namuna. 1- mashg`ulot. 1. Rebuslar o`ylab topish. 2. Qiziqarli masalalar yechish. 3. Tenglamalarni yyechishga oid mashqlar. 4. Boshqotirma. 5. Hazil masala. 6. Topishmoq. 7.«Quvnoq sanoq» o`yini.

*Matematik tanlov va olimpiadalar* – matematik tanlovlari qiyin masalalar yechish va o`tkir zehn, tez tushuna olishni talab qiluvchi topshiriqlarni bajarish bo`yicha o`ziga xos musobaqalardir. Uning asosiy maqsadi tez tushunadigan, ziyrak matematikni, yaxshi sinfni aniqlashdan iborat.

Tanlov mavzusi va uni o`tkazish vaqtini oldindan belgilanadi. Masalan: masalalar yechish, geometrik topshiriqlar, og`zaki va yozma hisoblashlar.

Matematik olimpiadalar muktabning hamma sinflarini ham jalb qilgan holda o`tkaziladi. Olimpiadalar yiliga bir marta matematikaga qobiliyati ko`proq o`quvchilarni aniqlash maqsadida o`tkaziladi. Olimpiadalar qatnashchilarning tarkibiga qarab maktab, tuman, shahar, viloyat, respublika miqyosida o`tkaziladi.

Maktab olimpiadasining maktab direktori tasdiqlagan komissiya boshqaradi. Komissiya topshiriqlarning mazmunini, qatnashchilarni tanlash shartlarini aniqlaydi, olimpiada o`tkazilish vaqtini belgilaydi.

*Matematik ertaliklar va viktorinalar*- matematika ertaliklarini matematika to`garagining hisoboti tariqasida, shuningdek, o`quvchilar raqamlashni yozma va og`zaki hollarini o`rganib olganlaridan keyin o`tkazish mumkin. Uning maqsadi o`quvchilarning matematikadan bilimlarini amalda tatbiq qilish qobiliyatları, og`zaki va yozma, tez hisoblash ko`nikmalari, fazoviy tasavvurlarini hisobga olishdan iboratdir.

Uning mazmuni tarixiy ma'lumotlar, hisoblashlar va qiziqarli masalalar va matematik o'yinlardan iborat bo'ladi.

Ertalikka ota-onalar, o'qituvchilar va xohlovchilar qatnashishadi.

Matematik viktorinalar, asosan, o'quvchilarga yechish uchun beriladigan savollar va topshiriqlardan iborat bo'ladi.

Javoblar yozma ravishda topshiriladi va g`oliblar aniqlanadi. Namunalar:

1. Qachon ikki sonning yig`indisi birinchi songa teng bo'ladi?
2. 3 kg paxta og`irmi yoki 3 kg temir?
3. Beshta 2 raqami va amal ishoralari yordamida 14 ni qanday hosil qilish mumkin?

Matematik matbuot – Chiqariladigan gazeta mazmuni ko`proq qiziqarli materiallar asosida tashkil qilinadi. Uni to`garak a'zolari chiqarishi mumkin. Gazeta, odatda, matematik burchak deb ataluvchi burchakka osib qo`yiladi.

Matematika burchagida matematikaga tegishli o`quv asboblari, materiallari saqlanadi.

Matematik ekskursiyalarning asosiy maqsadi – aniq hayotiy fakt va taassurotlarni talab qilish va o'quvchilarni shu faktlar bilan turmushda uchrashadirish. Boshlang`ich sinflarda o'quvchilar bilan bu turdagи ekskursiyalarni o`tkazish ancha qiyin, shuning uchun o'qituvchi puxta tayyorgarlik ko`rishi kerak bo'ladi.

U ekskursiya o`tkaziladigan joyga borishi, ekskursovodga qanday tushuntirish berish haqida, vaqtি haqida ko`rsatmalar berishi kerak. Ekskursiyadan ko`zlangan maqsad o'quvchilarga tushunarli bo`lishi muhimdir, shunday bo`lgandagina ular oldindan nima qilishlari kerakligini va o`zlarini qanday tutish kerakligini bilib oladilar.

Maktabning joylashgan o`rniga qarab, ustaxonalarga, fabrikalarga, fermalarga, dalalarga va boshqa joylarga ekskursiyalar o`tkaziladi.

O'quvchilar bunda ishchilarning mehnatlarini kuzatadilar va mahsulot hajmini, materiallar sarfini, ish unumini, tejamkorlikni tavsiflovchi son

ma'lumotlarini qayd qilib boradilar. Ekskursiyalardan olingan «jonli» sonlar o'quvchilarning o`z masalalarini tuzishi va yechishlariga, ko`rgazmali qurol tayyorlashlariga asos bo`ladi.

M: Bir soatda ekskvator 4 metr uzunlikdagi chuqurlikni kovladi. Shunday ish unumi bilan u 7 soatda qancha chuqurlikni kovlaydi?

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Matematika darslari uchun unga qanday talablar qo'yilgan ?
2. Matematika darslarining asosiy turlari va ularning tuzilishi haqida fikr bildiring.
3. Matematika darslarini yangi pedagogik texnologiya asosida tashkil qilish nima?
4. Matematika darslari tahlilini amalga oshirish yo'llariga nimalar kiradi?
5. Matematikada sinfdan tashqari ish nima?
6. Matematika fanida sinfdan tashqari ish turlari va ularning boshlang`ich sinflarda qo'llanilishi haqida fikr bildiring.
7. Matematika darslarida qiziqarlilik elementlaridan foydalanish uslublariga nimalar kiradi?

## **III-MODUL.            MATEMATIKA O'QITISHNING XUSUSIY METODIKASI**

### **1.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA TO'PLAM VA MUNOSABAT**

*Maktab matematika kursini o'rGANISHDA to'plamlar nazariyasi nuqtayi nazaridan yondashuviga umumiy qarashlar. Maktab matematika kursida to'plamlar haqidagi ta'limot mazmuni.*

O'quvchilarni rivojlantirish deyilganda, ularning oddiy holatdan yanada yuqoriroq darajali ikkinchi kreativ holatga o'tishiga aytiladi. Natijada

o‘quvchilarning o‘quv faoliyati tizimida yangilanish, masalan, yangi intellektual uquvlar (solishtirib ko‘rish, mulohaza yuritish v.h.) paydo bo‘ladi.

Yu.M.Kolyagin hamda G.L.Lukankinlarning ta’kidlashicha, pedagog-psixologlar olib borgan tadqiqotlarga ko‘ra, bola o‘zining kundalik faoliyatida to‘plam tushunchasi bilan har qadamda duch keladi. Uyda, bolalar bog‘chasida, sayr paytida bola doimiy ravishda predmetlar ko‘pligi bilan muloqotda bo‘ladi, ular bilan turli harakatlarni bajaradi, o‘zi ham bunday harakatlarni bajarishda ishtirok etadi yoki kuzatadi. Shu ma’noda aytganda, bola aniq matematik xarkterdagi ko‘plab hayotiy hodisalarning xususiyatlarini anglab boradi. Masalan, bolalar o‘yin jarayoni paytidayoq, o‘yinchoqlarni yoki ko‘plab o‘yinchoqlarni turli belgilariga qarab bir-biriga solishtirib ko‘radi, ular ishtirokida har xil harakatlarni (“mana bunga o‘xshashlarni bu yoqqa olib qo‘yamiz...”, “hammasini olamiz...”, “buning oldiga mana buni qo‘yamiz...”, “buni bunga qo‘shamiz...” v.h. kabi) bajaradi.

Bu muhim matematik tushunchalar – natural son va arifmektik amallarni anglagan holda o‘zlashtirishning zaruriy shartidir. Shu tariqa, to‘plam tushunchasi bilan uzviy bog‘liqlikda bo‘lgan natural sonlar arifmetikasini qurishda bolaning aniq faoliyatidan foylananiladi, ko‘rgazmalilikning yuqori darajasini ta’minlaydi, matematik tushunchalarni bolada bu paytga qadar shakllangan tasavvurlarni o‘zlashtirishga ko‘mak beriladi.

Algebraning xususiyati shundaki, bu predmetni o‘rganish o‘quvchilarning aqliy rivojlanishiga kuchli turtki beradi. Ammo o‘quvchilarning aqliy faoliyati juda murakkab, ko‘p komponentlidir. Uning eng muhim komponentlaridan biri – umumiy ta’limning muhim vazifasi bo‘lmish fikrlashdir. Fikrlash qator belgilarga ega, ularning orasida, birinchi navbatda, mantiqiylik alohida ajralib turadi. Mantiqiy fikrlash – zid bo‘lman, asoslangan, mulohaza yuritish shaklida yuzaga keladigan izchil fikrlashdir. Mantiqiy fikrlash ko‘proq darajada algebra darslari orqali paydo bo‘ladi. Shuning uchun ham, odatda, algebrani amaliy mantiq deb

atashadi; chunki aynan algebrada o‘quvchi bir qadar to‘liqroq tarzda mantiqning barcha qonunlarini ko‘ra oladi.

Shu ma’noda, algebrani o‘qitishning eng muhim maqsadlaridan biri – o‘quvchilarni mantiqiy fikrlarshga o‘rgatish hisoblanadi. O‘quvchilarning mantiqiy fikrlashi, shakllanish jarayonlarida darajalarni takomillashtirish, fikrlashning shakliy va fikriy amallarini bajarish, aniqlashda va o‘quv faoliyatida qo‘llashning uquv hamda ko‘nikmalari, shuningdek, fikriy qo‘llanishlarni bir bilim sohasidan ikkinchisiga olib o‘tish uquvini amalga oshirish orqali amalga oshiriladi.

Shunday qilib, agar biz tenglamalarni, shakl va fikrlash yo‘sini takomillashtirishga to‘plamlar nazariyasi elementlari ta’sir etishini o‘rnata olsak, shundagina bunday vositalardan foydalanish o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashining rivojlanishi, yuqori darajaga ko‘tarilishi haqida gapirishimiz mumkin.

Birinchi holatda mulohaza yuritish, aniq predmetlar bilan harakatlar olib borishni tushunish asosida amalga oshiriladi, ikkinchi holatda esa, mulohaza yuritish rasmlarga, chizmalarga, ramziy yozuvlarga v.b. tayangan holda amalga oshiriladi. Mavhum fikrlashda har qanday aniq predmetlardan, rasm va chizmalardan chalg‘igan holda, faqat xayolan (ongda) mulohaza yuritiladi. Fikrlash darajasining ana shu o‘ziga xosligi rivojlanishning asosiyo yo‘nalishi kelib chiqadi: “...aniq vaziyat bilan cheklangan amaliy fikrlashdan, anglash sohasining cheksiz kengayib boruvchi, bevosita hissiy tajriba chegaralaridan chiqib ketuvchi mavhum fikrlashga o‘tiladi”

### **O‘quvchilar fikrlashining o‘ziga xosligi.**

O‘quvchilarning fikrlashdagi o‘ziga xosligi, fikrlash darajasining bir-biri bilan o‘zaro chambarchas bog‘liq bo‘lgan uchta: ko‘rgazmali-harakatli, ko‘rgazmali-obrazli va mavhum fikrlashga bog‘liq bo‘ladi. Shuni ham unutmaslik keraki, agar birinchi bo‘lib ikkita fikrlash tarzi yetarlicha rivojlangan darajaga yetkazilgan bo‘lsa, uchinchi, ya’ni mavhumiyl fikrlash endigina boshlanayotgan va o‘zini namoyon etayotgan bo‘ladi.

Fikrlash darajasining mavhumiy bo‘lishi algebraga xos xususiyat hisoblanadi, shunday bo‘lsa-da, u boshqacha fikrlashning ahamiyatini aslo kamaytirmaydi. Maktab yoshidagi bolalarni algebraga o‘qitish vazifasi – bolani fikrlashning barcha bosqichlarini tezroq bosib o‘tishga majbur etishdan emas, balki eng yuqori darajadagi mavhum fikrlashga erishish uchun o‘quvchilarda fikrlashning mavjud imkoniyatlaridan ko‘proq foydalanishdan iboratdir.

Bu yoshda rivojlanish sohasining yangidan tashkil topishi tufayli ko‘rgazmali-obrazli fikrlash darajasining nisbatan yuqori darajasiga o‘tilishi “ruhiy fikrlash faoliyatining ramziy va ahamiyatli vositalariga o‘tishga ongli munosabatning, modellashtirish faoliyatini o‘zlashtirish qobiliyatining paydo bo‘lishi” hisoblanadi. Modellashtirish, bu – tadqiqot usuli bo‘lib, original (asl nusxa)ning sun’iy yoki tabiiy xususiyatlarini aks ettiruvchi yasama modelini yaratishdir .

Aniqlashdagi ikkita holat muhim: model o‘rganish ob’yekti o‘rnini egallaydi; u bilan ma’lum bir munosabatda bo‘ladi.

Shunday qilib, modellashtirish – bu, modellarni yaratish va ular bilan ishslash jarayoni. U mavhumlashtirishning ma’lum bir darjasи bilan izohlanadi. Ya’ni, modellashtirish faoliyati – belgilarni kodlashtirish (belgilash), model tuzishda predmetlar munosabati, model bilan yangi harakatlarni bajarish va ma’lumotlarni dekodlashtirish (ularni real predmetlarga olib o‘tish) hisoblanadi. Modlellashtirish faoliyati bolalar ongida predmetlarning farqini bir-biridan ajratish, predmetlarni faqat ajratib olingan bitta belgi asosida solishtirish imkonini beradi.

Bu qoida P.Ya. Galperinning aqliy harakatlar va tushunchalarni bosqichma-bosqich rivojlantirish nazariyasiga asosan, harakatlarni moddiylashgan holda bajarish bosqichiga tegishlidir.

Eng yuqori fikrlash darajasiga ko‘tarilishda duch kelinadigan qiyinchiliklardan biri, bu – bolalarda mavjud bo‘lgan mavhumlashtirishga nisbatan tendensiyani to‘g‘ri baholay olmaslikdir. Mavhumlik bilan o‘rnatiladigan har qanday aloqa (kontakt) qiyin va juda keraksizdek tuyuladi. Aslida esa bunday

emas. Mavhumlashtirishga intilish tendensiyasi bolalar o‘yinlarida ko‘proq ustunlik qiladi. Chunki bolalar mavhumlikdan qo‘rqishmaydi. Shuni ham alohida ta’kidlab o‘tish kerakki, nuqtalar orqali tasvirlash o‘rniga aniq ob’yektlarni chizish – bu, bolalarni algebraga o‘qitishni sekinlashtirib qo‘yadigan befoyda o‘tadigan bosqichdir. Nuqtalar vositasida ob’yektlarni tasavvur etish esa, o‘quvchilarga aniq vaziyatdan modellashtirishga tez o‘tish imkonini beradi.

Nuqtalar – bolalar emas, lekin ular bolalar belgisini ifodalaydi. Shuning uchun ham bolani belgisini ifodalaydigan nuqtani ko‘rsata turib, “Mana bu, bola!” deyishning hech qanday qo‘rinchli joyi yo‘q. Bu, xuddi algebr “A nuqta” deyish o‘rniga “A harfi bilan belgilangan nuqta”, degandek bir gap.

Frederik xonim darslarida bolalar ob’yektlar o‘rtasidagi munosabatlarni ko‘rsatkich (graf)lar tili orqali modellashtiradilar, bu esa ularga javobni ifodalashda yordam beradi, chunki o‘quvchilar ko‘rsatkichlar (strelkalar) yordamida o‘zлari nima haqida so‘zlayotgani yoki nimani tushuntirayotganini aniq tasavvur etadilar. Qizig‘i shundaki, bolalarning o‘zлari munosabatlarni ko‘rsatkichlar orqali tasvirlashni taklif etadilar, shu yo‘l bilan o‘zlarining mavhumlikka nisbatan faol qobiliyatga ega ekanligini namoyish etadilar.

O‘z fikrlarini yomon ifodalaytigan bola, graflarning mavhum tilini o‘ziga yaxshi tanish vaziyatlarni modellashtirishni, tabiiyki, reallik bilan muntazam aloqada bo‘lish sharoitlarida, hech bir qiyinchiliklarsiz amalga oshiradilar.

Nostandard masalalar deyilgan, hozirgi kunda darsliklarning “qiziqarli masalalar” yoki “qiyinligi orttirilgan masalalar” bo‘limlarida tobora ko‘payib borayotgan ma’lum bir turdagи masalalarni nazarda tutamiz. Shunga asosan aytadigan bo‘lsak, bolalarni bunday masalaarga yechim topishga va ularni yyechishga o‘rgatishimiz lozim. Uslubiy tavsiyalarning yo‘qligi o‘qituvchi uchun ma’lum bir qiyinchiliklarni yuzaga keltiradi, aynan ana shunday masalalar yechimini izlash (ko‘p hollarda o‘qituvchilar bunday masalalarni tushirib qoldirishadi yoki bittaikkita o‘quvchining to‘g‘ri javobidan tushuntirib berishni talab qilmagan holda, qanoatlanishadi)

Bunday masalalarga yechim izlashni shunday tashkil qilish kerakki, bu masalalarni yyechish sinfdagi ko‘pchilik bolalar uchun murakkab tuyilsin. Lekin bunday masalalar o‘quvchilarning fikrlash qobiliyatini rivojlantirishda yaxshi ta’sir kuchiga ega bo‘lganligi uchun ham ularni, albatta, yyechish kerak. Chunki ushbu mavzu bugungi kunda hamon dolzarb bo‘lib turibdi.

Jamiyat taraqqiyotining zamonaviy bosqichi mакtab ta’limi oldiga alohida muhim talablar qо‘ymoqda. Xususan, maktablar nafaqat ma’lum bir bilimlar majmuyini egallagan odam, balki, ana shu bilimlarni hayotda qо‘llay oladigan insonni tarbiyalashi lozim, degan talab ham beziz qо‘yilmagan.

O‘qitishning yangi yo‘llarini izlash, birinchi galda, muntazam ravishda o‘sib borayotgan bilimlar hajmi bilan mакtab ta’limi vaqtining cheklanganligi o‘rtasidagi nomutanosiblikni bartaraf etishga qaratilgan.

### **“To‘plamlar va ular bilan ishlash amallari” mavzusini o‘rganish.**

Klassik matematikaning ko‘plab bo‘limlari asosini to‘plam nazariyasi tashkil etadi. O‘rta umumta’lim maktabida o‘rganiladigan matematik tushunchalar tabiiy ravishda to‘plamda guruhlanadi.

To‘qqizinchi sinf o‘quvchilari ko‘plab nazariy-to‘plam tushunchalari bilan tanishib ulgurgan bo‘lishadi. Shuning uchun ham ushbu mavzu bayoni bu paytga qadar mакtab matematika kursi orqali o‘rganilgan “Tengsizliklar”, “Tenglamalar”, “Tenglama va tengsizliklar tizimi” kabi muhim mavzularni o‘rganishdan olingan bilim, uquv hamda ko‘nikmalar asosiga qurilishi kerak.

Kursning asosiy uslubiy yo‘nalishi matematik tushunchalarni ko‘rib chiqishda nazariy-to‘plam asosida yondashuvdan iborat. Bunday yondashuv, o‘quvchilarga bir qarashda bir-biridan uzoq tuyuluvchi mакtab matematikasidagi umumiylikni ko‘rish imkonini beradi.

Dastlab, o‘quvchilarga to‘plam nazariyasining konkret obrazlar xilmalligini umumlashtiruvchisi bo‘lgan umumiylar tushunchalar ortida nima borligini tushunish qiyin kechadimi? Bu, atrofda kechayotgan hayotiy haqiqatlar aks etgan ko‘plab real holdagi nazariy materialni bayon qilish bilan shartlanadi.

Ayni paytda, o‘quvchilarga tanish bo‘lgan matematik savollar orasidan misol tanlab olish va ularga nazariy-to‘plam nuqtayi nazaridan yondashuvni o‘rgatish kerak. Ayniqsa, tenglama va tengsizliklarni yyechishda to‘plam nazariyasini qo‘llashni ko‘rib chiqish muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki bu tushunchalar to‘plam nazariyasi tilida tabiiy talqin etilgan bo‘ladi.

Dastlab, o‘quvchilarga to‘plam nazariyasining konkret obrazlar xilma-xilligini umumlashtiruvchisi bo‘lgan umumiyl tushunchalar ortida nima borligini tushunish qiyin kechadimi? Bu, atrofda kechayotgan hayotiy haqiqatlar aks etgan ko‘plab real holdagi nazariy materialni bayon qilish bilan shartlanadi.

Ayni paytda, o‘quvchilarga tanish bo‘lgan matematik savollar orasidan misol tanlab olish va ularga nazariy-to‘plam nuqtayi nazaridan yondashuvni o‘rgatish kerak. Ayniqsa, tenglama va tengsizliklarni yyechishda to‘plam nazariyasini qo‘llashni ko‘rib chiqish muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki bu tushunchalar to‘plam nazariyasi tilida tabiiy talqin etilgan bo‘ladi.

Dastlab, o‘quvchilarga to‘plam nazariyasining konkret obrazlar xilma-xilligini umumlashtiruvchisi bo‘lgan umumiyl tushunchalar ortida nima borligini tushunish qiyin kechadimi? Bu, atrofda kechayotgan hayotiy haqiqatlar aks etgan ko‘plab real holdagi nazariy materialni bayon qilish bilan shartlanadi.

Ayni paytda, o‘quvchilarga tanish bo‘lgan matematik savollar orasidan misol tanlab olish va ularga nazariy-to‘plam nuqtayi nazaridan yondashuvni o‘rgatish kerak. Ayniqsa, tenglama va tengsizliklarni yyechishda to‘plam nazariyasini qo‘llashni ko‘rib chiqish muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki bu tushunchalar to‘plam nazariyasi tilida tabiiy talqin etilgan bo‘ladi.

Endi bu mavzuni o‘rganish usullarini ko‘rib chiqamiz. Ushbu mavzu bo‘yicha markaziy tushuncha sifatida, albatta, to‘plam tushunchasi hisoblanadi. Bu tushuncha matematikada boshlang‘ich tushuncha sanaladi. O‘quvchilar yetarlicha darajada turli tabiatga oid ko‘plab misollar keltirishi mumkin.

“To‘plam” tushunchasi ma’nosini akademik N.N. Luzin tomonidan taklif etilgan shaffof holdagi ko‘rib bo‘lmaydigan (nepronisayemiy) qobiq sifatida

obrazli tarzda tasavvur etish orqali ochish mumkin. To‘plam haqidagi bunday obrazli tushuncha, o‘quvchilarga nima uchun, masalan, bir elementli to‘plam elementning o‘zi bilan aynan o‘xhash emasligini tushuntirish imkonini beradi. “To‘plam elementi” tushunchasini muhokama etish paytida, u yoki bu predmet haqiqatan ham mana shu to‘plamga tegishli ekanligi aniqlangandan keyingina to‘plam elementi nomini olishi mumkinligini ta’kidlash lozim. O‘quvchilar bilan birgalikda qaysi to‘plam berilgan topshiriq, qaysinisi esa teng deb atalishini aniqlab olish zarur. To‘plamga oid topshiriqning ikkita asosiy vositasini keltirib o‘tamiz: izohlash xususiyatiga ega vosita yordamida o‘tkazish va ta’riflash. Ko‘rib chiqilgan tushunchalarni o‘zlashtirish uchun o‘quvchilarga 1-9- mashqlarni taklif etamiz. Oxirgi mashq ko‘proq qiziqish uyg‘otadi, chunki u tenglama orqali berilgan modul belgisi ostidagi o‘zgaruvchanlikni ifodalaydi.

***Maktab matematika kursida munosabatlar tushunchalari.*** Matematik bilimlarni shakllantirishda munosabatning o’mi katta, chunki munosabatni o’rganish matematikani o’rganishning asosidir. Sonlar qatorida “teng”, “kichik”, “katta” munosabatlari; geometrik shakllar misolida “tenglik”, to’gri chiziqlar to’plamida parallelilik, perpendikulyarlik; tenglama va tengsizliklar to’plamida teng kuchlilik; algebraik ifoda va boshqalarda tenglik munosabatlari bugungi kunga qadar ham o’rganilmoqda.

## **2.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA SONLAR HAQIDAGI TA’LIMOT.**

***Maktab matematika kursida son tushunchasi.*** Beshinchi va oltinchi sinflarga mo’ljallangan matematika, to’rtta: 1)natural sonlar; 2)o’nli kasrlar; 3)kasrlar, 4) ratsional sonlar bo’limlaridan iborat bo’ladi. Unga, odatda, geometriyaga oid ba’zi bir ma’lumotlar joylashtiriladi, shkuningdek, koordinatlarning to’g’ri burchakli tizimi haqida tushunchalar beriladi, oddiy tenglamalar va tengsizliklarni tanlab olingan natural sonlar orqali yyechish ham o’rgatiladi. Bu kursning bosh yo’nalishi

– sonlar va hisoblashlardir. Hatto, maktab matematika kursining nazariy yo’nalishi amalda 5-6 sinflarda tugaydi deb aytish mumkin bo’lsa-da, u yuqori sinflarda son haqidagi tushunchalar bilan yanada kengaytiriladi – ya’ni, ko’plab haqiqiy sonlar kiritiladi. Lekin hech qanday haqiqiy sonlar teoremasi mактабда o’qitilmaydi, hisoblashlar esa ularning ratsional yaqinlashuvi orqali amalga oshiriladi. Shuning uchun ham 8-sinf matematika darslariga haqiqiy sonlarning kiritilishi biror-bir uquv yoki ko’nikma (malaka)ni shakllantirishni nazarda tutmaydi. Son to’g’risidagi tushunchaning keyingi kengaytirilishi – ya’ni, kompleks sonlar – mактаб dasturidan bundan ellik yillar avval olib tashlangan va u faqat matematik sinflar dasturidagina saqlanib qolgan.

Son nima? Bu savol borasida biz o’quvchilarga qoniqarli javob bera olmaymiz. Chunki olimlar orasida son – sanoq maydoni elementi, shuning sonli ko’plik kompleks sonlar to’plamini tashkil etadi, giperkompleks sonlar (masalan, kvaternionlar) son hisoblanmaydi, degan nuqtayi nazarni ilgari suruvchilar ham bor. Yana boshqa nuqtayi nazar ham mavjud bo’lib, unga ko’ra, ularni kattaligi bo’yicha tenglashtirib bo’lmasligi bois, kompleks sonlarni unchalik son deb ham bo’lmaydi, demak, son tushunchasi haqiqiy songa tengdir. Shu o’rinda ta’kidlab o’tish kerakki, birinchi nuqtayi nazarga qaraganda, maydon tashkil etmaganligi uchun ham natural sonlarni, hatto, butun sonlarni ham to’g’ridan-to’g’ri son deb atab bo’lmaydi. Biz mактабда “sonlar” to’g’risida ta’rif berish qiyinligi uchun emas, balki “natural sonlar”, “aniq sonlar”, “ratsional sonlar” haqida ta’riflar berishimizga yuqoridagi kabi nuqtayi nazarlarning sabab bo’ladi. Ya’ni “sonlar” tushunchasini ta’riflash borasida hech narsa bermasligimizni oqlaydi.

Mактаб matematikasi kursining sonli yo’nalishi natural sonlar – musbat kasr sonlar – ratsional sonlar – haqiqiy sonlarni ketma-ketlikda o’rganishdan iborat bo’ladi. Bu matematika fanida haqiqiy sonlarni o’rganish tartibidan farq qiladi: natural sonlar – butun sonlar – ratsional sonlar – haqiqiy sonlar. Chunki o’quvchilarga manfiy butun songa ko’ra, musbat kasrli son tushunchasi

boshlang'ich sinf o'quvchilariga osonlikcha tushunarli bo'ladi, shuning uchun ham maktabda ularni aynan shu tartibda o'qitish yo'lga qo'yiladi.

Kasrli musbat sonlarni izchillikda o'qitish masalsiga kelganda, bu borada ham fikrlar har xil ekanligini ta'kidlab o'tish zarur. Masalan, ba'zi bir darsliklarda ko'rsatilishicha, oddiy kasrlarni o'rganish 5-sinfdan boshlanadi va 6-sinfda o'nli kasrlarni o'rganish bilan yakunlanadi. Boshqa darsliklarda esa buning teskarisi tavsiya etiladi, ya'ni 5-sinfda o'nli kasrlar o'rgatilib, oddiyilari esa 6-sinfda o'rgatilmaydi.

Hisoblash yo'li 5-6-sinflarda butun matematika kursini qamrab oladi. Matematika kursining qolgan yo'llari esa bog'liq holda keladi, ya'ni ergashuvchi vazifasini bajaradi. Shuning uchun o'qitishning aynan shu usuli haqida ko'proq o'ylashi kerak. Ba'zi bir zamonaviy darsliklarda bu kurs boshlang'ich ta'im an'analari asosida olib boriladi, ya'ni barcha yangi tushuncha va tasdiqlashlar talab etilmaydigan misollar orqali amalga oshiriladi. Hozir shunday o'zini oqlashlar o'ylab topilganki, ularga ko'ra, barcha 1-6-sinflar progimnaziya, ya'ni to'liqsiz o'quv yurtiga tenglashtiriladi, demak, bunday sinflarning barchsida bayon metodi bir xil bo'lishi kerak. Shunga qaramasdan, 5-6-sinf o'quvchilarini matematikaning tasdiqlash g'oyasiga o'rgatish lozim. Aks holda, 7-sinf geometriyasidagi teoremalarni isbotlab berish tashvishi hali bunga tayyor bo'lмаган bolalar zimmasiga tushadi. Isbotlashni tasdiqlab berish kasrlar, so'ngra manfiy sonlarni o'rgatish orqali amalga oshirilsa, qulay bo'ladi. Tasdiqlashlarni tushuntirishni biz nimaga tayanayotganimiz, bu ishni qanday qilib bajarayotganimizni namoyish etgan holda jiddiy amalga oshirishimiz kerak. Ya'ni, "aksioma" so'zini ishlatmasdan, bolalarga qo'shish va ko'paytirish, shuningdek, ayirish va bo'lish xususiyatlarini sinf devoriga shu tasdiqlashlar aks etgan jadvalni osib qo'ygan holda eslatish mumkin.

5-6-sinflar matematika kursida ikkita "qiyin o'zlashtiriladigan" joyi bor. Ularning biri, bu – foizlardir. Sonlarni yozish usullaridan biri sifatida maktab darsliklarida bu tushuncha noto'g'ri ta'riflanadi. Masalan, ba'zi bir darsliklarda

“39% =0,39” degan yozuvga ko’zingiz tushadi. Bunday yozish haqiqatan to’g’rimi? Agar  $x=y$  bo’lsa, unda istalgan yozish paytida  $x$  ni  $y$  ga aylantirish, almashtirish mumkin. Bundan tashqari,  $0,39 + 1$  yozuvi biror ma’noni anglatadi, lekin  $0,39\% + 1$  yozuvi esa hech qanday ma’no anglatmaydi.

Bu yerda gap shundaki, agar butun 100% nazarda tutilayotganligi aytilmagan bo’lsa, unda foiz tushunchasi hech qanday ma’no kasb etmaydi. Chunki ma’lum bir kattalikning o’ndan bir qismi to’g’risida yoki oddiy o’nlikning bir qismi, ya’ni mavhum son haqida so’z yuritilayotgan bo’lishi mumkin. Ammo, u qanday kattalikdan olingenini ko’rsatmasdan turib, shunchaki 39% foiz haqida gapiriladigan bo’lsa, bu bema’nilikdan boshqa narsa emas. Shuning uchun ham mavzuni o’rganishda “foiz” tushunchasining bunday xususiyati eng katta qiyinlik hisoblanadi. Bu borada bildirilayotgan fikrlarga yana bitta qo’shimcha kiritish mumkin. Masalan, foizlar bilan bog’liq ishlarning barcha algoritmlari ikki xil xususiyatga ega bo’ladi. Bu algoritmlar o’quvchilar bu paytga qadar tanishgan “bir harakatli” (bu yerda topishning faqat (EKUB –eng katta umumiyo bo’luvchi) va EKUK (eng kichik umumiyo karra) algoritmlari istisno qilinadi. Chunki EKUK va EKUBni bilmasdan turib ham ishlash mumkindir, ammo foizlar haqida bunday deb bo’lmaydi. Foizlar nafaqat amaliy maqsadlar uchungina zarur emas, chunki o’quvchilar fikriy qobiliyatini rivojlantirishga qaratilgan jiddiy masalalar ular asosida quriladi, bu algoritmlardan ana shu xususiyati bilan farqlanadi. O’quvchilar foiz tushunchasini oddiy rejorashtirish paytida ajratilgan bir necha soat davomida o’zlashtira olmaydilar. Bu borada o’qitishning ilgarilash usulini qo’llash g’oyat mahsuldor bo’lishi mumkin. Foizlar o’rganiladigan sinf (5-6) o’quvchilariga o’quv yilining boshidanoq (ya’ni, sentabrdan boshlaboq) foizlar bilan bog’liq masalalar berishni tavsiya etamiz.

1-bosqichda:

1. sonning 1%-i- bu o’sha sonni 100dan bir qismi. Masalan, 700ning 1%ini topish uchun 700ni 100ga bo’linadi va hosil bo’lgan 7 shu sonning 1%ini tashkil etadi.

2. 1200 km.ning 1%ini toping.

2-bosqichda:

3. 1% i 13ga teng bo’lgan sonni toping.

4. 1% i 7,53ga teng bo’lgan sonni toping.

3-bosqichda:

5. 200 ning 5%ini toping.

6. 49 ning 19%ini toping.

4-bosqichda:

7. 17%i 68ga teng bo’lgan sonni toping.

8. 20%i 4,5 kg.ga teng bo’lgan toshning og’irligini toping.

5-bosqichda:

9. 8 soni 800 sonining necha foizini tashkil etadi.

10. 15 sm. 15 m. ning necha foizini tashkil etadi.

Navbatdagi bosqichlarda:

11. Bir soatda necha sekund va bir soatning 5%i necha sekundga teng?

12. Qanday sonning 32%i 10,24ga teng?

13. Sonning 5%i 84 ga teng, uning 15%i nechaga teng?

14. Non 1200 so’m edi. U 10% arzonlashtirilgan bo’lsa, necha so’m turadi?

Ikkinci qiyin o’zlashtiriladigan material, bu – tenglamalar yordamida yechiladigan masalalardir. Bunday masalalarning algoritmi, birinchidan, noma’lum kattalikni harf orqali belgilash, ikkinchidan, mazmunida keltirilgan harf bor ifodalarni tuzib chiqish, uchinchidan, masala shartiga ko’ra tenglamalar tuzish, to’rtinchidan, bu tenglamalarni yyechish, beshinchidan, olingan natijani tushunib yetish hamda javoblarni yozib olishdan iborat bo’ladi. Shunday qilib, biz 5-6-sinflar kursida bolalarni sonlar haqidagi umumiyligi tushunchalar bilan tanishtirmaymiz, balki ularga natural sonlarni, musbat ratsional sonlarni va ratsional sonlarni o’rgatamiz. Tenglamalar yordamida yechiladigan masalalarni yyechish va “Foizlar” mavzusini o’rganishda o’qitishning ilgarilash usulidan foydalanimiz. O’qitishning ushbu bosqichida biz bolalarni tasdiqlashlarga o’rgata

boshlaymiz. Ratsional sonlarni o'qitishda oddiy jadvallar tuzish va koordinatlarning uch burchakli tizimidan foydalanamiz.

Endi esa ana shu mavzularga oid ayrim masalalar tizimini ko'rib chiqamiz. Buning uchun o'quvchilarga tushunish va natija chiqarish bilan bog'liq masalalarni yyechishni topshiramiz. Har bir teorema va har bir algoritmgaga ishlov berish to'g'risida topshiriqlar beramiz. Shu o'rinda yana bir bor ta'kidlab o'tmoqchimizki, bu holatda hamma masalalar ham ko'rib chiqilmaydi, balki shakllantilishi bir turga mansub bo'lganlarigagina ishlov beriladi. Chunki qo'lingizdagi bu kitob ma'lumotnoma emas, u – darslik.

**Natural sonlar.** Natural sonlarni o'rganish o'quvchilar boshlang'ich sinfda olgan bilimlarga asoslanadi. Chunki bolalar boshlang'ich ta'lim jarayonida butun musbat sonlar va nol bilan tanishganlar, ular natural sonlar yordamida tenglashtirish, qo'shish, hisoblash, ko'paytirish va bo'lish harakatlarini bajarganlar. Shuningdek, ular bir xil ahamiyatli sonlarni qo'shish va ko'paytirishda nol qanday xususiyatga ega bo'lishini, ko'paytirishda bir sonining xususiyati nimada ekanligi aks ettirilgan jadvalni ham yoddan bilishadi. Ularga qo'shish va ko'paytirishning ko'chirib joylashtirish (komutativlik), hamda taqsimlash (distributivlik), shuningdek, qo'shish va hisoblashning biriktirish (sochetativlik) usullari ham yaxshi tanish. Ular hisoblashning o'nlik sanoq tizimida natural sonlarni yozish qoidalarini, razryadlari va sinflarini ham yaxshi bilishadi. Bundan tashqari bolalar (....sonli ko'rinishdagi, bu yerda  $p$  – natural son) ulushlarni ham yaxshi bilishadi.

Asosiy mактабning eng boshlanish kursida, ya'ni 5- sinfda natural sonlar quyidagi aniqlovchi orqali kiritiladi.

**Ta'rif. Sanashda ishlatiladigan sonlar – natural sonlar deb ataladi.**

Ma'lumki, aniqlovchi mantiqan nuqsonsiz bo'ladi. U natural son nimalagini bilgan holda aniqlanadigan hisoblash tushunchasiga asoslanadi, ya'ni hisob – hisoblanadigan ko'plik elementlari va natural sonlar to'plami elementlari o'rta sidagi muvofiqlikni aniqlash demakdir. Lekin shunisi ham borki, qat'iy

aksiomatik tushunchalar kiritilsa, umumiy ta’lim maktablari o’quvchilarining bu haqdagi ma’lumotlarni o’zlashtirishi qiyin bo’ladi. Shuning uchun ham yuqorida keltirilgan aiqlovchi kirtiladi. Bu aniqlovchiga quyidagi turdagি masalalarni yyechish orqali ishlov beriladi.

### ***Ta’rifga doir topshiriqlar.***

<sup>1</sup>

Quyidagi sonlarning: 6; 0; 4709. <sup>9</sup>; 1 – qaysi biri natural son, qaysi biri esa natural son hisoblanmaydi? Natural sonni aniqlashga tayangan holda javoblarni tushutirib bering.

### ***Xulosa chiqarishga doir topshiriqlar.***

1. Sinfingizdagи bolalar sonini hisoblashda kerak bo’ladigan ikkita natural sonni ayting.
2. Qirqoyoqning oyoqlari sonini hisoblashda kerak bo’ladigan ikkita natural sonni ayting.
3. Qo’ng’izning oyoqlari sonini hisoblashda kerak bo’ladigan eng katta sonni ayting.
4. Eng katta natural sonni ayta olasizmi?
5. Eng kichik natural sonni ayting.

Beshinchi sinfda bilimlar natural sonlar to’g’risidagi bilimlar bo’luvchi elementlari nazariyasi – bo’luvchi, karrali, KUB (karrali umumiy bo’luvchi), KUK (kichik umumiy karra), oddiy va qo’shma sonlar, bo’linish alomatlari hisobiga boyitilib boriladi. Mana, o’shanday muhim aniqlovchilarning biri.

***Ta’rif.*** Agar  $a$  natural son, karrali  $b$  natural songa qoldiqsiz bo’linsa,  $a$  soni karrali  $b$  son deb ataladi,  $b$  son esa  $a$  sonning bo’luvchisi deb ataladi. 0 son esa har qanday natural sonning karrasi hisoblanadi.

### ***Ta’rifga doir topshiriq.***

Quyidagi, ya’ni 10, 20, 30, 40 sonlari orasidan 20 sonining karrasini, 20 sonining bo’luvchisini, 20 sonining karrali bo’lmagan, 20 sonining bo’linuvchi bo’lmagan (variant: ularning orasidan juft son toping: birinchisi – ikkinchisining

karrasi, ikkinchisi – birinchisining bo’luvchisi bo’lgan, birinchisi – ikiknchisinig karrasi bo’lmagan, ikkinchisi esa birinchisining bo’luvchisi bo’lmagan) sonlarni toping.

### ***Xulosa chiqarishga doir topshiriqlar***

Ma’lum bir sonning karrasi bo’lgan son o’ylab toping. Shunday son topingki, u berilgan sonning karrasi bo’lmasin, bu son berilgan sonning bo’luvchisi bo’lsin, bu son berilgan sonning bo’luvchisi ham bo’lmasin (variant: bir juft son o’ylab toping, ularning birinchisi – ikkinchisining karrasi, ikkinchisi – birinchisining bo’luvchisi, ikkinchisi esa birinchisining bo’luvchisi bo’lmasin).

**Ta’rif.** **Ikki yoki bir necha sonlarning eng katta umumiyligi bo’luvchisi (KUB) deb, bu sonlarning qoldiqsiz bo’linadigan barcha natural sonlarning eng kattasiga aytiladi.**

**Ta’rif.** **Ikki yoki bir necha eng kichik natural sonlarning karrasi (KUK) deb, bu sonlarning qoldiqsiz bo’linadigan barcha natural sonlarning eng kichigiga aytiladi.**

### ***Ta’rifga doir topshiriq.***

Berilgan sonlar orasidan KUK hisoblanadigan sonni toping va nima uchun boshqa son, berilgan sonlarning KUK – kichik umumiyligi karrasi bo’la olmasligi sababini tushuntiring. Berilgan ushbu sonlar orasidan, ushbu sonlarning KUB – katta umumiyligi bo’linmasini toping, va nima uchun boshqa sonlar KUB bo’lolmasligini tushuntirib bering.

### ***Xulosa chiqarishga doir topshiriqlar.***

Berilgan sonlarning eng kichik umumiyligi karrasi (KUK)ni toping; berilgan sonlarning eng kichik bo’luvchisi (KUB)ni toping. Berilgan sonlarning eng kichik umumiyligi karra bo’lmagan bo’luvchisini toping (og’zaki hisobllash bajariladigan sonlar beriladi).

**Ta’rif.** **Natural sonlar, agar u teng ikkita bo’luvchiga ega bo’lsa, oddiy deb ataladi.**

**Ta’rif.** Natural sonlar, agar u ikkitadan ortiq bo’luvchiga ega bo’lsa tizimli (murakkab) deb ataladi.

Bu ikki aniqlovchiga bir paytda ishlov berish mumkin.

**Ta’rifga doir topshiriq.**

Ushbu  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{0}{5}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{1}{1}$  sonlarning qaysi biri oddiy, qaysi biri esa murakkab?

**Xulosa chiqarishga doir topshiriqlar.**

Berilgan oraliqdagi (masalan, birinchi o’nlikdagi) barcha oddiy sonlarni ko’chirib yozing. Berilgan oraliqdagi (masalan, birinchi o’nlikdagi) barcha murakkab sonlarni ko’chirib yozing. Oddiy ham, murakab ham bo’lmagan barcha natural sonlarni aytib bering. Javobingizni tushuntiring.

**Algoritm.** Natural sonlarning eng kichik bo’luvchisi (KUB)ni topish uchun, ularning har birini oddiy ko’paytuvchilar va barcha ko’paytuvchilardagi eng katta sonni bir marta qo’llagan holda ularning kelib chiqishini topib, yozib chiqish kerak.

**Algoritmga oid topshiriqlar.**

Keltirilgan sonlarning qaysi biri uchun eng kichik umumiylar karrani topish mumkin?

Uni toping. Keltirilgan sonlar guruhi to’plami: 8 va 0; va  $\frac{1}{9}$ ; 4 va 6; 4 va 1).

**Teorema (2 ga bo’lish alomati).** Barcha sonlar va natural sonlarning 2 ga bo’linuvchi faqat 0, 2, 4, 6 yoki 8 raqamlari bilan tugallanadigan o’nlik sonlar yozuvi (variant: juft sonlar).

**Teorema (5ga bo’linish alomati ).** Barcha sonlar va natural sonlarning 5 ga bo’linuvchi hamda faqat 0 yoki 5 bilan tugallanadigan o’nlik sonlari yozuvi.

**Teorema (10ga bo’linish alomati).** Barcha sonlar va natural sonlarning 10 ga bo’linuvchi hamda faqat 0 bilan tugallanuvchi sonlari yozuvchi.

**Teorema (3ga bo’linish alomati).** Son 3ga bo’linishi uchun, uning raqamlar yig’indisi 3 ga bo’linishi zarur va yetarlidir.

**Teorema (9ga bo'linishi alomati).** Barcha sonlar va natural sonlarning yig'indisi faqat 9 ga bo'linuvchi sonlar yozuvi.

**Mulohaza yuritishga doir topshiriq.**

(2 ga bo'linuvchi belgisi misolida)

31, 45, 432 raqamlari orasidan 2 ga bo'linuvchi sonlarni toping. Xulosa chiqaring.

(Yechim. 31 raqami 1 raqami bilan tugallanadi. Shuning uchun u 2 ga bo'lish belgisini qanoatlantirmaydi. Demak, u 2 ga bo'linmaydi. 432 raqami 2 raqami bilan tugallanadi. Shuning uchun u 2 ga bo'lish belgisini qanoatlantiradi. Demak, u 2 ga bo'linadi).

**O'nli kasrlar.** Kasrlarni yozishning o'ziga xos shakli sifatida O'nli kasrnani aniqlashda qo'llaniladigan 10. .. ko'rinishdagi belgi hamisha ham muvaffaqiyatli bo'lavermaydi. Birinchidan, bu aniqlovchiga cheksiz (doimiy va doimiy bo'lмаган) kasrlar mos kelmaydi, ikkinchidan, agar o'nli kasr haqiqatan ham kasr bo'lganda edi, unda kasrlarga oid barcha teoremalar o'nli kasrlarga (masalan, ular barcha kasrlarga qanday munosabatda bo'ladi) ham taalluqli bo'lar edi. Aslida esa bunday emas. Kasrlar to'g'risidagi barcha teoremlarda (masalan, kasrlarning asosiy xususiyati to'g'risidagi teoremada) suratlar, maxrajlar va kasr chegarsi aytiladi. O'nli kasr esa bunday chegara, surat va maxrajga ega emas. Ammo u, kasrda bo'lмаган muhim element (vergul) ga ega. Demak, o'nli kasr – kasr hisoblanmaydi.

Bunday so'zni ishatishda hech qanday g'alatilik yo'q. Chunki nafaqat matematikada, balki oddiy tilda ham "ot + sifat" so'z qurilmasi, ot yasovchi so'zdan alohida va qandaydir bir a'lo darajadagi aniqlovchini topib berishi mumkin. Masalan, "dengiz cho'chqachasi" degan atama bor. Aslida esa, u hech qanday cho'chqa bolasi emas. Balki, kemiruvchilar oilasiga mansub yirtqich hayvon. Shuningdek, bolalarda uchraydigan "tepki" kasalligi ham bor, u tibbiy tilda "svinka" deb ataladi. Yoki, fransuzcha "yer olmasi" – pomme de terre – kartofel, ya'ni kartoshka. Xuddi shuningdek, "anatomik teatr" degan atama ham

bor, bu atamaning teatrga hech qanday aloqasi yo'q. Chunki morg (o'likxona) degan ma'noni anglatadi.

O'nli kasr tushunchasini asl holda "kasr" deb emas, balki (hisoblashning o'nlik tizimida yozilgan son) "o'nlik son" deb atash to'g'ri bo'ladi.

**Ta'rif.** O'nli kasr deb, birliklar toifasining birinchi o'rinda keladigan raqamning o'ngrog'ida keladigan (kichikroq) o'nlik (hisoblashning o'nlik tizimida yozilgan) songa aytildi. Bu o'rinlar birliklardan vergul orqali ajratiladi. O'nli kasr vergulining chaporg'idagi raqam, o'nli kasrning butun soni hisoblanadi. O'nli kasr vergulining o'ngrog'idagi raqam – o'nli kasrning kasr qismi hisoblanadi. O'nli kasrning kasr qismidagi raqamlar o'nlik belgilar deyiladi.

O'nli kasrlarning bunday aniqlovchilari oddiy kasrlarni o'rganish imkoinini beradi. Ta'kidlab o'tish zarurki, hatto, oddiy kasrlar O'nli kasrlarga qadar o'rganilganda ham bu aniqlovchilar xalaqit bermaydi, aksincha, o'quvchilarga O'nli kasrlarni o'rganishda tanish algoritmlardan foydalanish ko'p ahamiyatli ("ustunchali" va "burchakchali") sonlar bilan ishslashda yordam beradi.

### ***Ta'rifga doir topshiriq***

$\frac{1}{2}$   $\frac{9}{10}$ , 0,78;  $\frac{2}{2}$ , 23; 23,0 sonlar orasidan O'nli kasr bo'lganlarni va O'nli kasr bo'lмаганларни топиш. Har bir topilgan O'nli kasrning butun qismi hamda kasr qismini va ularning barcha o'nlik belgilarni aytib bering. (Ushbu topshiriqnini bajarishda 23,0 soni O'nli kasr sifatida e'tirof etilishi, 23 soni esa e'tirof etilmasligi kerak).

### ***Xulosa chiqarishga doir topshiriq.***

Biror-bir O'nli kasrni 0; 1 va 2 raqamlarini qo'llagan holda yozing. Keltirilgan raqamlardan foydalangan holda O'nli kasr bo'lмаган sonni yozing (variant: 1 ning butun qismi, 0 va 2 ning o'nlik belgilari bilan).

***O'nli kasrlarni taqqoslash algoritmi.*** Ikkita O'nli kasrni qiyoslash (taqqoslash) uchun ularning ikkita butun qismini taqqoslab ko'rish kerak: qaysi sonning butun qismi ko'p bo'lsa – o'sha son katta; agar butun qismlar teng bo'lsa, unda to teng bo'lмаган raqamlarni topguncha, o'nliklar, yuzliklar v.h.

turkumdag'i raqamlar bilan taqqoslab ko'rish kerak. Qaysi kasrda bu katta raqam bor bo'lsa, o'sha kasr katta bo'ladi. Nolsiz o'nlik belgilarga ega har bir o'nli kasr, bu O'nli kasrning butun qismiga teng bo'lgan natural sondan katta, ammo birlikka ko'paytirilgan natural sondan kichik bo'ladi.

### *Algoritmga doir topshiriq.*

Keltirilgan sonlar orasidan mana bu qoida asosida taqqoslash mumkin bo'lgan ikkita sonni tanlang (orasida ikkita o'nli kasr bo'lgan – bittasi natural son – bundan tashqari – bir necha  $\frac{1}{n}$  ko'rinishga ega bo'lgan sonlarni aniqlang) va ularni taqqoslang. Ushbu masalani yyechishda o'quvchilar har qanday o'nli kasrni taqqoslash mumkinligiga ishonch hosil qilishadi.

**O'nli kasrlarni qo'shish va ayirish (chiqarib tashlash) algoritmi.** O'nli kasrlar o'zaro va natural sonlar turiga qarab yig'iladi va ajritiladi. Qo'shish va ayirish (ajratish) paytida ular vergul tagida vergul shaklida tasvirlanadi.

### *Algoritmga doir topshiriq.*

Berilgan sonlar orasidan mana bu qoida asosida ko'paytirish mumkin bo'lgan (bir necha son berilgan, ularning orasida faqat ikkita O'nli kasr va bitta natural son hamda  $\frac{1}{n}$  ko'rinishdagi bir necha son bor) ikkita sonni ajratib oling. Bu sonlarning qiymati va har xillagini toping. Ushbu masalani yyechishda o'quvchilar har qanday O'nli kasrni qo'shish va hisoblash (kattalikdan kichiklikka) orqali yyechish mumkin bo'lishiga ishonch hosil qilishadi.

### *Algoritmga doir topshiriq.*

**Ko'paytirish algoritmi.** Ikkita O'nli kasr yoki bitta O'nli kasrni yoki natural sonni bir-biriga ko'paytirish uchun vergullarga ahamiyat bermasdan ko'paytirish amalini bajarish, so'ngra ko'paytmada o'nlik belgilarni har ikkala ko'paytuvchi miqdorida vergul bilan ajartib chiqish kerak.

### *Algoritmga doir topshiriq.*

Berilgan sonlar orasidan ikkita sonni tanlang, va mana bu qoida asosida ko'paytma tashkil etish mumkin bo'lgan ikkita sonni tanlang (bir necha son

berilgan, ularning orasida faqat ikkita O'nli kasr va bitta natural son hamda ..... ko'inishdagi bir necha son bor). Bu sonlarni hosil qiluvchilarini toping. Ushbu masalani yyechishda o'quvchilar har qanday O'nli kasrni ko'paytirish mumkinligiga ishonch hosil qilishadi.

**O'nli kasrni natural sonlarga bo'lism algoritmi.** Natural sonlarni O'nli kasrga bo'lismni bajarishda bo'linuvchining butun qismini unga bo'lib chiqish kerak; butun qismni bo'lism tugayotganda (o'nlik raqamiga yaqinlashtiriladi), ushbu qismga vergul qo'yiladi va bo'lism davom ettiriladi.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan sonlar orasidan mana bu qoida asosida bo'linmalarini topish mumkin bo'lgan ikkita sonni tanlang (bir necha son berilgan, ularning orasida faqat ikkita O'nli kasr va bitta natural son hamda  $\frac{1}{n}$  ko'inishdagi bir necha son bor). Bu sonlarning bo'linmasini toping.

### ***O'nli kasrni bo'lism algoritmi. O'nli kasrni bo'lism uchun:***

- 1)bo'luvchini natural son bilan almashtiring va bu holatda u necha baravar kattalishishini aniqlang;
- 2)bo'linuvchini shuncha marta kattalashtiring;
- 3)olingan sonlarni bo'lism amalini bajaring.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan sonlar orasidan mana bu qoida asosida bo'linmalarini topish mumkin bo'lgan ikkita sonni tanlang (bir necha son berilgan, ularning orasida faqat ikkita O'nli kasr va bitta natural son hamda  $\frac{1}{n}$  ko'inishdagi bir necha son bor).

## **Kasrlar**

**Ta'rif.** Alovida shakldagi yozuv kasr, kasr chizig'i ustiga yoziladigan bo'linuvchi surat, kasr chizig'i tagiga yoziluvchi esa maxraj deb ataladi. Agar surati va maxraji natural sondan iborat bo'lsa, bunday kasr oddiy deb ataladi.

Kasrlarning bunday aniqlovchisi surat va maxraj aynan qanday sondan iborat ekanligi ularning xususiyatlarini o'rganish imkonini beradi. Hozirgi darsliklarda

oddiy kasrlar (5- sinflar) alohida, algebraik kasrlar (8-sinf) o'rganiladi va shundan so'ng, kasrlarga oid masala boshqa ko'rib chiqilmaydi. Shuning uchun, masalan, ifodasi rasman kasr hisoblanmaydi va u sezilarli darajada noqulaylik keltirib chiqaradi. Bunday noqulay holatni bartaraf etish, ya'ni kasrlarga umumiy aniqlik kiritish uchun, surat va maxraj qanday bo'lismidan qat'iy nazar, avvalo, uning xususiyatlarini aniqlab chiqish zarur bo'ladi.

### ***Ta'rifga doir topshiriq.***

Berilgan ( $\frac{2}{3}$ ; 7+8; 4-2;  $\frac{0,6}{3,7}$ ;  $\frac{\frac{1}{7}}{5,65}$ ) ifodalar orasidan kasrlarni tanlab oling; ularning surat va maxrajini ayting; ularning har biri oddiy kasr bo'lishi mumkin yoki mumkin emasligini ko'rsating. Javob  $\frac{2}{3}; \frac{0,6}{3,7}$  va  $\frac{\frac{1}{7}}{5,65}$  kasrlardan iborat, va ayni paytda, ularning biri – oddiy kasrdir.

### ***Xulosa chiqarishga doir topshiriq.***

Berilgan kasrni bo'lувчи belgi (ikki nuqta) yordamida yozing va bu kasr nimaga teng ekanligini toping. (suratlari va maxrajlari natural sondan yoki O'nli kasrdan iborat bo'lgan kasr ko'rsatiladi).

Teorema. Oddiy  $\frac{m}{n}$  kasrni olish uchun  $n$ ni teng qismlarga bo'lish va bo'linganlarning  $m$  qismini olishning o'zi yetarli bo'ladi:  $\frac{m}{n} = (1:n) * m$

### ***Teoremani ifodalashga doir topshiriq.***

Bu qoidadan foydalangan holda  $\frac{2}{5}$  sonni qanday qilib to'g'ri koordinatli nuqtada ifodalash mumkin?

**Kasrning asosiy xususiyati haqida teorema.** Agar kasrning surat va maxraji nolga teng bo'lмаган bitta va o'sha sonning o'ziga ko'paytirilsa, kasrning ahamiyati o'zgarmaydi:  $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$  agar  $c \neq 0$  bo'lsa.

*Isbot.* Biz,  $ac$  sonlarning  $bc$  songa bo'linishidan hosil bo'ladigan bo'linma .  
 ga teng ekanligini isbotlaymiz, buning uchun esa  $\frac{a}{b}$  sonlarni keltirib chiqaruvchi va  
 $bc$  soni  $ac$  soniga teng ekanligini isbotlash kerak. Haqiqatan ham  $\frac{a}{b} * (bc)$   
 ko'paytuvchining bog'lovchilik xususiyatiga ko'ra,  $\left(\frac{a}{b} * b\right) * c$ ) teng bo'ladi, ya'ni  
 $ac$  ga tengdir.

Diqqat! Bu, biz o'quvchilarga tavsiya etadigan birinchi isbotlashdir. Lekin biz, u barchaga baravar tushunarli bo'ladi deb umid qilmaymiz, shuning uchun ham bu usulagi isbotlashdan, albatta, o'zlashtirilishi shart bo'lgan topshiriq sifatida foydalanishni taklif etmaymiz. Biz, shunchaki, xohlovchi o'quvchilarga "besh baho" olish uchun uni yozma ravishda tiklashni taklif etamiz. Bu boradagi harakatlarimizning ma'nosi quyidagicha. Birinchidan, biz bolalarga matematikada tasdiqlashlarni isbotlash degan faoliyat borligini tushuntirishni boshlaymiz. Ikkinchidan, biz, isbotlangan kasrlarning eng muhim (asosiy!) xususiyatlari haqida gapirish huquqini qo'lga kiritamiz. Uchinchidan, biz, bu faoliyat bilan qiziqadigan, uni oson o'zlashtira oladigan bolalarni aniqlaymiz. Bunday bolalar bilan suhbatlashish chog'ida nega biz aynan  $\left(\frac{a}{b} * b\right)$  ifodani  $a$  soni bilan almashtiranimiz sababini so'raymiz. ( Javob kasrni aniqlash bo'yicha  $\left(\frac{a}{b} * b\right) = a$  bo'lishi kerak, chunki  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot b}{b}$  dir).

Kasrning asosiy xususiyatlarini isbotlab beradigan teorema – aslida, formulalar isbotlab beriladigan teoremalardir. Bu teoremalarni ifodalash bo'yicha topshiriqlar quyidagicha bo'ladi: ko'rsatilgan ob'yektlar orasidan ushbu formulani tatbiq etish mumkin bo'ladiganlarini tanlab oling va formulani qo'llang. Bu holatda topshiriq quyidagicha bo'lishi mumkin.

Kasrning asosiy xususyatini qo'llagan holda,  $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}; \frac{6}{4 \cdot 2}; \frac{3}{5}; \frac{9}{12}$  kasrlarning qaysi birini qisqartirish mumkin? Qisqartish amalini bajaring.

*Oddiy kasrlarni bir xil maxrajli taqqoslash algoritmi.* Bir xil maxrajli kasrlarni taqqoslash uchun ularning suratini taqqoslash kerak: qaysi kasrda surat katta bo'lsa, o'sha kasr katta bo'ladi.

***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan sonlardan ikkitasini – ushbu qoida asosida taqqoslash mumkin bo'lganini tanlang. (orasida faqat ikkita oddiy kasr, bitta natural son, ikkita O'nli kasr bor bo'lgan bir necha sonlar keltiraladi).

***Kasrlarni ko'paytirish algoritmi.*** Kasrlar ko'paytmasi keltirilgan kasrning surat ko'paytmasiga teng, maxraji esa – ularning maxrajiga teng:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan sonlardan ikkitasini – ushbu qoida asosida ko'paytirish mumkin bo'lganini tanlang. (Orasida faqat ikkita oddiy kasr, bitta natural son, ikkita O'nli kasr bor bo'lgan bir necha sonlar keltiriladi). Ushbu sonlarning ko'paytmasini toping.

***Kasrlarni bo'lish algoritmi.*** Kasrlarni bo'lishdan hosil bo'lgan bo'linmabirinchi kasr suratiga teng bo'lgan ikkinchi kasr ko'paytmasiga, birinchi kasr ko'paytmasi esa ikkinchi kasr maxraji ko'paytmasiga teng:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan sonlardan ikkitasini – ushbu qoida asosida ko'paytmani topish mumkin bo'lganini tanlang. (Orasida faqat uchta kasr bor, qolganlari esa O'nli kasrlar va natural sonlardan iborat) Ko'paytmani toping.

***Ta'rif. Ikki kasrnig to'g'ri tengligi proportsiya deb ataladi.*** Bu proportsiyadagi kasrlarning har biri esa, suratning maxrajga munosabati deyiladi. Mana bu ko'rinishdagi  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  proporsiya quyidagicha o'qiladi:  $s - b$  ga tegishli bo'lgani kabi  $a$  ham  $b$  ga tegishli bo'ladi va proporsiyaning o'rta hadlari deb yuritiladi.

***Ta'rifga doir topshiriq.***

Berilgan yozuvlar orasidan proporsiyalarni toping, uni to'g'ri o'qing va oxirgi va o'rtacha hadlarini toping.

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq.***

***Proporsiyaning noma'lum hadini topish algoritmi.*** Proporsiyaning o'rtacha hadini topish uchun bu proporsiyaning oxirgi ko'paytmasini, proporsiyanig aniq o'rtacha hadiga bo'lib chiqish kerak bo'ladi. Proporsiyaning oxirgi noma'lum hadini topish uchun, o'rtacha had ko'paytmasini proporsiyaning ma'lum bo'lgan oxirgi hadga bo'lish kerak.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan proporsiyalarning noma'lum hadlarini toping.

### **Ratsional sonlar**

Bu mavzuning kursning ahamiyati hisoblash yo'naliishi talablaridan alohida ajralib turadi. Shu ma'noda, keling, ko'paytirish belgilariga oid qoidalardan birini ko'rib chiqaylik. Masalan, 6- sinf doirasida u quyidagicha ko'rinishda, ya'ni juft va toq sonlarning ko'paytmasi toq bo'ladi. Aslida esa umuman, qanday son bo'lishidan qat'iy nazar,  $x (- u) = xu$  ko'rinishda bo'ladi. Shunday qilib, agar  $x$  juft sonlar,  $u$ -esa toq sonlar bo'lsa, unda qoidaga ko'ra,  $x -$  juft sonlarning ko'paytmasi va  $- u$  ham juft son bo'ladi. Shunday qilib, bu mavzu orqali sonlar maydonining umumiyligi qoidalari o'rganiladi.

Ushbu mavzuning ikkinchi muhim xususiyati shundaki, ushbu mavzuga koordinatlarning to'g'ri burchakli tizimi ham kiritiladi. Bu masala sonli yo'naliishga hech bir jihatdan aloqador bo'lmaydi, hatto, bu mavzu uchun "begona" sanalishi mumkin. Shunday bo'lsa-da, 5-6- sinfga mo'ljallangan darsliklariga aynan ana shu koordinatlarning to'g'ri burchakli tizimi kiritiladi. Bu juda to'g'ri, chunki bunday ta'limiylar ish 7- va undan keyingi sinflarda funksiyalarni o'qitishga yaxshi tayyorgarlik ko'rinishiga olib keladi. Aynan 6-sinfda o'quvchilarni, ular uchun yangilik bo'lgan ikkita kattalik o'rtasidagi o'zaro nisbat (mutanosiblik) to'g'risidagi topshiriqlarni grafik usulida bajarishga o'rgatish mumkin. Ya'ni, narsalarni o'z nomi bilan atamay turib, o'quvchilarni chiziqli, kvadratli, bo'lakli-

chiziqli funksiyalarga – nuqtalar orqali qurishga o’rgatish mumkin. Bu haqda biz tomonimizdan 1-2-6-paragrafda bayon etilgan.

Endi esa ushbu mavzuga oid topshiriqlar tizimi bilan tanishib chiqamiz.

**Ta’rif. Sonli to’g’ri chiziq boshlanishining o’ngrog’idagi sonlar boshlanishida** (Matnni qisqaroq qilish maqsadida sonli to’g’ri chiziq deganda, biz, bundan keyingi o’rinlarda o’ng tomonga musbat holda yo’naltirilgan gorizontal sonli to’g’ri chiziqni nazarda tutamiz. Agar bizga vertikal sonli chiziq haqida gapirishga to’g’ri kelib qolsa, musbat yo’nalish yuqoriga qaratilgan deb hisoblaymiz. Hamisha ikki sondan birini, ya’ni to’g’ri chiziqning o’ng tomonida joylashgan sonni katta, vertikal to’g’ri chiziqdagi sonni esa yuqori son deb hisoblaymiz) joylashgan sonlar musbat deb ataladi va “musbat” belgisi bilan, yoki umuman belgisiz yozilishiga aytildi, sonli to’g’ri chiziq boshlanishining chaprog’ida joylashgan sonlar manfiy deb ataladi va “manfiy” belgisi bilan yoziladi. Nol (0) soni esa musbat ham, manfiy ham hisoblanmaydi.

### ***Ta’rifga doir topshiriq.***

1. Berilgan quyidagi sonlar:  $5$ ;  $-8$ ;  $-5,4$ ;  $3\frac{1}{8}$ ;  $0$ ;  $-1$  orasidan musbat sonlarni birinchi, manfiylarni esa ikkinchi ustunchaga ko’chirib yozing. Barcha sonlar ko’chirib yozilishi kerakmi?
2. Tartib bo’yicha sonli to’g’ri chiziq bo’ylab chapdan o’ngga qarab  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  va  $e$  sonlari ko’rsatilgan. Ayni paytda, s soni boshlanma songa to’g’ri keladi. Bu sonlarning qaysi biri musbat, qaysi biri esa manfiy? Chizma tayyorlang.

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq.***

Sonli to’g’ri chiziqni chizing va unda  $x$  musbat sonni,  $u$  manfiy sonni hamda  $t$  – musbat ham, manfiy ham bo’lmagan sonni belgilab chiqing.

**Ta’rif.** Ikki son – sonli to’g’ri chiziqda har xil tomonga qarab joylashgan va undan bir xil uzoqlikda joylashgan sonlar bir-biriga teskari sonlar deb ataladi.  $0$  soni esa o’z-o’ziga teskari son deyiladi. Shuningdek,  $a$  soniga teskari son  $a$  deb belgilanadi.

### ***Ta'rifga doir topshiriq.***

1. Berilgan chizmadagi sonli to'g'ri chiziqdagi beshta  $-a$ ,  $b$ ,  $c, d$  va  $e$  sonlar orasidan bir-biriga teskari bo'lgan juftliklarni aniqlang. Ularni yozib oling. (Rasm shunday bo'lishi kerakki, unda  $a = -e$ ,  $e = -a$ ,  $b = -d$ ,  $d = -b$ ?  $c = -c$  tarzidagi o'zaro mutanosiblik aniq namoyon bo'lsin).

2. Quyidagi qaysi sonlar bir-biriga teskari:  $3; 4; -8; \frac{3}{11}; -\frac{3}{11}; 9; -3\frac{2}{5}$ ?

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq:***

1. Sonli to'g'ri chiziqda berilgan  $a, b$  va  $c$  sonlarga teskari bo'lgan sonlarni yozib oling.

2. Quyidagi, ya'ni  $1; -13,5; 0; -2$  sonlariga teskari bo'lgan sonlarni yozib oling.

**Ta'rif.** Sonning moduli deb, ushbu son ifodasidan boshlab sonli to'g'ri chiziq boshlang'ich nuqtasigacha (0) bo'lgan masofaga aytiladi. Masalan,  $a$  sonining moduli  $-a$  bilan belgilanadi.

### ***Ta'rifga doir topshiriq.***

1. Quyidagi qaysi tenglik to'g'ri va nima uchun uni to'g'ri deb hisoblash kerak:  $[4] = 4$ ,  $[3] = 2$ ,  $[0] = 0$ ,  $[-0,1] = -0,1$ .

2. Sonli to'g'ri chiziq chizmasida aks etgan beshta:  $a, b, c, d$  va  $e$  sonlar orasidan bir xil modullarga ega bo'lgan sonlarni toping, va yozib oling. (Rasm shunday bo'lishi kerakki, unda  $[a] = [e]$ ,  $[b] = [d]$ ,  $c$  soniga teng keladigani bo'lmasligi lozim).

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq.***

1. Quyidagi  $-\frac{4}{9}; 7; 9,67; 65 - 25; \frac{4}{5} - 0,8$  sonlarning modulini toping.

2. Sonli to'g'ri chiziqdagi  $a$  soniga o'xshash (doskada ko'rsatilgani kabi) modulni belgilang.

**Ta'rif.** Koordinat tekisligi deb, ikkita sonli to'g'ri chiziqning umumiyligi boshlanishi (0) bo'lgan hamda birlik bo'lagi gorizontal va vertikal bo'lgan maydonga aytiladi. Bu holatdagi gorizontal to'g'ri chiziq  $0x$  deb belgilanadi va

abstsissning o'qi, vertikal holatdagi to'g'ri chiziq Ou esa ordinatning o'qi deb ataladi.  $Ox$  va  $Oy$  koordinatlarning o'qi deb ataladi. Koordinatlar o'qi maydoni to'rt bo'lakka (chorakka, qismga) bo'linadi va yuqori chiziqdan boshlab, soat millariga teskari ravishda raqamlanadi.

### ***Ta'rifga doir topshiriq***

Berilgan tasvirlar orasidan koordinat maydonining to'g'ri va to'liq tasvirini toping hamda uning har bir chorak bo'lagini rim raqami bilan begilab chiqing.

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq.***

#### ***Koordinat tekisligida berilgan koordinat tuqtasini aniqlash algoritmi.***

Berilgan  $A$  koordinat maydonining abstsiss nuqtasini topish uchun:

- $A$  nuqtasi nuqtasi orqali vertikal to'g'ri chiziq o'tkazish,
- ushbu to'g'ri chiziqning abstsiss o'qi bilan kesishish nuqtasini topish,
- ushbu nuqtaing abstsiss o'qining koordinatini aniqlash kerak bo'ladi.

Berilgan  $A$  koordinat maydonining ordinatasini topish uchun esa:

- $A$  nuqta orqali gorizontal to'g'ri chiziq o'tkazish,
- bu to'g'ri chiziqning ordinat o'qidagi koordinatini aniqlash lozim bo'ladi.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

Berilgan qaysi chizmadagi  $V$  nuqta koordinatini aniqlash mumkin? (Masalan, 3 ta chizma beriladi. Ularning birida faqat bitta  $V$  nuqta bor, boshqasida koordinat o'qlari chizilgan va  $V$  nuqta berilgan, ammo katta (keng miqyosdagi) birliklar berilmagan, uchinchisida esa to'liq chizma berilgan). Bu ishni o'z harakatlaringizni algoritm asosida atroflicha tushuntirgan holda bajaring.

#### ***Koordinatlar asosida nuqta qurish algoritmi.***

Kordinat maydonida  $A (a; b)$  nuqta qurish uchun:

- abstsissa o'qida  $a$  nuqtani belgilash va u orqali vertikal to'g'ri chiziq o'tkazish;
- ordinat o'qida  $b$  nuqtani belgilash va u orqali gorizontal to'g'ri chiziq o'tkazish kerak bo'ladi.

Bu to'g'ri chiziqlar  $A(a;b)$  nuqtada kesishadi.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

1. Berilgan qaysi chizmada  $V(2; -3)$  nuqatsini qurish mumkin? (2 ta chizma berilgan. Ularning birida koordinat o'qlari chizilgan, ammo katta birliklar ko'rsatilmagan, ikkinchisida esa chizma to'liq berilgan). Bu topshiriqni o'z harakatlaringizni algoritm bo'yicha tushuntirgan holda bajaring.

2. Koordinat maydonini chizing va  $A$  nuqtani bir xil abstsissli va ( $y = x$ ) ordinatli  $A$  nuqtani quring;  $V$  nuqtani esa qarama-qarshi koordinatli ( $y = -x$ ) qilib,  $C$  nuqtani esa  $[y] = [x]$  moduliga teng qilib quring.

***Ta'rif. Butun son deb, natural sonlarga teskari bo'lган sonlar va nolga aytiladi.***

### ***Ta'rifga doir topshiriq.***

Berilgan sonlar orasidan butun sonlarni toping. Javobingizni aniqlashga tayangan holda asoslang.

### ***Xulosa chiqarishga oid topshiriq.***

Sonli to'g'rilikdagi  $-3,2$  va  $\frac{2\frac{3}{4}}{4}$  orasidagi barcha butun sonlarni yozing.

***Ta'rif. Ratsional sonlar deb, kasr holida yozish mumkin bo'lган  $\frac{m}{n}$  sonlarga aytiladi, bu  $\frac{2\frac{3}{4}}{4}$  yerda  $m$  – butun son,  $n$  – esa natural son.***

### ***Ta'rifga doir topshiriq.***

Berilgan sonlar orasidan 3 va  $3,14$  sonlari orasida joylashgan ratsional sonni o'ylab toping. Javobingizni aniqlashga tayangan holda asoslang.

### ***Ratsional sonlarni sonli to'g'ri chiziqda qo'shish algoritmi***

$a + b$  sonlarining yig'indisini topish uchun:

-to'g'ri chiziqda a sonni belgilash;

- $a$  dan boshlangan yo'nalishni belgilang: agar  $b$  musbat bo'lsa – o'ngga, agar  $b$  manfiy bo'lsa, chapga joylashtirgan holda ko'rsating;

-ko'rsatkich bo'yicha tanlangan yo'nalish birliklarni  $[b]$  sonida qancha bo'lsa, o'shancha joylashtirib chiqing.

Olingan nuqta  $a+b$  yig'indisiga to'g'ri keladi.

### ***Algoritmga doir topshiriq***

1. Agar  $0 + (-2)$ ;  $0 + (-4)$  yig'indisini olish uchun qaysi tomonga va noldan boshlab, qancha birlikni joylashtirish mumkin?
2. Ushbu qoidaga asosan, quyidagi sonlarning qaysilarini qo'shish mumkin:  
a)  $3,5$  va  $5,2$ ; b)  $-4$  va  $2\frac{1}{3}$ ; v)  $-3,5$  va  $5,2$ ?
3. Ushbu qoida asosida qo'shish mumkin bo'lмаган biror-bir ikkita son bormi? Nega?
4. Sonli to'g'rilik yordamida qo'shish qanday amalga oshirilishini tasavvur eting va  $-5,853 + (-3,44)$ ;  $-7520 + 8869$  ning yig'indisini toping.

### ***Ratsional sonlarning sonli to'g'ri chiziq yordamisiz qo'shish algoritmi***

Agar qo'shliuvchining bittasi nolga teng bo'lsa, ularning yig'indisi ikkinchi qo'shliuvchining yig'indisiga teng bo'ladi.

Agar qo'shiluvchilar bir-biriga teskari sonlardan iborat bo'lsa, ularning yig'indisi nolga teng bo'ladi.

Agar qo'shiluvchilar bitta belgili bo'lsa, ularning yig'indisi ham o'sha belgiga ega bo'ladi, modul summasi esa qo'shiluvchilar moduli summasiga teng bo'ladi.

### ***Algoritmga doir topshiriq.***

Har bir yig'indiga mos keladigan algoritm qismini tanlab oling va qo'shish amalini bajaring:  $10 + (-13)$ ;  $0 + (-3)$ ;  $-17 + 17$ ;  $-4 + (-3)$ ;  $-6 + 0$ ;  $-25 + 30$ .

***Ratsional sonlarni ayirish teoremasi.*** Agar  $a$  sondan  $b$  sonni ayirmoqchi bo'lsangiz, buning uchun  $a$  songa  $b$  songa teskari (qarama-qarshi) bo'lган sonni qo'shish kerak:  $b = a + (-b)$ .

### ***Mustahkamlash uchun savollar.***

1. Maktab matematika kursida son tushunchasi haqida gapirib bering.
2. Matematikada qanday sonlarni bilasiz?

3. Ikkinchi qiyin o'zlashtiriladigan material 5-6- sinflarda qanday masalalar?

### 3.MATEMATIKA KURSIDA HISOBLASH MADANIYATI VA AYNIY ALMASHTIRISHLAR

Algebraik ifodalaming ayniy almashtirishlari maktab matematika kursida muhim o'rinni egallaydi va VI—XI sinflarning dastur materiallarini o'rganish jarayonida qo'llaniladi. Maktab matematika kursida sonlar va harflar bilan belgilangan algebraik ifodalarni qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lismash, darajaga ko'tarish, ildiz chiqarish va logarifmlash kabi amallar bajariladi. Bu amallami bajarish jarayonida ana shu algebraik ifodalaming miqdoriy qiymatlarini saqlab, ularni turli ko'rinishlarda yozishga to'g'ri keladi.

**Ta'rif.** *Algebraik ifodaning miqdoriy qiymatini o'zgarmasdan bir shakldan ikkinchi bir shaklga o'zgartirib yozish ayniy almashtirish deyiladi.*

Maktab matematika kursida ayniyat degan tushuncha o'rganiladi, so'ngra ayniy almashtirish degan tushuncha kiritiladi.

**Ta'rif.** *Tarkibidagi harflarning har qanday qiymatlarida ham to'g'ri bo'laveradigan ikki algebraik ifodaning tengligi ayniyat deyiladi.*

Masalan,  $\frac{x^3 - 1}{x - 1} = x^2 + x + 1$  tenglik ayniyatdir, chunki tenglikda

qatnashayotgan noma'lum  $x$  ning ixtiyoriy qiymatlarida tenglikning chap tomoni uning o'ng tomoniga har doim teng chiqadi. 6-sinfda o'rganiladigan qisqa ko'paytirish formulalari ham ayniy tengliklardir:

Yuqoridagi ta'rif va misollardan ko'rindaniki, ayniyat arifmetik amallar qonunlarining harfiy ifodalangan shakli ekan. Ayniy shakl almashtirishlarda algebraik ifodalarni taqqoslash, ular ustida amallar bajarish uchun ifodalardagi birhad va ko'phadlarning shaklini o'zgartirish kabi ishlarni bajarish ko'zda tutiladi. Maktab matematika kursidagi ayniy shakl almashtirishlarni shartli ravishda quyidagicha ketma-ketlik asosida ifodalash mumkin:

1. Butun ifodalarni ayniy almashtirish.
2. Kasr ifodalarni ayniy almashtirish.
3. Irratsional ifodalarni ayniy almashtirish.
4. Trigonometrik ifodalarni ayniy almashtirish.

Har qanday algebraik ifoda birhad va ko'phadlardan iborat bo'ladi.

**Ta'rif.** *Ko'paytirish va darajaga ko'tarish amallari yordamida tuzilgan ifodalarni birhad deyiladi.*

Masalan:  $5y^2x$ ,  $\frac{4}{5}xya^2$ ; .....

Birhadlarni ham standart shakllarga keltirish misollar yordamida tushuntiriladi. Masalan,  $6x \cdot 4y$  birhad sodda holga keltirilsin. Bu misolga ko'paytirish, o'rin almashtirish va guruhlash qonunlarini qo'llasak,  $6x \cdot 4y = 24xy$  bo'ladi.

**Ta'rif.** *Bir necha birhadlarning yig'indisidan iborat bo'lgan ifoda ko'phad deyiladi.*

Masalan: 1)  $5x^2y + \frac{3}{5}y^2x$ ; 2)  $13a^2b + \frac{4}{7}c^2a + \frac{3}{5}a^2b$ . Yuqorida ta'rif va misollardan ko'rindiki, birhad ko'phadning xususiy holi ekan.

**Ta'rif.** *Ko'phadning o'zaro koeffitsientlari bilangina farq qiladigan yoki butun koeffitsientli bo'lgan hadlari o'xshash hadlar deyiladi. O'xshash hadlarni arifmetik amallar yordamida birhad ko'rinishida ifodalashni ixchamlash deyiladi.*

Masalan:  $20y^2x + 4zt - 12y^2x - 3zt$

### **Kasr ifodalarni ayniy almashtirish**

VII sinf algebra kursidan boshlab kasr ratsional ifodalarni ayniy almashtirish bajariladi.

**Ta'rif.** *Agar algebraik ifoda qo'shish, ayrish, ko'paytirish va bo'lish amallari yordamida sonlar va o'zgaruvchilardan tuzilgan bo'lsa, u holda bunday ifodani kasr ratsional ifoda deyiladi.*

Masalan:  $\frac{y^2-1}{y}$ ;  $\frac{x^2-3x-4}{x+4}$ ;  $\frac{x+5}{x(x-2)}$ ; ....

Kasr ratsional ifodalarni ayniy almashtirish jarayonida ana shu ifoda qatnashayotgan noma'lum sonlarning qabul qiladigan qiymatlarini aniqlash lozim.

**Ta'rif.** *Kasr ratsional ifodadagi o'zgaruvchilarning ma'noga ega bo'ladigan qiymatlari o'zgaruvchilarning qabul qiladigan qiymatlari deyiladi.*

Masalan,  $\frac{2x-y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy}$  kasr ratsional ifodadagi x va u larning

qabul qiladigan qiymatlari x=0, va u=0 dan boshqa barcha son qiymatlardan iboratdir. Agar x va u o'zgaruvchilardan biri nol qiymatini qabul qilsa, kasmning maxraji nol bo'lib, o'zining ma'nosini yo'qotadi, chunki har qanday sonni nolga bo'lish mumkin emas.

Kasr ratsional ifodalarni ayniy almashtirishdagi asosiy vazifa berilgan ifodaning surat va maxrajlarida turgan ko'phadlarni ayniy almashtirishlar bilan bir hadlar ko'rinishiga keltirishdan iboratdir.

Kasr ratsional ifodalarni ayniy almashtirishdan oldin o'qituvchi kasr va ular ustida bajariladigan to'rt amalga doir sonli misollardan namunalar ko'rsatib, so'ngra esa harfiy ifodalar qatnashgan kasrlar ustida bajariladigan ayniy almashtirishlarni ko'rsatishi maqsadga muvofiqdir.

$$M. \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3}} = \frac{\frac{10+3}{15}}{\frac{13}{15}} = \frac{13}{15};$$

Yuqorida o'xshash misollarni ko'rsatgandan so'ng o'qituvchi yana bir ayniy almashtirishning mazmunini quyidagicha tushuntirishi lozim. Har qanday ayniy almashtirishning maqsadi misol yoki masalani yyechish uchun berilgan matematik ifodani eng sodda yoki qulay holatga keltirib hisoblashdan iboratdir.

$$1. \frac{a^2 - 25}{a + 3} \cdot \frac{a}{a^2 + 5a} - \frac{a + 5}{a^2 + 3a}$$

### Irratsional ifodalarni ayniy almashtirish

Agar berilgan matematik ifodada irratsional ifoda qatnashgan bo'lsa, ayniy almashtirishlar orqali irratsional ifodani ratsional ifoda ko'rinishga keltiriladi va u hisoblanadi. Irratsional ifoda bu ildizlardan yoki butun son bo'limgan ratsional

ko'rsatkichli darajadan tashkil topgan algebraik ifodadir. Shuning uchun irratsional ifodaga quyidagicha ta'rif berilgan.

**Ta'rif.** Agar berilgan algebraik ifodada ildiz chiqarish amali qatnashsa, bunday ifoda irratsional ifoda deyiladi.

Irratsional ifodalarni ayniy almashtirish orqali ratsional ifoda ko'rinishiga keltirish uchun asosan ildiz ostida qatnashayotgan birhad yoki ko'phadni ildiz ostidan chiqarish, imkoniyati boricha maxrajni irratsionallikdan qutqarish, noma'lum o'zgaruvchilar kiritish orqali berilgan irratsional ifodani ratsional ifoda ko'rinishiga keltirish kabi ishlar qilinadi.

Bundan tashqari, o'quvchilarga sonning arifmetik ildizi va uning kvadrat ildizi hamda irratsional ifodalarning xossalari kabi tushunchalar tushuntirib o'tilib, so'ngra quyidagi ko'rinishdagi misollami yyechish maqsadga muvofiqdir.

$$1) \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$2. \left( \frac{\sqrt{a}}{2} + \frac{3a\sqrt{a^5}}{4} - \frac{\sqrt{a^5}}{4a} \right) : (-\sqrt{a})$$

1. Kasrli irratsional ifodalarning maxrajlarini berilishiga qarab irratsionallikdan quyidagicha chiqariladi.

$$1. \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad 2. \frac{5}{2-\sqrt{11}}$$

2. Agar irratsional ifodalar  $\frac{A}{\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}}$  va  $\frac{A}{\sqrt[n]{a^2} \pm \sqrt[n]{ab} \pm \sqrt[n]{b^2}}$  ko'rishlarda

berilgan bo'lsa, ularning irratsionallikdan quyidagicha chiqariladi.

$$1. \frac{A}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}} = \frac{A(\sqrt[n]{a^2} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^2})}{(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^2} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^2})} = \frac{A(\sqrt[n]{a^2} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^2})}{a+b} \dots$$

3. Agar irratsional ifoda  $\frac{A}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}}$  va  $\frac{A}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$  ko'rishlarda berilgan bo'lsa,

ularning maxrajlari irratsionallikdan quyidagicha chiqariladi:

$$\begin{aligned} \frac{A}{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}} &= \frac{A(\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{b^{n-1}})}{(\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-1}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{b^{n-1}})} = \\ &= \frac{A(\sqrt[n]{a^{n-1}} + \sqrt[n]{a^{n-2}b} + \dots + \sqrt[n]{ab^{n-2}} + \sqrt[n]{b^{n-1}})}{a-b}. \end{aligned}$$

1. Agar irratsional ifoda  $\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$  ko'rinishda berilgan bo'lsa, uning maxraji irratsionallikdan quyidagicha chiqariladi:

$$\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})} =$$

5. Agar  $\frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}$  ifoda berilgan bo'lsa, uning maxraji irratsionallikdan quyidagicha chiqariladi, agar  $ab=cd$  bo'lsa,

$$\begin{aligned} \frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}} &= \frac{A[(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{c}+\sqrt{d})]}{[(\sqrt{a}+\sqrt{b})+(\sqrt{c}+\sqrt{d})][( \sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{c}+\sqrt{d})]} = \\ &= \frac{A[(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(\sqrt{c}+\sqrt{d})]}{a+b-c-d} \quad a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0, \quad a+b \neq c+d. \end{aligned}$$

5. Murakkab ildiz formulasi quyidagichadir:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

Misol. Ifodani soddalashtiring.

$$A = \sqrt[6]{8x(\sqrt{3}+2)^2} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{6x}-4\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2\sqrt{2x}(\sqrt{3}+2)} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2x}(\sqrt{3}-2)} = \sqrt{8x(3+4)} = 2\sqrt[3]{2x}$$

### Trigonometrik ifodalarni ayniy almashtirish

Maktab matematika kursining trigonometriya bo'limida juda ko'p ayniy munosabatlar, jumladan, quyidagi munosabatlar o'rganiladi:

- 1.Trigonometrik funksiyalaming birini ikkinchisi orqali ifodalaydigan ayniy almashtirishlar.
- 2.Trigonometrik ifodalarni soddalashtirishdagi ayniy almashtirishlar.
- 3.Trigonometrik ayniyatlarni isbotlashdagi ayniy almashtirishlar.
- 4.Trigonometrik tenglamalarni yyechishdagi ayniy almashtirishlar.

Yuqoridagilardan ko'rindaniki, trigonometriya kursida ayniy almashtirishlar muhim o'rinni egallaydi. IX sinf geometriya kursida trigonometrik funksiyalarga ta'rif berilganidan so'ng, to'rtta trigonometrik funksiyalami o'zaro bog'lovchi quyidagi uchta ayniyat o'rganiladi:

$$1. \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; \quad 2. \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad 3. \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Bu ayniyatlarni keltirib chiqarish maktab geometriya kursida batafsil bayon qilingan. Bu ayniyatdardan yana quyidagi uchta ayniyat keltirib chiqariladi:

$$1. \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1; \quad 2. \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha; \quad 3. \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

O'quvchilar ayniy shakl almashtirishlarni yaxshi o'zlashtirishlari uchun birinchidan trigonometrik funksiyalar ta'rifini, ulardan birini ikkinchisi orqali ifodalovchi va asosiy ayniyatlar kabi formulalarni bilishlariga, ikkinchidan esa ana shu formulalarni trigonometrik ifoda berilishiga qarab tatbiq qila olish malakalariga bog'liqdir. Maktab matematika kursidagi trigonometrik ayniy shakl almashtirishlarni og'zaki bajarishga o'quvchilarni o'rgatish ularda mantiqiy matematik tafakkumi shakllantiradi. O'qituvchi biror trigonometrik ifodaning shaklini almashtirishni bajarishdan oldin o'quvchilarga eng sodda bo'lgan og'zaki trigonometrik mashqlardan namunalami doskaga yozib, o'quvchilardan tezroq og'zaki soddalashtirishni bajarishlarini talab qilishi o'quvchilarni trigonometrik ayniyat va formulalarni esda doimo saqlashlariga imkon yaratadi.

Masalan,  $1 - \cos^2 \alpha; \quad 1 - \sin^2 \alpha; \quad (1 - \cos \alpha)(1 + \cos^2 \alpha);$

Ikki burchak yig'indisi va ayirmasining trigonometrik funksiyalari.

- 1)  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$
- 2)  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta;$
- 3)  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}; \quad [\alpha, \beta, \alpha \pm \beta \neq \frac{\pi}{2}(2n+1), n \in \mathbb{Z}] ;$
- 4)  $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}. \quad (\alpha, \beta, \alpha = \beta \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}).$

Keltirish formulalari.

- 1)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha, \sin(\pi \pm \alpha) = \pm \sin \alpha;$
- 2)  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha, \sin(2\pi \pm \alpha) = \pm \sin \alpha;$

- 3)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin\alpha, \cos(\pi \pm \alpha) = -\cos\alpha;$
- 4)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = \pm \sin\alpha, \cos(2\pi \pm \alpha) = \cos\alpha;$
- 5)  $\tg\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \operatorname{ctg}\alpha, \tg(\pi \pm \alpha) = \pm \tg\alpha;$
- 6)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \operatorname{tg}\alpha, \operatorname{ctg}(\pi \pm \alpha) = \pm \operatorname{ctg}\alpha.$

Ikkilangan va uchlangan burchakning trigonometrik funksiyalari:

- 1)  $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha;$
- 2)  $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha;$
- 3)  $\tg 2\alpha = \frac{2\tg\alpha}{1-\tg^2\alpha} \quad [2\alpha, \alpha \neq \frac{\pi}{2}(2n+1), n \in \mathbb{Z}]$ ;
- 4)  $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha} \quad (2\alpha, \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z});$
- 5)  $\sin 3\alpha = 3 \sin\alpha - 4 \sin^3\alpha;$
- 6)  $\cos 3\alpha = 4 \cos^3\alpha - 3 \cos\alpha;$
- 7)  $\tg 3\alpha = \frac{1-3\tg^2\alpha}{3\tg\alpha-\tg^3\alpha} \quad [2\alpha, \alpha \neq \frac{\pi}{2}(2n+1), n \in \mathbb{Z};]$
- 8)  $\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{3\tg\alpha-\tg^3\alpha}{1-3\tg^2\alpha} \quad (\alpha \neq \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z});$
- 9)  $\sin^3\alpha = \frac{1-\cos^2\alpha}{2};$
- 10)  $\sin^3\alpha = \frac{3\sin\alpha - \sin 3\alpha}{4};$
- 11)  $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos^2\alpha}{2};$
- 12)  $\cos^3\alpha = \frac{\cos 3\alpha + 3\cos\alpha}{4};$

Misol.  $\sin 3\alpha \cos^3\alpha + \sin^3\alpha \cos 3\alpha = \frac{3}{4} \sin\alpha$  ayniyatni isbotlang.

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha \cos^3\alpha + \sin^3\alpha \cos 3\alpha &= \sin 3\alpha = \frac{\cos 3\alpha + 3\cos\alpha}{4} \\ + \cos 3\alpha \frac{3\sin\alpha - \sin 3\alpha}{4} &= \frac{3}{4} (\sin 3\alpha \cos\alpha + \sin\alpha \cos 3\alpha) = \frac{3}{4} \sin 4\alpha. \end{aligned}$$

Yarim argumentning trigonometrik funksiyalari

- 1)  $\left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};$

$$2) \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}};$$

$$3) \left| \tan \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}; [\alpha \neq \pi(2n+1), n \in \mathbb{Z}];$$

$$4) \left| \cot \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}};$$

$$5) \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}; (\alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z});$$

$$6) \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$$

$$\tan 70^\circ 30' = \frac{1-\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{4}(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{\frac{1}{4}(\sqrt{6-\sqrt{2}})} = \frac{(4-\sqrt{6+\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{(\sqrt{6-\sqrt{2}})} = \frac{4\sqrt{6+4\sqrt{2-4\sqrt{2-8}}}}{4} = \sqrt{6-\sqrt{3+\sqrt{2-2}}}.$$

Trigonometrik funksiyalar ko'paytmasini yig'indiga keltirish formulalari:

$$1) \sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)];$$

$$2) \cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)];$$

$$3) \sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)].$$

Trigonometrik funksiyalar yig'indisi va ayirmasining formulalari:

$$1. \quad \sin\alpha + \sin\beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$2. \quad \sin\alpha - \sin\beta = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha+\beta}{2};$$

$$3. \quad \cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$4. \quad \cos\alpha - \cos\beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha-\beta}{2};$$

5.

$$tg\alpha + tg\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}, \quad [\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} (2n+1)\pi]$$

6.

$$tg\alpha - tg\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}, \quad [\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} (2n+1)\pi]$$

7.

$$ctg\alpha + ctg\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}, \quad [\alpha, \beta \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}]$$

**Misollar:**

$$1. \frac{4 - 2 \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ}{3 \sin 90^\circ - 4 \cos 60^\circ + 4 \operatorname{ctg} 45^\circ}.$$

$$\text{Javobi: } \frac{2+\sqrt{3}}{5}.$$

$$2. \frac{4 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}{3 \sin^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}}.$$

$$\text{Javobi: } \frac{112}{153}.$$

$$3. \left(4 \sin \frac{\pi}{4}\right)^2 - \left(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)^2 - \left(2 \cos \frac{\pi}{6}\right)^2 - \left(2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}\right)^2. \quad \text{Javobi: } -1.$$

$$4. \sin 2\pi + \cos 4\pi + \operatorname{tg} 2\pi \sqrt{b - 4ac}.$$

$$\text{Javobi: } 1.$$

$$5. \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} + \operatorname{sec} 0^\circ.$$

$$\text{Javobi: } 2.$$

$$6. a^2 \sin \frac{\pi}{2} + 2ab \cos \pi - b^2 \sin^2 \frac{3}{2}\pi.$$

$$\text{Javobi: } (a-b)^2.$$

$$7. 10 \operatorname{tg} 2\pi + 3 \cos \frac{3}{2}\pi - 4 \operatorname{tg} \pi - 5 \sin \frac{3}{2}\pi.$$

$$\text{Javobi: } 5.$$

$$8. 4 \sin 90^\circ + 3 \cos 720^\circ - 3 \sin 630^\circ + 5 \cos 900^\circ. \quad \text{Javobi: } 5.$$

$$9. 5 \operatorname{tg} 540^\circ + 2 \cos 1170^\circ + 4 \sin 990^\circ - 3 \cos 540^\circ. \quad \text{Javobi: } -1.$$

$$10. 100 \operatorname{ctg}^2 990^\circ + 25 \operatorname{tg}^2 540^\circ - 3 \cos 540^\circ. \quad \text{Javobi: } -3.$$

$$11. \operatorname{tg} 900^\circ - \sin(-1095^\circ) + \cos(-1460^\circ). \quad \text{Javobi: } \sqrt{1,5}.$$

$$12. \sin(-1125^\circ) + \cos^2(-900^\circ) + \operatorname{tg} 1710^\circ. \quad \text{Javobi: } \frac{2+\sqrt{2}}{2}.$$

**Fani: Algebra****Sinfı: IX****Sana: 02.02****Dars raqami: 59**

I. Darsning mavzusi: Trigonometrik ayniyatlar

II. Darsning maqsadi:

- a) Ta'limiy maqsad: o'quvchilarga trigonometric ayniyatlar va ulardan foydalanishni o'rgatish;
- b) Tarbiyaviy maqsad: o'quvchi shaxsini kamol toptirish
- c) Rivojlantiruvchi maqsad: o'quvchilarni trigonometrik tushunchalar haqidagi olgan barcha bilimlarini rivojlantirish.
- d) Kasbga yo'naltiruvchi maqsad: o'quvchilarni kasbga to'g'ri yo'naltirish

Bilimlar:

-Trigonometrik ayniyatlar va ularni isbotlashni bilish

Ko'nikmalar:

-Trigonometrik ayniyatlarga oid mashqlarni yecha olish

Malakalar:

- Trigonometrik ayniyatlarga oid mashqlarni mustaqil yecha olish

Kompetensiya turi: O'quv-o'rghanish

III. Darsni jihizi: Yozuv taxtasi, bo'r ,9-sinf Algebra darsligi, ko'rgazmali qurollar, turli rangdagi kartochkalar

IV. Darsni metodi: Aralash, Guruhlarda ishlash, bayon qilish

V. Darsni borishi:

1-masala.  $\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$  bo'lganda

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (1)$$

Tenglikning o'rinni ekanligini isbotlang.

Kotangensning ta'rifiiga ko'ra  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  va shuning uchun

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad (2)$$

Bu shakl almashtirishlar to'g'ri, chunki  $\alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$  bo'lganda  $\sin \alpha \neq 0$ .

(1) Tenglik  $\alpha$  ning mumkin bo'lgan barcha (joiz) qiymatlari uchun o'rinni, uning chap va o'ng qismlari ma'noga ega bo'ladigan barcha qiymatlari uchun to'g'ri

bo'ladi. Bu kabi tengliklar *ayniyatlar* deyiladi, bunday tengliklarni isbotlashga doir masalalar aymiyatlarni isbotlashga doir masalalar deyiladi.

Kelgusida ayniyatlarni isbotlashda, agar masalaning shartida talab qilinmagan bo'lsa , burchakning joiz qiymatlarini izlab o'tirmaymiz.

2-masala. Ayniyatni isbotlang:  $\cos^2\alpha = (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)$ .

$$(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha) = 1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha.$$

3-masala. Ayniyatni isbotlang:  $\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}$ .

Bu ayniyatni isbotlash uchun uning chap va o'ng qismlarining ayirmasi nolga teng ekanligini ko'rsatamiz:

$$\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} - \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos^2\alpha - (1 - \sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1 - \sin\alpha)} = \frac{\cos^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos\alpha(1 - \sin\alpha)} = 0.$$

1–3- masalalarni yechishda ayniyatlarni isbotlashning quyidagi usullaridan foydalanildi: o'ng qismida shakl almashtirib, uni chap qismiga tengligini ko'rsatish; o'ng va chap qismlarining ayirmasi nolga tengligini ko'rsatish. Ba'zan ayniyatlarni isbot lashda uning o'ng va chap qismlarining shaklini almashtirib bir xil ifodaga keltirish qulay.

VI. Darsni mustaxkamlash: 310-311 –mashqlarni toq raqamlari

VII. Uyga vazifa 310-311- mashqlarni juft raqamlari

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Ayniy almashtirish deb nimaga aytildi?
2. Kasr ifodalarni ayniy almashtirish qanday bajariladi?
3. Irratsional ifodalarni ayniy almashtirish qanday bajariladi?
4. Trigonometrik ifodalarni ayniy almashtirish qanday bajariladi?

## **4.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA FUNKSIYALAR HAQIDAGI TA'LIMOT**

## **Matematika o‘qitishda funksiya tushunchasini umumiyl shakllantirish.**

Ma’lumki. matematika fani materiyadagi narsalarning fazoviy shakllari va ular orasidagi miqdoriy munosabatlarni o’rgatadi. Ana shu materiyadagi miqdorlarni nisbiy holatda olimlar tomonidan o’zgarmas va o’zgaruvchi miqdorlarga ajratilgan. O’zgarmas miqdorlarni a, b, k, ..., o’zgaruvchi miqdorlarni esa harflar bilan ular orasidagi miqdoriy munosabatlarni matematik belgilar orqali ifodalash XVI asming oxirida matematika fanini turli yo’nalishlari bilan shug’ullangan R. Dekart, I. Nyuton (1642-1727), G. Leybnets (1646-1716), P. Ferma (1601-1665), N.I. Lobochevskiy (1792—1856), L. Dirixle (1805—1859) kabi olimlar tomonidan yozilgan asarlarda qo’llanilgan.

Funksiya tushunchasiga birinchi marta L. Eyler tomonidan ta’rif berilgan, so’ngra N.I. Lobochevskiy va L. Dirixle kabi olimlar tomonidan har tomonlama mukammal bo’lgan hozirda biz ishlatib kelayotgan funksiyaning ta’rifi berilgan. Funksiya degan so’z lotincha «funktio» so’zidan olingan bo’lib, uning lug’aviy ma’nosi «faoliyat yoki moslik, jo’natish» bo’lib funksiya so’zini birinchi bo’lib G.Leybnets 1692-yili o’z ilmiy ishlarida qo’llagan.

Funksiya tushunchasini maktab matematika kursida kiritishni ikki davrga bo’lish mumkin. Birinchi davri V sinfdan boshlab funksiya va grafiklar degan mavzugacha bo’lgan davr. Bu davr ichida o’qituvchi o’quvchilarga sonning nisbati, to’g’ri va teskari proporsional miqdorlar, Dekart koordinata tekisligi kabi tushunchalarni o’rganish orqali o’quvchilarda funksional bog’liqlik tushunchalari shakllantiriladi. XVIII asrga kelib o’zgaruvchi miqdor va koordinatalar metodi degan tushunchalar R.Dekart tomonidan kiritildi.

VI sinf. Sonli ifodalarni harfiy ifodalar bilan almashtirish algebra darslarida «To’g’ri va teskari proporsional miqdorlar», «Algebraik ifodaning son qiymatini topish», «Amallarda berilganlar bilan amal natijalari orasidagi bog’lanish», «Temperatura va tekis harakatning grafigi» mavzularini o’tishda o’quvchilami funktsional bog’lanishlarga tayyorlaydigan tushunchalami rivojlantirib boriladi.

“Tekis harakatning grafigi» mavzularini o’tishda o’quvchilami funksional bog’lanishlarga tayyorlaydigan tushunchalami rivojlantirib boriladi.

Masalan, algebraik ifodaning son qiymatini o’tayotganda o’quvchilardan quyidagi jadavalni to’ldirish va quyidagi so’roqlarga javob berishni talab etish maqsadga muvofiqdir.

x	1	2	3	4	5

1.  $\frac{1}{x}$  algebraik ifoda x ning har qanday qiymatida ham ma’noga egami?

2. x o’rniga har xil sonlar qo’yilsa,  $\frac{1}{x}$  qanday qiymatlarga ega bo’ladi?

3. x ga berilgan qiymatlar ortib boradimi yoki kamayib boradimi?

4. x ning qiymatlari ortgan sari algebraik ifoda ( $\frac{1}{x}$ ) ning qiymatlari qanday o’zgaradi?

Agar to’g’ri to’rtburchakning tomonlari ortsa, uning perimetri ham ortib boradi. Yuqoridagi misollarga asoslanib, quyidagicha mulohaza yuritish mumkin. To’g’ri to’rtburchakning tomonlarini x o’zgaruvchi va uning perimeter qiymatini esa u o’zgaruvchi desak, x o’zgaruvchining qiymatlari  $x_1, x_2$  larga teng bo’lib, u o’zgaruvchining ularga mos qiymatlari  $u_1, u_2$  bo’lganda  $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$  ekanini kelib chiqadi.

Funksiya tushunchasi 7- sinfdan boshlab o’rganila boshlaydi. Bu maktab matematikasidagi eng murakab tushunchalarning biridir. Shu bois, ya’ni o’quvchilarning funksiya tushunchasini o’zlashtirishi oson bo’lishi uchun ko’rgazmali vositalardan foydalanish juda zarur. Har qanday funksiyani o’rganishning tabiiy vositasi uning grafiklaridir. Ammo, funksiyani o’rganishda ko’rgazmali vosita sifatida grafikadan foydalanishning muhim shart sifatidagi talabi bor: grafik o’quvchi funksiyani o’rgana boshlashidan oldin paydo bo’lishi va bolalarda ko’nikma hosil qilishi lozim. An’anaviy o’qitishda esa hamisha buning teskarisi bo’ladi. Masalan, S.A. Telyakovskiy tahririda nashr etilgan “Algebra-7”

darsligida birinchi bor grafik haqida 4-3 sahifada ma'lumot beriladi. Darslikning 56- sahifasiga kelibgina, chiziqli funksiya haqida aniqlovchi beriladi va uning teoremasi shakllantiriladi. Rejallashtirishga qarab, fikrlaydigan bo'lsak, o'quvchi funksiya grafigi to'g'risidagi tushunchalarni chiziqli funksiyani o'rganishga kirishishdan atigi bir-ikki hafta oldin oladi. Shundan ham tushunsa bo'ladiki, o'quvchilar bu funksiyani o'rganishni boshlash paytida grafiklar tilini o'zlashtirishga ulgurmaydilar. Shu tariqa, grafik o'qitishning ko'rgazmali vositasi vazifasini bajarmaydi, balki oddiy qo'shimcha (va, juda qiyin!) obyektga aylanib qoladi.

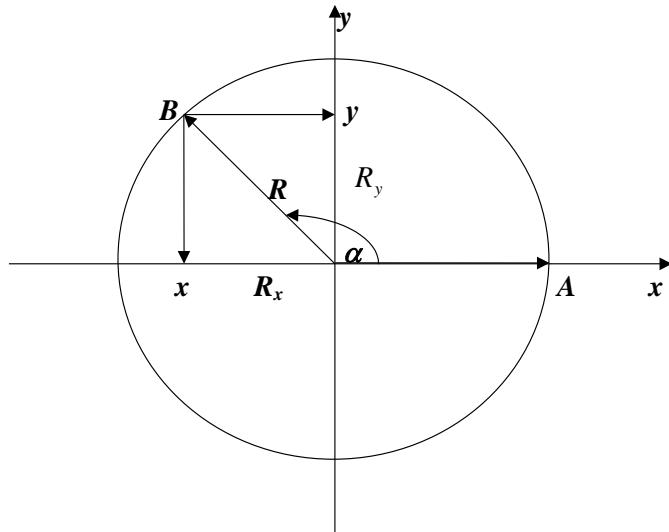
Bunday holatdan chiqishning to'g'ri yo'li – o'zuvchan (rejadan o'zib, ilgarilab boruvchi) ta'lim usulidir. Bu ishni 6-sinfdan, ya'ni koordinatlarning to'g'ri burchakli tizimini kiritishga erishilgandayoq boshlash kerak. Bunga esa sonli to'g'ri chiziq tushunchasi kiritilgandan so'ng, darhol ish boshlash orqali erishish mumkin. Buni ta'kidlayotganimizning boisi shundaki, 6-sinfga mo'ljallangan ba'zi bir darsliklarda koordinatli tekislik haqidagi tushunchalar o'quv yilining oxirida beriladi. Bu esa grafik bo'yicha o'zuvchan ta'lim berishni ta'minlash imkonini bermaydi. Shuning uchun ham biz, "Koordinatli tekislik" mavzusini musbat va manfiy sonlarni o'rgatishni boshlanish davriga qo'yishni tavsiya etamiz.

### **Ixtiyoriy burchakning trigonometrik funksiyalari.**

Tekislikda  $xoy$  to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin. Bu sistemaning  $ox$  musbat o'qi ustida A nuqtani olaylik. Bu nuqtaning radius vektori  $\vec{OA}$  bo'lsin.  $\vec{OA}$  radius vektorni,  $ox$  o'qni koordinata boshi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan burchakning boshlang'ich tomoni, A nuqtani esa aylanishdan hosil bo'lgan yoyning boshlang'ich nuqtasi deb hisoblaymiz.

$\vec{OB}$  radius-vektor (qo'zg'aluvchan radius-vektor) esa  $\vec{OA}$  aylanuvchi radius-vektorning so'ngi holati bo'lsin va  $\angle AOB = \alpha$  B nuqtaning koordinatalarini  $x$  va  $y$  orqali belgilaylik, ya'ni  $B(x,y)$ , OB-radius-vektorning uzunligini  $R$  orqali

belgilaylik. Berilgan  $\alpha$  burchak uchun  $\frac{x}{R}, \frac{y}{R}, \frac{y}{x}$  va  $\frac{x}{y}$  nisbatlar  $R$  radiusning uzunligiga bog'liq bo'lmasligi va faqat  $AOB = \alpha$  burchakning miqdoriga bog'liq bo'lishini ko'rsatish mumkin. Shuning uchun bu nisbatlarni ixtiyoriy burchakning funksiyalari deb qarash mumkin .



$\overrightarrow{OB}$  qo'zg'ailuvchan radius-vektorning  $ox$  yarim o'q bilan tashkil qilgan burchakning sinusi deb, qo'zg'aluvchan radius-vektor so'nggi nuqtasi ordinatasining uning uzunligiga bo'lgan nisbatiga aytildi, ya'ni

$$\sin \alpha = \frac{y}{R} \quad (3)$$

$\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius-vektorning  $ox$  yarim o'q bilan tashkil qilingan  $\alpha$  burchakning kosinusi deb, qo'shiluvchan radius-vektor so'nggi nuqtasi abstsissasining uning uzunligiga bo'lgan nisbatiga aytildi, ya'ni

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} \quad (4)$$

$$h \ arctg(x+3) - arctg(x+2) = \frac{\pi}{4};$$

o'zg'aruvchan radius-vektorning  $ox$  yarim o'q bilan qo'zg'aluvchan radius-vektorning  $ox$  yarim o'q bilan tashkil qilgan  $\alpha$  burchakning tangensi deb,

qo'zg'aluvchan radius-vektor so'nggi nuqtasi ordinatasining abstsissasiga bo'lган nisbatiga aytiladi, ya'ni

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x} \quad (5)$$

$\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius-vektorning ox yarim o'q bilan tashkil qilgan  $\alpha$  burchakning kotangensi deb, qo'zg'aluvchan radius-vektor so'nggi nuqtasi abstsissaning ordinatasiga bo'lган nisbatiga aytiladi, ya'ni

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x}{y} \quad (6)$$

Shuni ta'kidlash mumkinki, nuqta radius-vektorining koordinatalar o'qlaridagi proyeksiyalari shu nuqtaning mos koordinatalariga teng bo'ladi.

Agar  $np_{ox} \overrightarrow{OB} = R_x$ ,  $pr_{oy} \overrightarrow{OB} = R_y$  desak,  $R_x = x$   $R_y = y$  u holda, .

Shunday ekan, ihtiyoriy burchakning trigonometrik  $\frac{R_y}{R}, \frac{R_x}{R}, \frac{R_y}{R_x}, \frac{R_x}{R_y}$  funksiyalarini nisbatlar bilan ham aniqlash mumkin:

$$\sin\alpha = \frac{R_y}{R}, \cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \operatorname{tg}\alpha = \frac{R_y}{R_x}, \operatorname{ctg}\alpha = \frac{R_x}{R_y} \quad (7)$$

Shuningdek, trigonometrik funksiyalarni ta'riflashning boshqa usullari ham mavjud.

$\overrightarrow{OB}$  vektor ox yarim o'q bilan tashkil qilgan burchakni to'liq aylanishlarning butun songacha aniqlikda aniqlaydi, ya'ni  $\angle AOB = \alpha + 360^\circ n$ , bunda  $\alpha - \overrightarrow{OB}$  vektoring ox yarim o'q bilan tashkil qilgan burchakning gradus o'lchovi, n esa butun son. Bunday burchaklar uchun B nuqtaning koordinatalari o'zgarmasdan qoladi. Bunday holda quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:

$$\sin(\alpha + 360^\circ n) = \sin\alpha$$

$$\cos(\alpha + 360^\circ n) = \cos\alpha,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + 360^\circ n) = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + 360^\circ n) = \operatorname{ctg}\alpha$$

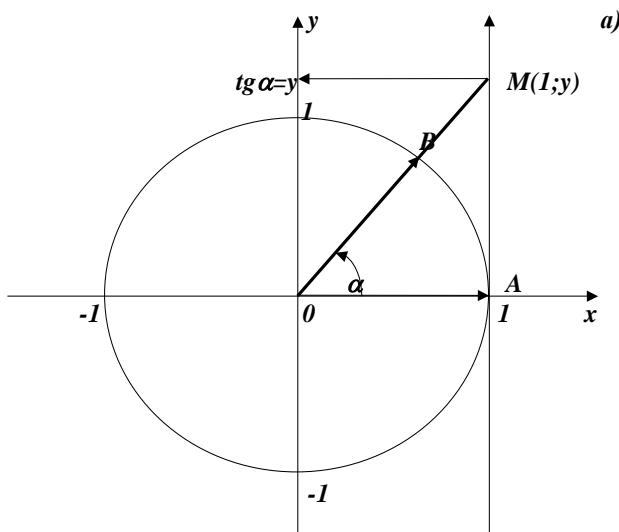
Trigonometrik funksiyalarning qiymatlari  $\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan vektorning uzunligiga bog'liq bo'lmaydi, shunday ekan, qulaylik uchun uning uzunligini 1 ga teng deb olish mumkin, ya'ni  $R=1$ . Bunday hol uchun  $\overrightarrow{OB}$  radius-vektorning oxirgi B nuqtasi chizgan aylanani birlik aylana deb ataymiz. Bunday holda trigonometrik funksiyaning ta'riflari quyidagicha aniqlanadi.

$\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius-vektorning  $ox$  yarim musbat o'q bilan tashkil qilgan burchakning sinusi,  $\overrightarrow{OB}$  radius-vektorning birlik aylanada yotgan so'ngi B nuqtasining ordinatasiga teng bo'ladi  $\sin \alpha = y$  ya'ni

$$(-1 \leq y \leq 1) \quad (9).$$

$\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius-vektorning  $ox$  yarim musbat o'q bilan tashkil qilgan burchakning kosinusi,  $\overrightarrow{OB}$  radius-vektorning birlik aylanada yotgan so'ngi B nuqtasining abstsissasiga teng bo'ladi ya'ni

$$\cos \alpha = x \quad (-1 \leq y \leq 1) \quad (10)$$



birlik aylanaga y bilan  $ox$  musbat yarim o'qning kesishadigan nuqtasida urinadigan va ordinata o'qining yo'nalishi bilan bir xil bo'lган o'qqa tangenslar o'qi deyiladi.

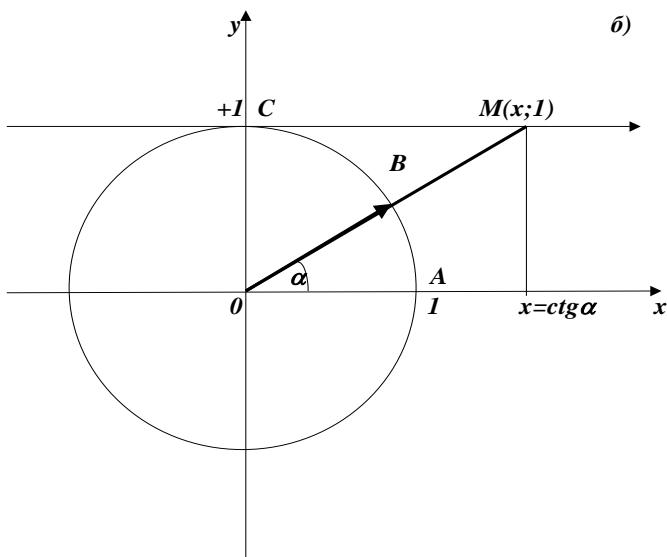
$\alpha$  burchakning tangensi  $ox$  musbat yarim o'q bilan  $\alpha$  burchak tashkil qiluvchi  $\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius - vektor bilan ustma-ust tushuvchi to'g'ri chiziq bilan tangenslar o'qi kesishadigan nuqtasining ordinatasiga teng bo'ladi ya'ni,

$$\operatorname{tg} \alpha = y \quad (|AM| = y, -\infty < y < +\infty) \quad (11)$$

birlik aylanaga y bilan  $oy$  musbat yarim o'qning kesishadigan nuqtasida urinadigan va abstsissa o'qining yo'nalishi bilan bir xil bo'lган o'qqa kotangenslar o'qi deyiladi.

$\alpha$  burchakning kotangensi  $ox$  musbat yarim o'q bilan  $ox$  burchak tashkil qiluvchi  $\overrightarrow{OB}$  qo'zg'aluvchan radius-vektor bilan ustma-ust tushuvchi to'g'ri chiziq bilan kotangenslar o'qi kesishadigan nuqtaning abstsissasiga teng bo'ladi.

$$x = \operatorname{ctg} \alpha \quad (|CM| = x, \quad -\infty < x < +\infty) \quad (12)$$



**Funksiya grafigini yasashniig turli usullari.** Koordinatli tekislik qanday qurilishi haqida so'zlab bergach, biz, qanday qilib har birining ordinatasi abssissiga teng ko'p nuqtalar qurish to'g'risida uy vazifasi beramiz, ya'ni  $x = u$ ; bunday yo'nalishli qurishni bajarish uchun daftarning butun bir sahifasini birlik sifatida 1 sm, ya'ni daftardagi ikki katakcha olingan holda to'ldirib chiqilishi kerak.

Keyingi darsda biz sinfni aylangan holda bu topshiriqning bajarilishini (bunday topshiriqni tekshirish qanchalar oson!) tekshirib chiqamiz va doska yoniga bu topshiriqni eng yomon bajargan (harqalay, ba’zi bir nuqtalarni qura olgan) o‘quvchini chaqiramiz. Biz u bilan doska yonida suhbatlashamiz va uning ishidagi yana bir necha nuqtani topamiz. Shundan so‘ng nuqtalarni to‘ldirish uchun boshqa o‘quvchilarни jalb etamiz. Ba’zan shunaqasi ham bo‘ladiki, ayrim o‘quvchilar to‘g‘ri yo‘nalishni yasashga harakat qiladi. Ana shu yo‘nalishni o‘quvchi yoki o‘qituvchining o‘zi doskada tasvirlaydi va o‘quvchilarни bu ifodalashni daftarlariiga ko‘chirib olishni iltimos qiladi.

Shundan so‘ng o‘qituvchi bunday ishlar grafik deb atalishini e’lon qiladi va bundan keyin har kuni grafiklar uy vazifasi sifatida berilishini aytadi. Buning uchun o‘qituvchi alohida “Grafiklar uchun” deb nomlangan katakchali daftar tutishni iltimos qiladi. Har bir grafik daftar varag‘ining bir tomonida bajarilishi, ikkinchi tomonida esa xatolarning to‘g‘rilanishi aks etishi kerak. Bu holatda ham hamisha masshtab (miqyos) 1 sm.ni tashkil etishi kerak.

**Grafikda funksiya xossalariini ko‘rsatish va aksincha.** Har bir grafik nuqtalar asosiga quriladi va keyinchalik ular orqali siniq, yoki to‘g‘ri yo‘nalish sog‘lom aqlga to‘g‘ri keladigan tarzda o‘tkaziladi. Qiyoslab ko‘rish uchun doskada tasvirlangan grafik namuna vazifasini bajaradi.

Ba’zi bir holatlarda o‘quvchilarga bundan keyin “grafik quring” shaklida qisqa tarzda topshiriqlar berilishi to‘g‘risida aytib qo‘yiladi.

Grafiklar qurishga o‘qitishning bunday usuli 1972- yilda ayrim olimlar tomonidan tavsiya etilgan va ko‘plab o‘qituvchilar tomonidan tajribada muvaffaqiyatli sinab ko‘rildi. Bu tajribada ishtirok etgan o‘qituvchilarning barchasi 6-sinfda bu sinovdan o‘tgan o‘quvchilar keyinchalik, ya’ni 7-11- sinflarda ham grafik qurishni ishonch bilan amalga oshirishgan. O‘quvchilar 6-sinfda modulli grafiklar qurishni o‘zlashtirib olganligi esa muhim ahaiyatga egadir.

**Ta’rif.** Agar x o’zgaruvchining har bir qiymatiga biror qonuniyatga ko’ra o’zgaruvchining yagona qiymati mos keltirilsa, u holda u o’zgaruvchi x o’zgaruvchining funksiyasi deyiladi.

x erkli o’zgaruvchi yoki argument, u erksiz o’zgaruvchi yoki funksiya deyiladi. Erkli o’zgaruvchi x ning barcha qabul qiladigan qiymatlar to’plami fiksiyaning *aniqlanish* sohasi deyiladi. u o’zgaruvchining x berilgan qiymatlariga mos qiymatlari fiksiyaning *o’zgarish* sohasi deyiladi.

**Funksiya sharoitiga qarab jadval, analistik va grafik usullar bilan berilishi mumkin.**

Kundalik hayotimizda uchraydigan ba’zi jarayonlarni o’rganishda *funksiyaning jadval usulida berilishidan* foydalilaniladi. Masalan, meteorologlar Yer sharining turli nuqtalariga tushgan yog’inlar jadvalini tuzishadi. Yer sharining ana shu turli nuqtalari bu holda argument qiymatlari rolida, yog’in miqdorlari esa fiksiyaning qiymatlari ro’lida keladi.

*Funksiyaning grafik usulda berlishi.* Bu usul funksiyani analistik usulda berish ancha qiyin bo’lgan paytda qulaydir, ya’ni ko’pgina jarayonlarni o’rganishda formulalar tilida gaplasha olmaydigan asboblardan foydalilaniladi, Masalan, tibbiyot elekrokardigraflar keng ishlatiladi. Bu asboblar yordamida elektrokardiogrammalarni yurak muskulida hosil bo’ladigan elektr impulslarining o’zgarishini tasvirlovchi egri chiziqlarini hosil qilish mumkin.

**Ta’rif.**  $y=f(x)$  funksiyaning grafigi deb xOy teksilikdagi koordinatalari  $y=f(x)$  munosabat bilan bog’langan tekislikdagi barcha  $P(x,y)$  nuqtalar to’plamiga aytildi.

*Funksiyaning analistik usulda berlishi.* Bunday usulda erksiz o’zgaruvchi miqdor funksiyaning erkli o’zgaruvchi miqdor — argument bilan bog’lovchi formula ko’rsatiladi.

Formula yordamida berilgan funksiyalarni analistik usulda berilgan funksiyalar deyiladi.

Masalan,  $y=x^2$ ,  $y=kx+b$ ,  $y=a^x$ ,  $y=lgx$ ,  $y=sinx$ ,  $y=tgx$ ,  $y=2x^3-x+4$  funksiyalar analitik usulda berilgan.

Mavzuga oid topshiriqlar.

1.Grafiklar uchun daftar tuting. Birinchi sahifada bir xil bo‘lakli (2 katakcha, 1 sm) koordinatlarning to‘g‘ri burchakli grafigini chizing va imkon qadar, bir xil ( $u=x$ ) ordinatli va abssissali nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

2.Iloji boricha, abssissasi nolga teng ( $x=0$ ) bo‘lgan nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

3.Iloji boricha, koordinatlari ( $u = -x$ ) songa qarama-qarshi bo‘lgan nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

4.Iloji boricha, abssissasi ( $x = -3$ ) soniga qarama-qarshi bo‘lgan nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

5.Iloji boricha, ordinatalari ( $u = -(-3)$ ) soniga qarama-qarshi bo‘lgan nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

6.Iloji boricha, ko‘proq abssissasi  $-2$  ( $x = [-2]$ ) moduliga teng bo‘lgan nuqtalarni yasashga harakat qiling.

7.Iloji boricha, ordinatasi ( $u = [x]$ ) abssissa moduliga teng nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

8.Iloji boricha, ordinatasi ( $u = x + 2$ ) abssissadan ikki birlikka ko‘p bo‘lgan nuqtalarni ko‘proq yasashga harakat qiling.

Shu darsdan boshlab, grafiklar qurish haqidagi topshiriqlar odatiy, ya’ni “grafik quring” shaklida beriladi.

9.  $u = x + 3$ .

10.  $u = x + (-2)$ .

11.  $u = x + (-3)$ .

12.  $u = 2 + x$ .

13.  $u = 3 + x$ .

14.  $u = [x] + 2$ .

$$15. u = [x + 2].$$

$$16. u = -x + 2.$$

$$17. u = -x + 3.$$

$$18. u = [-x].$$

$$19. u = -[x] + 2.$$

$$20. u = x - 2.$$

$$21. u = x - 1.$$

$$22. u = [x] - 4.$$

$$23. u = 2x.$$

$$24. u = -3.$$

Yuqorida berilgan 14- topshiriqdan boshlab, grafiklar qurishda jadvaldan foydalanan maqsadga muvofiqdir. Jadvalni mana bu ko‘rinishda qurish mumkin.

x	-2	-1	0	1	2
y					

Agar bunday jadval yetarli bo‘lmasa, unda grafik qiyin deb hisoblanadi, shuning uchun ham uni qurishga qo‘shimcha yuqori baholar qo‘yiladi.

Masalan, 28- topshiriq ana shunday qiyin hisoblanadi.

Chunki bu grafikni qurish uchun jadvalni kengaytirish talab etiladi  $x = 0$  ustunga esa chiziqcha qo‘yish kerak:

x	-12	-6	-4	-2	-1	0	1	2	3	4	6	12
y												

Mavzuga oid 2 soatlik dars bayoni namunasini keltiramiz.

### 8-sinf, algebra.

«19;21» - sentabr, 2018-yil.

**Mavzu:  $y = kx$  funksiya va uning grafigi.**

**Darsning maqsadi:**  $y = kx$  funksiya, uning grafigi, to‘g‘ri proporsional bog‘lanish, proporsionallik koeffitsiyenti kabilar yuzasidan tushunchalar hosil qilish, o‘quvchilarning BKM larini shakllantirish, rivojlantirish va mustahkamlash.

**Darsning usuli:** savol-javob, misol va masalalar yechish.

**Darsning johozi:** DTS ko‘rgazmalar, tarqatma materiallar, kichik testlar.

## **DARSNING BORISHI:**

**Tashkiliy qism:** o‘quvchilar bilan salomlashish, tozalikni tekshirish, davomatni aniqlash, o‘quvchilarning dars mashg‘ulotlariga ruhiy jihatda tayyorgarliklarini aniqlash.

### **O‘tilgan mavzuni so‘rab baholash:**

Savol: funksiya nima?

Javob: agar biror sonlar to‘plamidan olingan  $x$ (iks) ning bir qiymatiga biror qoida bo‘yicha  $y$  (igrek) son mos qo‘yilgan bo‘lsa, u holda shu to‘plamda funksiya aniqlangan deyiladi.

Savol: erkli va erksiz o‘zgaruvchilar deb nimaga aytildi?

Javob:  $y$ (igrek) miqdorning  $x$ (iks) miqdorga bog‘liqligi  $y(x)$  ko‘rinishda belgilanadi va «igrek iksdan» deb o‘qiladi. Bunda  $x$ (iks) o‘zgaruvchi –erkli o‘garuvchi,  $y(x)$  o‘zgaruvchi – erksiz o‘zgaruvchi deb ataladi.

Savol: funksiyaning qiymati nima?

Javob:  $y(a)$  soni  $y = x^2$  funksiyaning  $x = a$  bo‘lgandagi qiymati deyiladi.

Savol: o‘zgaruvchilarni belgilashda ma’lum bir qoidalar mavjudmi?

Javob: odatda, erkli o‘zgaruvchi  $x$ (iks), erksiz o‘zgaruvchi  $y$ (igrek) bilan belgilanadi. Lekin bunday belgilash majburiy emas. Chunki, turli kattaliklar orasidagi bog‘lanishlarni hisoblashda kattaliklarni ifodalovchi ixtiyoriy harflar bilan ham belgilash mumkin.

Savol: funksiya qanday ko‘rinishlarda berilishi mumkin?

Javob: funksiya bir necha xil ko‘rinishda, jumladan, formula(analitik) ko‘rinishidagi, jadval ko‘rinishida va grafik ko‘rinishida berilishi mumkin.

**O‘tilgan mavzuni mustahkamasi:** o‘quvchilar tushunmagan savollar va ularga tushunarsiz bo‘lgan jumlalar aniq va hayotiy misollar yordamida tushunturilib beriladi.

### Yangi mavzuning bayoni:

#### Yodda saqlang:

- 1)  $y = kx$  funksiyaning grafigi  $k$  ning istalgan qiymatida koordinatalar boshidan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi;
- 2)  $y = kx$  funksiyaning grafigini yasash uchun uning ikkita nuqtasini topish yetarli. Shundan so‘ng chizg‘ich yordamida shu nuqtalardan to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi;
- 3) Koordinatalar boshi  $y = kx$  funksiyaning grafigiga tegishli bo‘lgani uchun, uning grafigini yasashda yana bitta nuqtasini topish yetarli;
- 4)  $x$  va  $y$  orasidagi  $y = kx$  (bu yerda  $k > 0$ ) formula bilan ifodalangan bog‘lanish odatda **to‘g‘ri proporsional bog‘lanish**,  $k$  son esa **proporsionallik koeffitsiyenti** deyiladi.

#### Misol va masalalar yechish

1-masala. Daftar 80 so‘m turadi. Shu daftarning sotib olingan miqdori ( $n$ ) bilan unga so‘mlar hisobida to‘langan pul ( $y$ ) orasidagi bog‘lanishni formula bilan ifoda qiling.  $y(6), y(11)$  nimaga teng?

*Yechilishi:*

- 1) Formula:  $y(n) = 80n$  dan iborat;
- 2)  $y(6) = 80 \cdot 6 = 480$ ,  $y(6) = 480$ . *Javob: 480*  
so‘m;
- 3)  $y(11) = 80 \cdot 11 = 880$ ,  $y(11) = 880$ . *Javob: 880*  
so‘m.

27-masala. «Neksiya» avtomobili katta yo‘lda  $80\text{km}/\text{soat}$  tezlik bilan harakat qilmoqda. Bosib o‘tilgan masofa  $s(\text{km hisobida})$  ning harakat vaqtini

*t(soat hisobida)*ga bog'liqligini ifodalovchi formulani yozing.  $s(3), s(5,4)$  nimaga teng?

*Yechilishi:*

1) Formula:  $s(t) = 80t$  dan iborat;

$$2) \quad s(3) = 80 \cdot 3 = 240, \quad s(3) = 240.$$

*Javob: 240 km;*

$$3) \quad s(5,4) = 80 \cdot 5,4 = 432, \quad s(5,4) = 432.$$

*Javob:*

*432 km.*

28-masala. Funksiyaning grafigini yasang: 1)  $y = 3x$ ; 2)  $y = 5x$ ;

$$3) \quad y = -4x; 4) \quad y = -0,8x.$$

*Yechilishi:*

$$1) \quad x = 0 \text{ da } y = 3 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = 3 \cdot 1 = 3, \quad y = 3. \quad (1;3).$$

$$2) \quad x = 0 \text{ da } y = 5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

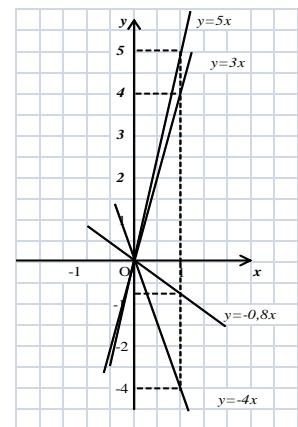
$$x = 1 \text{ da } y = 5 \cdot 1 = 5, \quad y = 5. \quad (1;5).$$

$$3) \quad x = 0 \text{ da } y = -4 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = -4 \cdot 1 = -4, \quad y = 3. \quad (1;-4).$$

$$4) \quad x = 0 \text{ da } y = -0,8 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = -0,8 \cdot 1 = -0,8, \quad y = 3. \quad (1;-0,8).$$



29-masala. Funksiyaning grafigini yasang: 1)  $y = 1,5x$ ,

$$2) \quad y = -2,5x, 3) \quad y = -0,2x, 4) \quad y = 0,4x.$$

*Yechilishi:*

$$1) \quad x = 0 \text{ da } y = 1,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = 1,5 \cdot 1 = 1,5, \quad y = 1,5. \quad (1;1,5).$$

$$2) \quad x = 0 \text{ da } y = -2,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

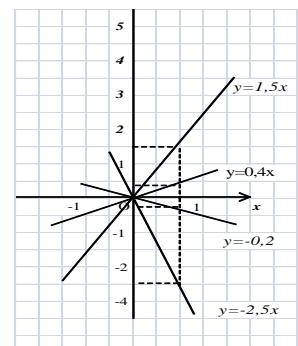
$$x = 1 \text{ da } y = -2,5 \cdot 1 = -2,5, \quad y = -2,5. \quad (1;-2,5).$$

$$3) \quad x = 0 \text{ da } y = -0,2 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = -0,2 \cdot 1 = -0,2, \quad y = -0,2. \quad (1;-0,2).$$

$$4) \quad x = 0 \text{ da } y = 0,4 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0;0);$$

$$x = 1 \text{ da } y = 0,4 \cdot 1 = 0,4, \quad y = 0,4. \quad (1;0,4).$$



30-masala. Funksiyaning grafigini yasang: 1)  $y = 2\frac{1}{2}x$ ,  
 2)  $y = \frac{1}{4}x$ , 3)  $y = 0,6x$ , 4)  $y = -\frac{5}{3}x$ .

*Yechilishi:*

1)  $x = 0$  da  $y = 2,5 \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $(0;0)$ ;

$x = 1$  da  $y = 2,5 \cdot 1 = 2,5$ ,  $y = 2,5$ .  $(1;2,5)$ .

2)  $x = 0$  da  $y = 0,25 \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $(0;0)$ ;

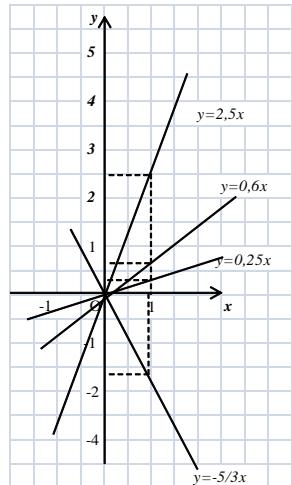
$x = 1$  da  $y = 0,25 \cdot 1 = 0,25$ ,  $y = 0,25$ .  $(1;0,25)$ .

3)  $x = 0$  da  $y = 0,6 \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $(0;0)$ ;

$x = 1$  da  $y = 0,6 \cdot 1 = 0,6$ ,  $y = 0,6$ .  $(1;0,6)$ .

4)  $x = 0$  da  $y = -\frac{5}{3} \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $(0;0)$ ;

$x = 1$  da  $y = -\frac{5}{3} \cdot 1 = -\frac{5}{3}$ ,  $y = -\frac{5}{3}$ .  $(1;-\frac{5}{3})$ .



31-masala.  $y = -1,5x$  formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo'yicha:

1)  $x$  ning 1 ga; 0 ga; 2 ga; 3 ga teng qiymatiga mos keluvchi  $y$  ning qiymatini;

2)  $x$  ning qanday qiymatida:  $y = -3$  ga; 4,5 ga; 6 ga teng bo'lishini;

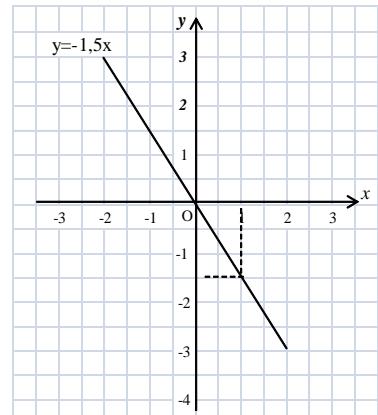
3)  $x$  ning  $y$  musbat (manfiy) bo'ladigan bir necha qiymatini toping.

*Yechilishi:*

Dastlab,  $y = -1,5x$  grafigini yasaymiz:

$x = 0$  da  $y = -1,5 \cdot 0 = 0$ ,  $y = 0$ .  $(0;0)$ ;

$y = -1,5 \cdot 1 = -1,5$ ,  $y = -1,5$ .  $(1;-1,5)$ .



$$1) \quad y(1) = -1,5 \cdot 1 = -1,5, \quad y(1) = -1,5. \quad (1; -1,5);$$

$$y(0) = -1,5 \cdot 0 = 0, \quad y(0) = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(2) = -1,5 \cdot 2 = -3, \quad y(2) = -3. \quad (2; -3);$$

$$y(3) = -1,5 \cdot 3 = -4,5, \quad y(3) = -4,5. \quad (3; -4,5).$$

$$2) \quad y = -1,5x \text{ dan quyidagiga egamiz: } x = -\frac{y}{1,5}$$

$x$  ning qiymati qanday bo‘lishi kerakligini

$$x(y) = -\frac{y}{1,5} \text{ formula bo‘yicha hisoblaymiz:}$$

$$x(-3) = -\frac{-3}{1,5} = 2, \quad x(-3) = 2. \quad (-3; 2);$$

$$x(4,5) = -\frac{4,5}{1,5} = -3, \quad x(4,5) = -3. \quad (4,5; -3);$$

$$x(6) = -\frac{6}{1,5} = -4, \quad x(6) = -4. \quad (6; -4).$$

$$3) \quad x = -1 \text{ da } y = -1,5 \cdot (-1) = 1,5, \quad y = 1,5. \quad (-1; 1,5);$$

$$x = -2 \text{ da } y = -1,5 \cdot (-2) = 3, \quad y = 3. \quad (-2; 3);$$

$$x = -3 \text{ da } y = -1,5 \cdot (-3) = 4,5, \quad y = 4,5. \quad (-3; 4,5).$$

$$x = 1 \text{ da } y = -1,5 \cdot 1 = -1,5, \quad y = -1,5. \quad (1; -1,5);$$

$$x = 2 \text{ da } y = -1,5 \cdot 2 = -3, \quad y = -3. \quad (2; -3);$$

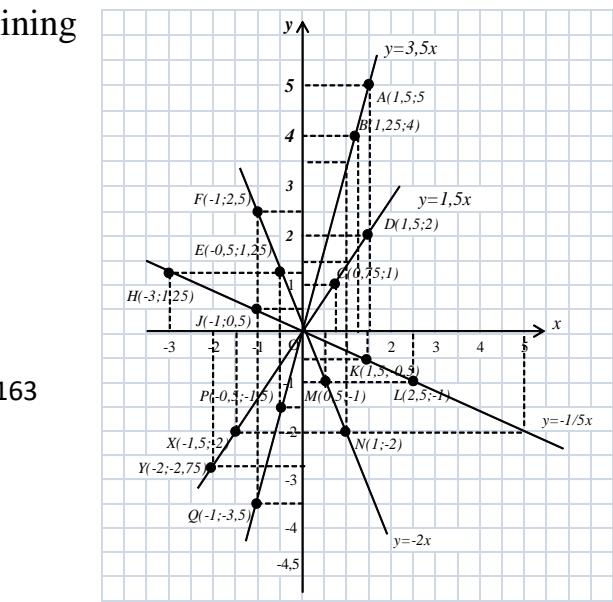
$$x = 3 \text{ da } y = -1,5 \cdot 3 = -4,5, \quad y = -4,5. \quad (3; -4,5).$$

34-masala. Funksiyaning grafigini yasang: 1)  $y = 3,5x$ ; 2)  $y = -\frac{2}{5}x$ ; 3)  $y = -2x$ ; 4)  $y = 1,5x$ . Har bir holda grafikning absissalar o‘qidan yuqorida (*absissalar o‘qiga nisbatan*) yotuvchi ikkita nuqtasining koordinatalarini ko‘rsating.

*Yechilishi:*

$$1) \quad y = 3,5x \text{ ni qaraymiz:}$$

$$y(0) = 3,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$



$$y(1) = 3,5 \cdot 1 = 3,5, \quad y = 3,5 \cdot (1; 3,5).$$

Javob:  $A(1,5; 5), \quad B(1,25; 4),$

$P(-0,5; -1,5), \quad Q(-1; -3,5).$

2)  $y = -\frac{2}{5}x$  ni qaraymiz:

$$y(0) = -\frac{2}{5} \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(5) = -\frac{2}{5} \cdot 5 = -2, \quad y = -2. \quad (5; -2).$$

Javob:  $H(-3; 1,25), \quad J(-1; 0,5),$

$K(1,5; -0,5), \quad L(2,5; -1).$

3)  $y = -2x$  ni qaraymiz:

$$y(1) = -2 \cdot 1 = -2, \quad y = -2. \quad (1; -2);$$

$$y(2) = -2 \cdot 2 = -4, \quad y = -4. \quad (2; -4).$$

Javob:  $F(-1; 2,5), \quad E(-0,5; 1,25),$

$M(0,5; -1), \quad N(1; -2).$

4)  $y = 1,5x$  ni qaraymiz:

$$y(0) = 1,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(1) = 1,5 \cdot 1 = 1,5, \quad y = 1,5. \quad (1; 1,5).$$

Javob:  $D(1,5; 2), \quad C(0,75; 1),$

$X(-1,5; -2), \quad Y(-2; -2,75).$

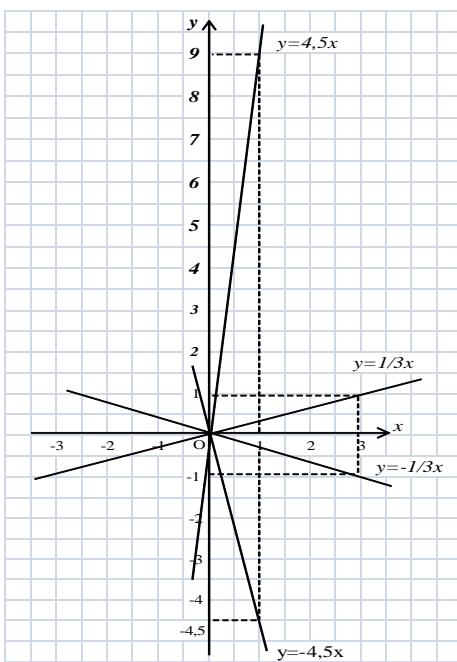
33-masala. Funksiyaning grafigini yasang va shu shu grafik qaysi koordinata burchagida joylashganini ko'rsating:

$$1) y = \frac{1}{3}x; 2) y = -\frac{1}{3}x; 3) y = 4,5x; 4) y = -4,5x.$$

Yechilishi:

1)  $y = \frac{1}{3}x$  ni qaraymiz:

$$y(0) = \frac{1}{3} \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$



$$y(3) = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1, \quad y = 1. \quad (3; 1).$$

Javob: funksiya **I** va **III** choraklarda joylashgan.

2)  $y = -\frac{1}{3}x$  ni qaraymiz:

$$y(0) = -\frac{1}{3} \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1, \quad y = -1. \quad (3; -1).$$

Javob: funksiya **II** va **IV** choraklarda joylashgan.

3)  $y = 4,5x$  ni qaraymiz:

$$y(0) = 4,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(1) = 4,5 \cdot 1 = 9, \quad y = 9. \quad (1; 9).$$

Javob: funksiya **I** va **III** choraklarda joylashgan.

4)  $y = -4,5x$  ni qaraymiz:

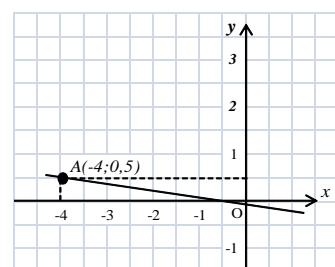
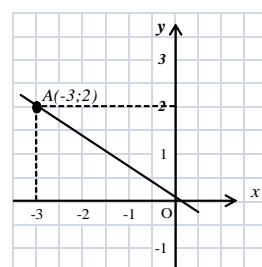
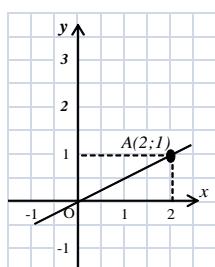
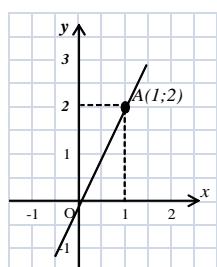
$$y(0) = -4,5 \cdot 0 = 0, \quad y = 0. \quad (0; 0);$$

$$y(1) = -4,5 \cdot 1 = -4,5, \quad y = -4,5. \quad (1; -4,5).$$

Javob: funksiya **II** va **IV** choraklarda joylashgan.

35-masala. Grafigi rasmdagi to‘g‘ri chiziq bilan tasvirlangan funksiyani formula bilan yozing:

*Yechilishi:*



1)  $y(x) = 2x;$

2)  $y(x) = \frac{1}{2}x;$

3)  $y(x) = -1,5x;$

3)  $y(x) = -8x$

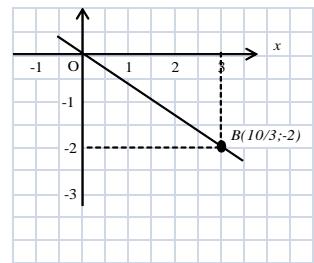
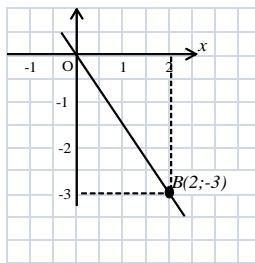
36-masala.  $OA$  to‘g‘ri chiziq koordinatalar boshidan va  $A\left(\frac{1}{2}; 7\right)$  nuqtadan o‘tadi. Shu to‘g‘ri chiziq quyidagi funksiyalardan qaysi birining grafigi bo‘ladi:  $y = 7x$ ;  $y = -14x$ ;  $y = 14x$ ?

*Yechilishi:*

- 1)  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$ ,  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 3,5$ .  $A\left(\frac{1}{2}; 3,5\right)$ ;
- 2)  $y\left(\frac{1}{2}\right) = -14 \cdot \frac{1}{2} = -7 \cdot 1 = -7$ ,  $y\left(\frac{1}{2}\right) = -7$ .  $A\left(\frac{1}{2}; -7\right)$ ;
- 3)  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 14 \cdot \frac{1}{2} = 7 \cdot 1 = 7$ ,  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 7$ .  $A\left(\frac{1}{2}; 7\right)$ . *Javob:  $y = 14x$  funksiya.*

37-masala. Agar  $B$  nuqta  $y = kx$  funksiyaning grafigiga tegishli ekanligi ma’lum bo‘lsa, shu funksiyaning grafigini yasang: 1)  $B(2; -3)$ ; 2)  $B\left(3\frac{1}{3}; -2\right)$ . Shu funksiyalardan qaysinisining grafigi  $M(-10; 15)$  nuqtadan o‘tadi?

*Yechilishi:*



$$y(x) = -1,5x$$

$$y(x) = -\frac{3}{5}x$$

- 1)  $y(x) = -1,5x$  dan topamiz:

$$y(-10) = -1,5 \cdot (-10) = 15.$$

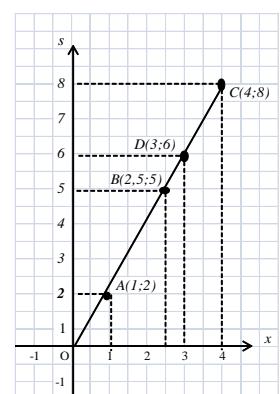
- 2)  $y(x) = -\frac{3}{5}x$  dan topamiz:

$$y(-10) = -\frac{3}{5} \cdot (-10) = 6.$$

*Javob:  $y(x) = -1,5x$  funksiya.*

38-misol. Sol daryoda  $2\text{km/soat}$  tezlik bilan suzib bormoqda. Solning  $x$  soatda bosib o‘tgan  $s$  yo‘lini ifodalang. Solning  $1\text{ soatda}$ ;  $2,5\text{ soatda}$ ;  $4\text{ soatda}$  bosib o‘tgan yo‘lini hisoblang. Yo‘lning harakat vaqtiga bog‘liqligi grafigini yasab, grafik bo‘yicha solning  $6\text{ km}$  yo‘lni bosib o‘tishi uchun ketgan vaqtini toping.

*Yechilishi:*



Solning tezligi:  $s(x) = 2x$  funksiya bilan ifodalanadi;

$$s(1) = 2 \cdot 1 = 2, \quad s(1) = 2. \quad (1; 2); \quad Javob: 2 \text{ km};$$

$$s(2,5) = 2 \cdot 2,5 = 5, \quad s(2,5) = 5. \quad (2,5; 5); \quad Javob: 5 \text{ km};$$

$$s(4) = 2 \cdot 4 = 8, \quad s(4) = 8. \quad (4; 8). \quad Javob: 8 \text{ km};$$

*Javob:*  $x = 3$  soat, sol  $D(3; 6)$  masofaga boradi.

**1. O‘tilgan mavzuni mustahkamlash:** o‘quvchilar tushunmagan savollarni aniq misollar yordamida tushuntiraman.

**2. O‘tilgan mavzuni so‘rab baholash:**

Savol:  $y = kx$  funksiyaning grafigi koordinata tekisligida qanday joylashgan bo‘ladi?

*Javob:*  $y = kx$  funksiyaning grafigi  $k$  ning istalgan qiymatida koordinatalar boshidan o‘tuvchi

*to‘g‘ri chiziq bo‘ladi;*

Savol:  $y = kx$  funksiyaning grafigini yasash uchun uningn nechta nuqtasini toppish kerak?

*Javob:*  $y = kx$  funksiyaning grafigini yasash uchun uning ikkita nuqtasini topish yetarli.

*Koordinatalar boshi  $y = kx$  funksiyaning grafigiga tegishli bo‘lgani uchun, uning grafigini yasashda yana bitta nuqtasini topish yetarli;*

Savol: to‘g‘ri proporsional bog‘lanish nima?

*Javob:*  $x$  va  $y$  orasidagi  $y = kx$  (bu yerda  $k > 0$ ) formula bilan ifodalangan bog‘lanish odatda to‘g‘ri proporsional bog‘lanish,  $k$  son esa proporsionallik koeffitsiyenti deyiladi.

**3. Uyga vazifa:**

32-masala.  $y = 0,2x$  formula bilan berilgan funksiyaning grafigini yasang. Grafik bo‘yicha:

- 1)  $x$  ning  $-5$  ga;  $0$  ga;  $5$  ga teng qiymatiga mos keluvchi  $y$  ning qiymatini;
- 2)  $x$  ning qanday qiymatida:  $y = 2$  ga;  $0$  ga;  $2$  ga teng bo‘lishini;
- 3)  $x$  ning  $y$  musbat (manfiy) bo‘ladigan bir necha qiymatini toping.

*Yechilishi:*

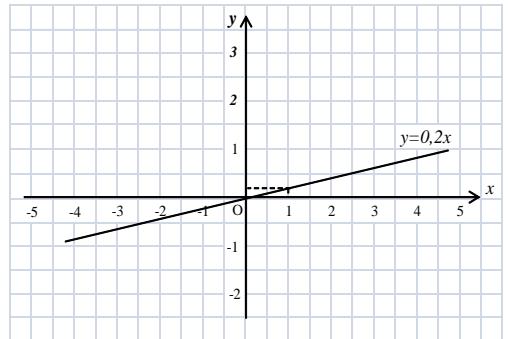
Dastlab,  $y = 0,2x$  grafigini yasaymiz:

$$x = 0 \text{ da } y = 0,2 \cdot 0 = 0, \quad y = 0.$$

$$(0;0); \quad x = 1$$

$$y = 0,2 \cdot 1 = 0,2, y = 0,2. \quad (1;0,2).$$

da



$$1) \quad y(-5) = 0,2 \cdot (-5) = -1, y(-5) = -1. \quad (-5; -1);$$

$$y(0) = 0,2 \cdot 0 = 0, \quad y(0) = 0. \quad (0;0);$$

$$y(5) = 0,2 \cdot 5 = 1, y(5) = 1. \quad (5;1).$$

$$2) \quad y = 0,2x \text{ dan quyidagiga egamiz: } x = \frac{y}{0,2}$$

$x$  ning qiymati qanday bo‘lishi kerakligini

$$x(y) = \frac{y}{0,2} \text{ formula bo‘yicha hisoblaymiz:}$$

$$x(-2) = \frac{-2}{0,2} = -10, \quad x(-2) = -10. \quad (-2; -10);$$

$$x(0) = \frac{0}{0,2} = 0, \quad x(0) = 0. \quad (0;0);$$

$$x(2) = \frac{2}{0,2} = 10, \quad x(2) = 10. \quad (2;10).$$

$$3) \quad x = 1 \text{ da } y = 0,2 \cdot 1 = 0,2, \quad y = 0,2. \quad (1;0,2);$$

$$x = 2 \text{ da } y = 0,2 \cdot 2 = 0,4, \quad y = 0,4. \quad (2;0,4);$$

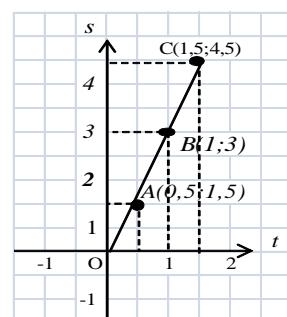
$$x = 3 \text{ da } y = 0,2 \cdot 3 = 0,6, \quad y = 0,6. \quad (3;0,6).$$

$$x = -2 \text{ da } y = 0,2 \cdot (-2) = -0,4 \quad y = -0,4. \quad (-2; -0,4);$$

$$x = -3 \text{ da } y = 0,2 \cdot (-3) = -0,6, \quad y = -0,6. \quad (-3; -0,6);$$

$$x = -4 \text{ da } y = 0,2 \cdot (-4) = -0,8, \quad y = -0,8. \quad (-4; -0,8).$$

39-masala. Piyoda kishi  $3 \text{ km}/\text{soat}$  tezlik bilan ketmoqda. Piyoda kishining  $t$  soatda bosib o‘tgan ( $s$ ) yo‘li vaqtga bog‘liqligi grafigini yasang. Grafik bo‘yicha piyodaning  $0,5$  soatda;  $1$  soatda;  $1$  soat – u  $30 \text{ minut}$  ( $1,5$  soat)da bosib o‘tgan yo‘lini



toping.

*Yechilishi:*

Piyodaning tezligi:  $s(t) = 3t$  funksiya bilan ifodalanadi;

$s(0,5) = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ ,  $s(0,5) = 1,5$ . (0,5; 1,5); Javob: 1,5 km;

$s(1) = 3 \cdot 1 = 3$ ,  $s(1) = 3$ . (1; 3); Javob: 3 km;

$s(1,5) = 3 \cdot 1,5 = 4,5$ ,  $s(1,5) = 4,5$ . (1,5; 4,5). Javob: 4,5 km;

### **Mustahkamlash uchun savollar**

- 1.Maktab matematika kursida funksiya tushunchasi qanday shakllanadi?
- 2.Sinflar kesimida funksiyaning berilishini qanday izohlaysiz?
- 3.Funksiyaning qanday berilish usullarini bilasiz?
- 4.Funksiya grafigi yasalishining qanday turlari bor?

## **5.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA GEOMETRIK FIGURALAR**

### **HAQIDAGI TA'LIMOT**

**Maktab geometriya kursini ko‘rishning turli metodik imkoniyatlari.**

Geometriyaga oid har qanday o‘quv materiali amaliy yo‘nalishiga ega bo‘ladi. Uchburchak tengligi haqida teoremlar. Uchburchakning uch tomon bo‘yicha tengligi belgisi ko‘priklarni ko‘tarma kranlarni konstruksiya qilish texnikasida keng qo‘llaniladigan “qattiqlik” nazariyasining asosini tashkil etadi.

**Parallel to‘g‘ri chiziqlar.** O‘qituvchining o‘quvchilarga bunday to‘g‘ri chiziqlarni qurish usullarini chizma uchburchak, reysshin, reysmus, shuningdek, ma’lum joyda parallel to‘g‘ri chiziqlarni ekker yordamida – bitta chiziqda perpendikulyar o‘tkazish orqali ko‘rsatishi maqsadga muvofiq bo‘ladi.

**Parallelogrammning xususiyatlari.** Barcha yassi geometrik shakllar orasida to‘g‘ri burchak eng ko‘p tarqalgan hisoblanadi, chunki u simmetriyaning ikkita o‘qiga ega bo‘ladi. Qishloq xo‘jaligi ekin maydonlariga ishlov berishda to‘g‘riburchak shaklidagi qishloq xo‘jalik asboblari eng qulay vosita sanaladi.

**Piramidalarning xususiyati.** Piramidaning asosiga parallel ravishda yassilikning kesib o‘tish maydoni piramidaning cho‘qqisigacha bo‘lgan masofa kvadratiga to‘g‘ri proporsional kesishuv paydo bo‘ladi. Bu holat yoritish kuchi bilan piramida yuqorisida turgan yoritish manbasi o‘rtasidagi masofani nazariy jihatdan tushuntirishga xizmat qiladi. Ya’ni, maydonchaning (asosning) balandlikka nisbatan ikki karra uzoqlashishi natijasida maydoncha to‘rt baravarga kengayadi, maydon birligiga to‘g‘ri keladigan yorug‘lik energiyasi esa to‘rt martaga kamayadi. Shu tariqa, yoritish kuchi yorug‘lik manbasi masofasi kvadratiga teskari proporsional bo‘ladi. Ushbu qonundan foydalangan holda, zamonaviy astronomiya Koinotning eng uzoq, ya’ni yorug‘lik nuri bir necha yuz ming yillarda bosib o‘tadigan obyektlari masofasini aniqlaydi.

**Jismarning sirtlari va hajmlari.** Ularni hisoblab topishda o‘quvchilar jismning to‘g‘ri chiziqli o‘lchamli o‘zgarganda, uning sirti kvadratga nisbatan proporsional ravishda, hajmi esa bu o‘lchamning kubiga nisbatan o‘zgaradi. Geomteriya mashg‘ulotlari barcha o‘quvchilarni jalb etgan hodda, amaliy ishlar bilan bog‘liq holda olib borilishi kerak. Bu – barcha modellashtirish turlari, turli yer o‘lhash ishlari, texnik predmetlarning, uy buyumlarining, xo‘jalik binolarining sirti va hajmini o‘lhashdan iborat bo‘lishi mumkin.

### **Maktab geometriya kursiga umumiyo tavsif .7-9-sinflarda geometriya**

Maktabda geometriyani o‘qitish – bolalar o‘rtasida aqliy-tarbiyaviy ish olib borishda muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki geometriya deduktiv xarakterga ega bo‘lgan yagona maktab o‘quv kursidir. Shu ma’noda olib qaraganda, hatto, maktab algebrasi ham u bilan tenglasha olmaydi. Albatta, maktab geometriya kurslarida barcha narsalar ham qat’iy ravishda isbotlanavermaydi, shuning uchun ham biz qator holatlarda aniq nazariy asoslar o‘rniga hayotiy tasavvurlardan foydalanamiz.

Lekin, shunga qaramasdan, geometriya (agar to‘g‘ri o‘qitilsa) o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatini o‘stiradi. Bu yerda geometriyani to‘g‘ri o‘qitish deganda, darsliklarda isbotlab berilgan birorta teorema o‘qituvchi va o‘quvchilar bayoni orqali isbotlanmasdan qolmasligini nazarda tutayapmiz.

Asosiy e’tibor qurish haqidagi topshiriqlarga qaratilishi kerak. Har bir o‘quvchi algoritmlarni bilishiga, keyingi topshiriqlarni sirkul (pargar) va chizg‘ich yordamida bajara olishiga erishish juda muhim. Chunki ta’lim standartida o‘quvchilarni bo‘lakni teng ikkiga bo‘lish, uch tomon asosida uchburchak qurish, to‘g‘ri chiziqqqa nisbatan perpendikulyar qurish, bissektrisa qurish, n kesikni (bo‘lakni) teng bo‘laklarga bo‘lishga o‘rgatish talab etiladi. Aytilganlarga yana berilgan topshiriqqa ko‘ra, burchak qurish uquvi, shuningdek, (xohish bo‘yicha) ikki kesikka (bo‘lakka) uchinchi, va uch kesikka (bo‘lakka) to‘rtinchi proporsionalni qurish ham kirishini aytib o‘tish kerak.

Bu kabi talablarni to‘liq bajarishga topshiriqlarni matematik diktantlarga joylashtirish orqali erishish mumkin.

### **Geometriyadan V-VI-sinflarning, VII-IX-sinflarning, X-XI-sinflarning ba’zi mavzularini o‘qitish metodikasi.**

## **TRAPETSIYAGA OID MASALANI TURLI USULLAR BILAN YECHISH**

**Maqsad:** bitta masalan turli usullar yordamida yechish orqali mustaqil, ijodiy fikrlashni shakllantirish bo‘yicha faoliyatni tashkil etish.

### **Vazifalar:**

- 1) Kam vaqtida ustalik bilan qaror qabul qilish va ijod qilishni o‘rgatish;
- 2) Qisqa takrorlash va nazariyaning katta hajmini bir birlikka birlashtirish;
- 3) Matemattik yechimni ko‘p qirrali ekanligi va go’zalligini ko’rsatish, yutuq holatini yaratish, musta’qil ravishda qiyinchiliklardan chiqib rohatlanish.

### **Dars tipi: tizimlashtirish va umumlashtirish darsi.**

**O’quv faoliyatni tashkil etish sharti:** bir juft va guruh bo’lib.

## **Darsning borishi.**

### **1. Tashkiliy moment.**

O'quvchining fikrlarini eshitish zarur va darsda qaysi figura haqida gap ketayotganini aniqlash. O'z javobingizni asoslang.

- Figura qavariq ko'pburchak.
- Uning ichki burchaklari yig'indisi 360 gradus.
- Bir tomoniga yopishgan ichki burchaklar yig'indisi 180 gradus.
- Berilgan figura parallelogram va uchburchakka osongina ajraladi.

Muhokamadan so'ng doskaga trapetsiya ko'rindi.

### **2. Ikki o'quvchining nazariyani qo'llashi(o'quvchi va o'quvchi - maslahatchi).**

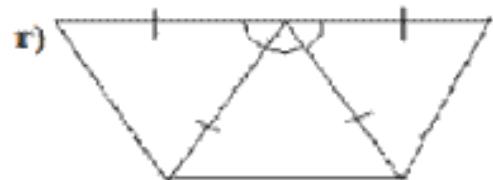
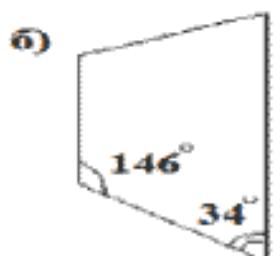
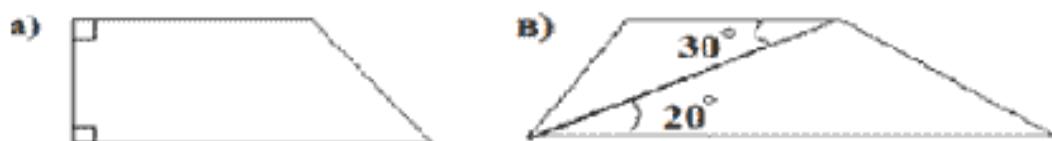
O'quvchilar 5-7 daqiqa oralig'ida bir biriga doskada paydo bo'lган savollarga javob beradilar. Agar ikkala o'quvchi teng bilimga ega bo'lsa, u holda o'quvchilarning biri ikkinchisiga konsultant bo'ladi va qiyinchilik tug'ilgan paytda kerakli materialni esga olishga yordam beradi.

*Savollar:*

- Trapetsiyaning ta'rifini bering.
- Trapetsiyaning xossalariini va turlarini ifodalang.
- Trapetsiyani parallelogramm va uchburchakka qanday ajratamiz?
- o'xshash uchburchaklar hosil qilish uchun trapetsiyaga qanday chiziqlar o'tkazish kerak?
  - Trapetsiyani ikkita to'g'ri burchakli uchburchakka va to'g'ri to'rtburchakka qanday ajratish mumkin?
  - O'rta chiziq ta'rifini bering va uning xossalariini ifodalang.
  - Trapetsiyaning yuzi qanday topiladi?

### **3. Guruhli topshiriq berishga tayyorgarlik ko'rish (testni og'zaki yyechish).**

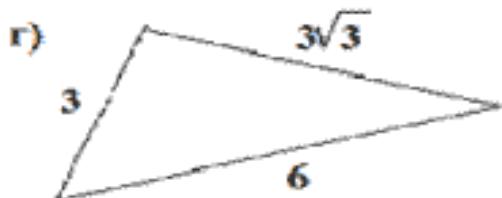
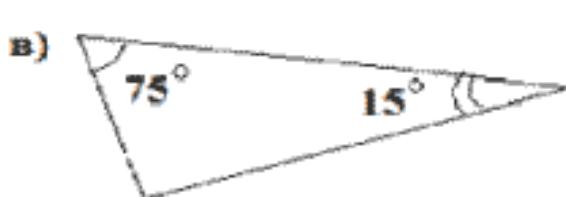
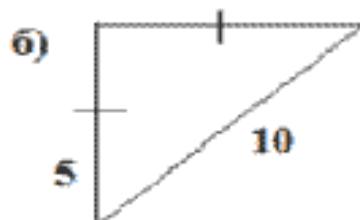
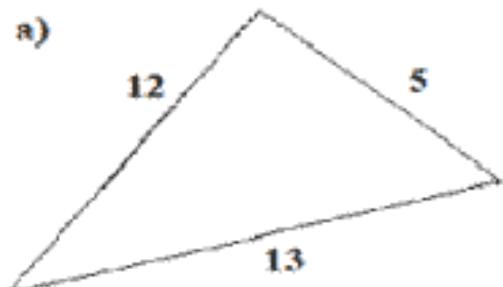
O'qituvchi o'quvchilarga og'zaki testga javob berishini taklif etadi, so'ngra tekshiradi.



- Trapetsiyani tanlang:

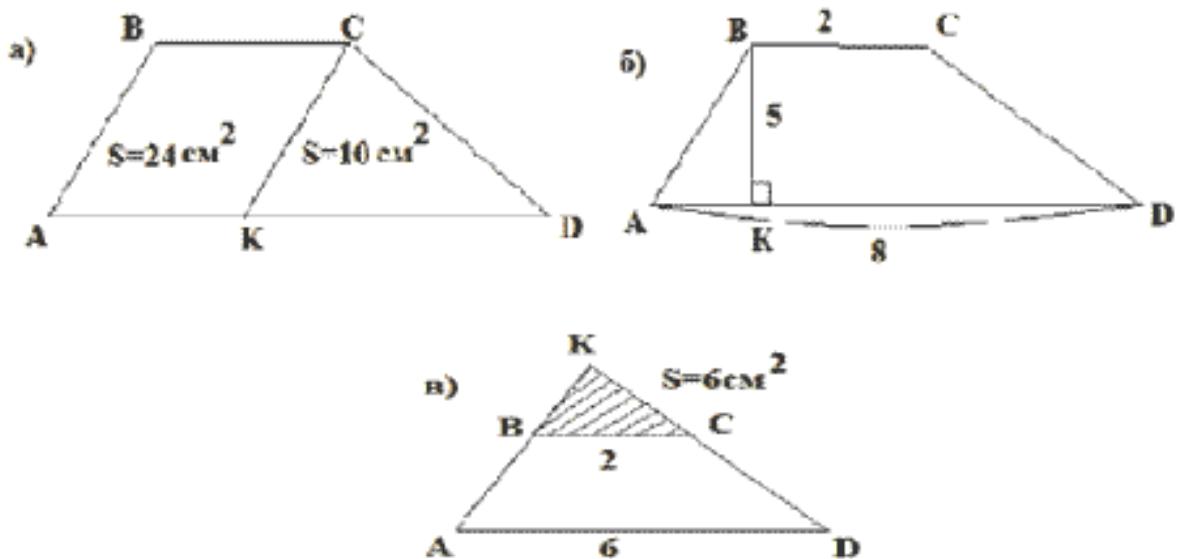
Javob: a, b, g.

- To'g'ri burchakli uchburchaklarni tanlang:



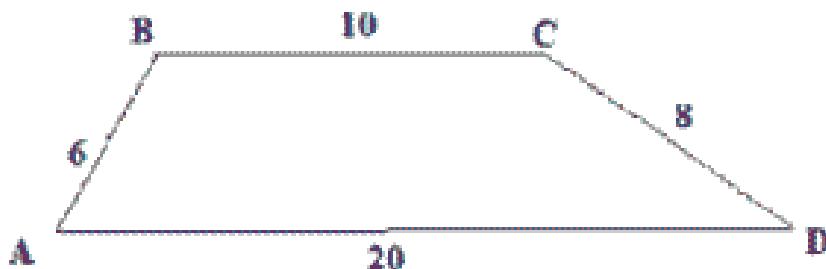
Javob: a, b, d.

- Berilgan trapetsiyalarni yuzini toping:



Javob: a)  $34 \text{ sm}^2$ , b)  $25 \text{ sm}^2$ , v)  $48 \text{ sm}^2$ .

#### 4. Masala rejasini tuzishda guruhli ishlash.

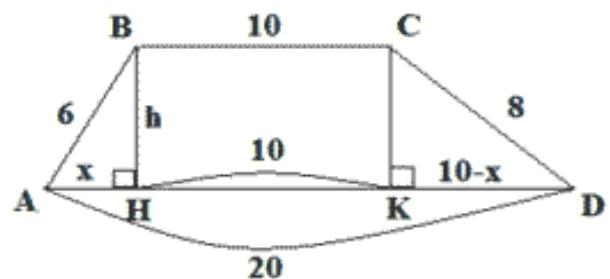


O'quvchiga quyidagi masalani yyechish taklif etiladi: asoslari  $10 \text{ sm}$ ,  $20 \text{ sm}$  va yon tomonlari  $6 \text{ sm}$  va  $8 \text{ sm}$  bo'lgan trapetsiyaning yuzini hisoblang.

Sinf kuchiga qarab to'tr guruhga bo'linishi mumkin. Har bir guruhga masala yyechish usulini muhokama qilish va izlash uchun vaqt beriladi. O'qituvchi konsultant sifatida qatnashadi, agar masala yyechish jarayonini boshqarish va tartibga solish kerak bo'lsa., har bir guruh yechimlarning birini tanlaydi va daftarga yozadi. Doskaga guruh vakillari ishtirokida masala yyechish rejasi yoziladi.

#### 5. Reja presentatsiyasi, yechimni yozish.

*Birinchi yechim:*



1.  $BH \perp AD$  va  $CK \perp AD$  larni o'tkazamiz, u holda  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchak bo'ladi.

2.  $AH = X$  sm bo'lsin, u holda  $KD = (10 - X)$  sm.

Pifagor teoremasini qo'llab,  $\triangle AVN$  dan h balandlikni topamiz va  $\triangle SKD$ :

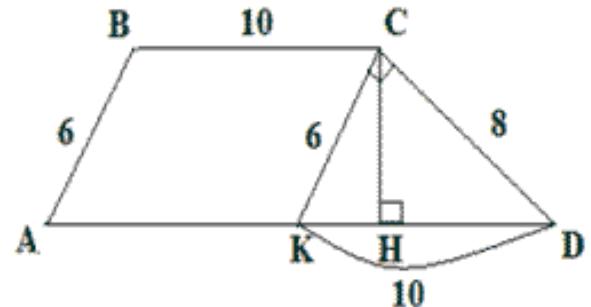
$$h^2 = 6^2 - X^2, h^2 = 8^2 - (10 - X)^2$$

Tenglamani tuzib va uni yechib  $h=4,8$ (sm) ga ega bo'lamiz.

$$3. U holda S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot h = \frac{10 + 20}{2} \cdot 4,8, S = 72 \text{ (sm}^2\text{)}$$

*Ikkinchchi yechim:*

1.  $SN \perp AD$  va  $SK \parallel AV$  ni o'tkazamiz, unda  $AVSK$  - parallelogram,  $\Rightarrow AK = VS = 10$  sm va  $AV = KS = 6$  sm



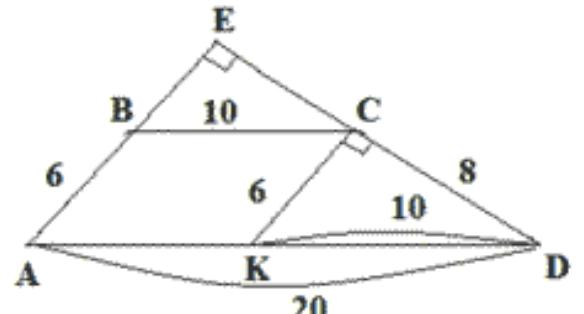
2. Ravshanki,  $\triangle KSD$ :  $KS = 6$  sm,  $SD = 8$  sm,  $KD = 10$  sm. Bundan  $KD^2 = KS^2 + SD^2$ , Pifagorga teskari teoremaga ko'ra,  $\triangle KSD$  - to'g'ri burchakli.

$$3. SN = \frac{CK \cdot CD}{KD} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8 \text{ (sm)} \text{ formula bo'yicha balandlikni topish mumkin.}$$

4. Trapetsiyaning yuzini yuqoridagidek topamiz.

*Uchunchchi yechim:*

1. Parallelogramm AB ni CD bilan E nuqtada kesishguncha davom ettiramiz,  $CK \parallel AB$  ni yasaymiz.



2.  $\triangle KCD$  ni to'g'ri burchakli va  $ABCK$  ni parallelogramm ekanligini ko'rsatamiz.

3.  $\triangle AED$  va  $\triangle KCD$  birinchi alomatga ko'ra o'xshash ( $\angle D$ - umumiy, parallel to'g'ri chiziqlarning xossasiga ko'ra  $\angle KCD = \angle AED$ ), o'xshashlik koeffitsienti

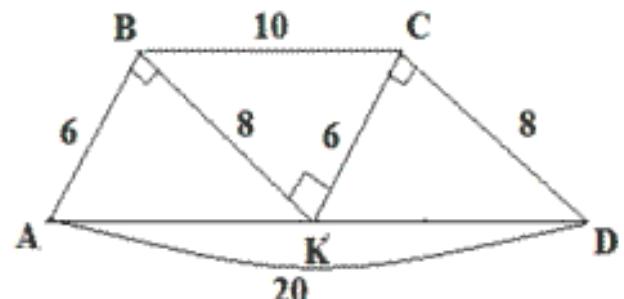
$$k=2, \text{ chunki } k = \frac{AD}{KD}$$

4. Bundan  $AE = KC \cdot k = 12 \text{ sm}$ ,  $DE = DC \cdot k = 16 \text{ sm}$ .

$$5. \triangle AED \text{ va } \triangle KCD \text{ lar to'g'ri burchakli, unda } S_{\triangle AED} = \frac{AE \cdot ED}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96$$

$$(sm^2) S_{\triangle KCD} = \frac{KC \cdot CD}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ (sm}^2\text{).}$$

Maydon  $\triangle AED$  yuzani o'xshash uchburchaklarning yuzalari nisbati orqali topish mumkin:  $S_{\triangle AED} = 4 \cdot S_{\triangle KCD}$



Endi trapetsiyaning yuzini topish mumkin:  $S_{\triangle ABCD} = S_{\triangle AED} - S_{\triangle KCD} = 96 - 24 = 72 \text{ (sm}^2\text{)}$

*To'rtinchchi yechim:*

1. SK ||AV ni yasaymiz va K va S nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.
2.  $\triangle AVK$ ,  $\triangle VKS$ ,  $\triangle KSD$  larning tengligini va to'g'ri burchakli ekanligini isbotlash qiyint emas.

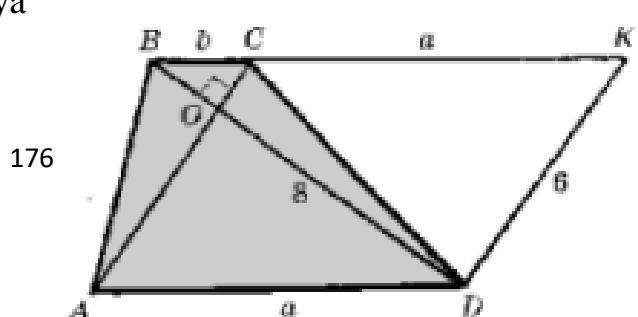
$$3. S_{\triangle ABCD} = 3 \cdot S_{\triangle BKC} = 3 \cdot \frac{6 \cdot 8}{2} = 72 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Barcha yechimlarni tahlil qilib eng ratsional va original yechim deb o'quvchilar to'rtinchchi usulni tanladilar, oddiyroq va har doimgi usuli birinchisi bo'ldi.

*Endi masala shartini murakkablik darajasini biroz oshiramiz.*

**5-masala.** Trapetsiya diagonalining uzunligi 6 sm va 8 sm bo'lib, ular o'zaro perpendikulyar. Trapetsiya o'rta chizig'ining uzunligini toping.

Yechish. **I - usul.**  $ABCD$  trapetsiya berilgan bo'lzin(1-rasm). VS ni o'ng

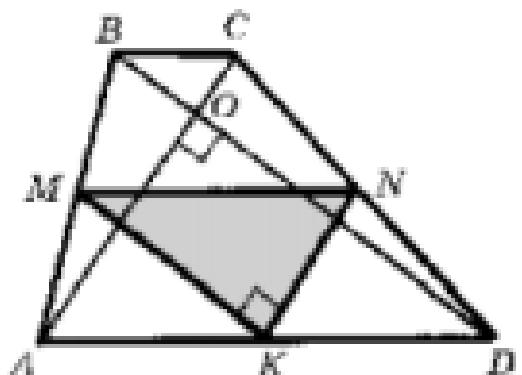
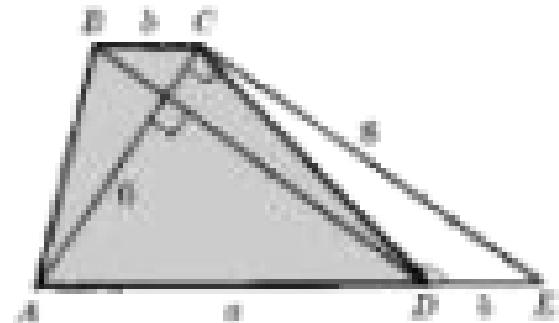


tomonga davom ettiramiz.  $DK \parallel AC$  ni o'tkazamiz. Ravshanki,  $ACKD$  parallelogram, unda  $DK = 6$  sm. Ikkinchidan,  $BD \perp DK$  chunki  $BD \perp AC$  va  $BDK$  uchburchak to'g'ri burchakli, u holda  $BK = \sqrt{BD^2 + DK^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$  sm. Bundan tashqari  $BK = BC + AD$ . Ma'lumki o'rta chiziq BK ning yarmiga teng, ya'ni 5 sm.

Javob: 5 sm.

**II - usul.**  $AD$  ning davomida kesishuvchi  $CE \parallel BD$  ni o'tkazamiz(2-rasm), bundan  $DBCE$  ning parallelogram ekanligi kelib chiqadi. Pifagor teoremasiga ko'ra  $ASe$  uchburchakdan  $AE$  ni hisoblaymiz( $CE \parallel BD$ , biroq  $BD \perp AS$ , bundan  $SE \perp AS$  kelib chiqadi):  $AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$  sm.  $AE = a + b$ . biroq o'rta chiziq  $\frac{a+b}{2}$  ga teng, ya'ni 5 sm ga teng.

Javob: 5 sm.



### Mustahkamlash uchun savollar

1. Geometrik shakllarning xususiyatlari haqida so'zlab bering.
2. Maktab geometriya kursini tavsiflang.
3. 7-9- sinf geometriya darslarida yana qanday metodlardan foydalangan bo'lardingiz?

## 6.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA TENGLAMA VA TENGSIZLIKLER HAQIDAGI TA'LIMOT

**Maktab matematika kursidagi asosiy tenglama va tengsizliklar turlari va ularni ta'riflari.**

**Ta'rif.** Noma'lum son qatnashgan tenglik tenglama deyiladi.

**Ta’rif.** Noma’lum sonning topilgan qiymati berilgan tenglamaning yechimi yoki ildizi deyiladi.

**Ta’rif.** Tarkibidagi noma’lum sonlarning yo’l qo’yiladigan har qanday qiymatlarida ikkala qismi bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan tenglik ayniyat deyiladi.

**Tenglama va tengsizliklarni yechish metodikasi. Parametrik usulda berilgan kasr-ratsional tenglamalarni yyechish.**

Parametrik usuldagi tenglamalarni yyechish degan so’z tenglamada qatnashayotgan parametrarning yo’l qo’yiladigan barcha qiymatlariga mos keluvchi ildizlarni topish demakdir.

Misol.  $\frac{5}{ax-4} = \frac{1}{9x-a}$  tenglamani yeching.

Bu tenglama ma’noga ega bo’lishi uchun  $ax - 4 \neq 0$  va  $9x - a \neq 0$  bo’lishi kerak. Tenglamaning har ikkala tomonini  $(ax - 4) \cdot (9x - a)$  ga ko’paytirilsa  $45x - ax = 5a - 4$

$$45x - ax = 5a - 4, \quad x(45 - a) = 5a - 4$$

(1)

Endi a ning qanday qiymatlarida  $9x - a = 0$  va  $ax - 4 = 0$  tengliklar o’rinli

$$a = 4$$

bo’lishi topiladi  $x = \frac{a}{9}$  va  $9x - a = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{a}, \quad a \neq 0$ . Bu qiymatlarni (1)

tenglamaga qo’yilsa, a ga nisbatan kvadrat tenglama hosil bo’ladi:

$$1) \frac{a}{9}(45 - a) = 5a - 4.$$

$$45a - a^2 = 45a - 36,$$

$$a^2 = 36, \quad a = \pm 6.$$

$$2) \frac{4}{a}(45 - a) = 5a - 4.$$

$$180 - 4a = 5a^2 - 4a,$$

$$a^2 = 36, \quad a = \pm 6.$$

Agar parametr  $a=\pm 6$  qiymatni qabul qilsa, berilgan tenglama maxraji nolga teng bo'lib, u ma'noga ega bo'lmaydi, shu sababli (45-a)  $x=5a-4$ .

- (1) tenglama berilgan tenglamaga teng kuchli bo'lganligi uchun,  $a \neq \pm 6$  shartga ko'ra, bu tenglamani quyidagicha yechamiz:
1. a) Agar  $45 - a \neq 0$  bo'lsa,  $a \neq 45$  bo'ladi. Bu holda (1) tenglama bilan yechimga ega bo'ladi.
  - b) Agar  $45 - a = 0$  bo'lsa, (1) tenglama  $0 \cdot x = 221$  bo'ladi, bu holda tenglama yechimga ega emas. *Javob:*  $x = \frac{5a-4}{45-a}$ ,  $a \neq 45$  va  $a = \pm 6$ .
  2. Agar  $a = 45$  bo'lsa, tenglama yechimga ega emas.
  3. Agar  $a = \pm 6$  bo'lsa, tenglama ma'noga ega bo'lmaydi.

$$\textbf{2-misol.} \frac{1}{2n+nx} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{2(n+3)}{x^3-4x} \quad \text{tenglamani yeching.}$$

- Javobi:* 1) agar  $n=-4$  bo'lsa,  $x=8$ ; 2) agar  $n=-2$  bo'lsa,  $x=4$ ;  
4) agar  $n=-1$  bo'lsa,  $x=1$ ; 4) agar  $n=1$  bo'lsa,  $x=3$ .

### Noma'lum absolut miqdor belgisi ostida qatnashgan tenglamalarni yechish metodikasi.

Absolyut miqdor ta'riflarga ko'ra x sonining absolyut miqdori quyidagicha aniqlanadi:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{agar } x > 0 \text{ bo'lsa}, \\ -x, & \text{agar } x < 0 \text{ bo'lsa}, \\ 0, & \text{agar } x = 0 \text{ bo'lsa}. \end{cases}$$

Masalan.  $|5| = 5$ ,  $|-2| = 2$ ; ...

**Ta’rif.** Agar tenglamadagi noma’lum sonni absolut qiymati belgisi bilan kelsa, bunday tenglama absolut miqdor belgisi ostidagi tenglama deyiladi.

Matematik ta’limda matematikani chuqur o’rganish uchun nafaqat formulalar va teoremlar, balki bitta masalani turli metod, usul, g’oya, xossa va teoremlar bilan yyechishni bilish zarur. Matematik metodlarni qo’llash va bilishni o’rganishni bitta masalani turli metod bilan bajarishda amalga oshirish mumkin. Masala bilan bog’liq turli metodni bilish muhim ahamiyatga ega. Biroq bitta masalada turli metodlar sinab ko’rilsa, ularning farqli tomonlari, ularning kuchli va kuchsiz tomonlari yuqoriroq ma’noga ega.

### ***Tenglama va tengsizliklar sistemasiini yyechish metodikasi.***

**1-masala.**  $x^3 - 7x + 6$  ni ko’paytuvchilarga ajrating.

Yyechish. 1 -

*usul:*

$$x^3 - 4x - 3x + 6 = x \cdot (x^2 - 4) - 3 \cdot (x - 2) = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x - 3) = (x - 2) \cdot (x + 3) \cdot (x - 1)$$

2-

*usul:*

$$x^3 - 1 - 7x + 7 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1) - 7 \cdot (x - 1) = (x - 1) \cdot (x^2 + x - 6) = (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)$$

3 -

*usul:*

$$x^3 - x - 6x + 6 = x \cdot (x^2 - 1) - 6 \cdot (x - 1) = (x - 1) \cdot (x^2 + x - 6) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$$

4 - *usul:* Tanlash usuli yordamida ildizlardan birini topamiz, masalan  $x = 1$ , so’ngra  $x^3 - 7x + 6$  ko’phadni  $x - 1$  ikki hadga bo’lib  $x^2 + x - 6$  ga ega bo’lamiz. Shundan so’ng,  $x^2 + x - 6$  ko’phadni  $x^2 + 3x - 2x - 6$  ko’rinishda yozib, uning hadlarini guruuhlab ko’paytuvchiga ajratamiz.

Matematikaning muhim masalalaridan biri tenglamani yyechishdir. Kubik tenglamalarni yyechishga to’xtalib o’tamiz.

**2- misol.**  $x^3 + 7x + 8 = 0$  tenglamani yeching.

Yyechish. 1 - usul:  $(x^3 + 1) + (7x + 7) = 0$ ;  $(x + 1) \cdot (x^2 - x + 8) = 0$ ;  $x = -1$ .

$x^2 - x + 8$  uchhad haqiqiy ildizga ega emas, chunki uning anfiy.

2 - usul: tanlash usuli orqali  $x = -1$  ildizni topamiz, so'ngra esa  $x^3 + 7x + 8$  ko'phadni  $x + 1$  ikkihadga bo'lamic. Bo'lishda bo'linmada haqiqiy ildizga ega bo'lмаган  $x^2 - x + 8$  uchhad hosil bo'ladi.

3 - usul:  $x^3 + 7x + 8 = 0$  tenglikning chap tomonidagi ko'phad o'suvchi, o'ng tomoni esa o'zgarmas son; demak tanlash usuli bilan topilgan  $x = -1$  ildiz yagona.

4 - usul: berilgan tenglamani ikkata teng funksiya ko'rinishida yozamsiz:  $x^3 = -7x - 8$ .  $x = -1$ da chap tomon o'ng tomonga teng. Chap tomonidagi funksiya o'suvchi, o'ng tomondagisi esa kamayuvchi, demak, o'zgaruvchining birorta ham boshqa qiymatida tenglikning bajarilishi mumkin emas.

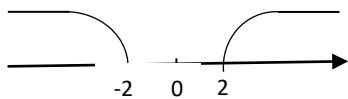
5 - usul: bitta koordinata sistemasida  $y = x^3$  va  $y = -7x - 8$  funksiyaning grafiklarini yasab, bu grafiklar kesishish nuqtasining abtsissasini topamiz.

6 - usul: tanlash usuli yordamida  $x = -1$  ni topamiz, so'ngra Viet teoremasini qo'llab, yechimga ega bo'lмаган quyidagi sistemani tuzamiz:  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ ,

$$x_2 + x_3 = 1, x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -8 \text{ yoki } x_2 \cdot x_3 = 8.$$

**3-misol.**  $x^2 > 4$  tongsizlikni yeching.

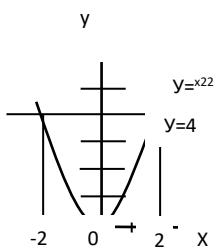
1 - usul: masala shartidan  $|x| > 2$  kelib chiqadi, ya'ni koordinata boshidan ikkidan katta bo'lган masofada yotgan berilgan tongsizlikni qanoatlantiruvchi nuqtalar to'plami(1-rasm.)



1-rasm.

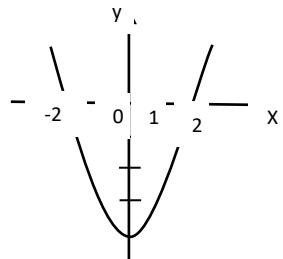
Demak,  $x < -2$ ;  $x > 2$

2 - usul:  $y = x^2$  va  $y = 4$  funksiyalarning grafiklarini yasaymiz (2-rasm) va birinchi grafikning ordinatasi ikkinchisiniidan katta bo'lgan  $x$  ning qiymatlarini topamiz.



2-rasm.

3 - usul:  $y = x^2 - 4$  funksiyaning grafigini yasaymiz va  $y > 0$  uchun  $x$  ning qiymatlarini topamiz, ya'ni  $x^2 - 4 > 0$  (3-rasm)



3-rasm.

4 - usul: intervallar metodidan foydalanamiz:

$$x^2 - 4 > 0; (x - 2) \cdot (x + 2) > 0. \quad (4\text{-rasm})$$

$$\begin{array}{ccccccc} - & + & | & - & + & | & - \\ & & & & & & \\ -2 & & & 2 & & & \end{array}$$

4-rasm.

5 - usul: tengsizlikni  $(x - 2) \cdot (x + 2) > 0$  ko'rinishida yozamiz va quyidagi ikkita sistemaga ega bo'lamiz: a)  $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} x - 2 < 0 \\ x + 2 < 0 \end{cases}$

Ularni yechib,  $x < -2; x > 2$  ni topamiz.

### Matinli masalalar va ularni yechish metodikasi.

**4-masala.** Ikki o'rtoq bir vaqtda bir biriga qarab ikki bekatdan yo'lga chiqdilar. Ular kunning yarmida uchrashdilar (12.00) va birinchisi soat 16-00 da, ikkinchisi 16-00 da bekatga yetib keldilar. Ular soat nechada bekatdan chiqishgan?

*1 - usul.* Ikki o'rtoq uchrashguncha x soatda bekatdan chiqqan bo'lsin. U holda birinchisi barcha yo'l uchun  $(x+4)$  soat, ikkinchisi esa  $(x+9)$  soat sarflagan bo'ladi. Barcha yo'lni bir birlik deb qabul qilamiz. Unda birinchisi barcha yo'lni  $\frac{1}{x+4}$  soatda, ikkinchisi  $\frac{1}{x+9}$  soatda, birgalikda esa  $\frac{1}{x}$  soatda bosib o'tadi.  $\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x}$  tenglamani tuzamiz. Uni yechib  $x = 6$  ni topamiz.

*2 - usul:* ikki o'rtoq uchrashguncha  $v_1$ ,  $s_1$ ,  $v_2$  va  $s_2$  orqali mos tezlik va

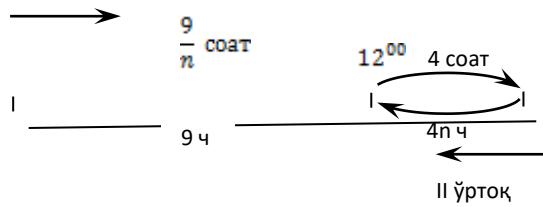
$$\text{masofalarni belgilaymiz va quyidagi sistemaning ikkinchi sifatida teng bo'lgan } \frac{s_1}{s_2} \text{ va } \frac{v_1}{v_2} \text{ nisbatlarni olamiz, sistemaning ikkinchi} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{s_1}{s_2} = \frac{v_2}{v_1} \\ \frac{s_1}{v_1} = 9 \\ \frac{v_2}{v_1} = 4 \\ \frac{s_2}{v_2} = 4 \end{array} \right. \\ \frac{s_1}{s_2} : \frac{s_2}{v_2} = \frac{9}{4} \text{ yoki } \frac{s_1 \cdot v_1}{s_2 \cdot v_2} = \frac{9}{4}, \text{ ya'ni. } n^2 = \frac{9}{4} \text{ va } n = 1,5, \text{ masala shartiga ko'ra } n > 0.$$

n sifatida teng bo'lidan  $\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2}$  va  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{9}{4}$  nisbatlarni olamiz, sistemaning ikkinchi tenglamasini uchunchisiga hadma-had bo'lib quyidagiga ega bo'lamic:

Endi uchrashganga qadar ketgan vaqtini topish kerak bo'ladi. Ular  $s_1:v_1$  nisbatga teng. Sistemaning birinchi tenglamasidan  $v_1 = \frac{s_2}{4}$  kelib chiqadi, u holda  $\frac{s_1}{v_1} = \frac{s_1}{\frac{s_2}{4}} = 1,5 \cdot 4 = 6$  (soat). Demak, uchrashguncha ikki o'rtoq 6 saot yurganlar, ya'ni ular ertalab soat 6-00 da yo'lga chiqishgan.

*3 - usul:* Tayinlangan joydan tezlik va harakat vaqtini orasidagi teskari bog'lanishga asoslangan yechimni qaraymiz. Birinchi o'rtog'inining tezligi ikkinchisini <sup>l.yotok</sup>idan n marta ortiq bo'lsin. U holda yo'lning ma'lum bir qismida birinchisi ikkinchisiga qaraganda n marta kam, ikkinchisi birinchisida n marta ortiq vaqt sarflaydi (5-rasm).





5-rasm.

4.Ikki o'rtoq uchrashguncha bir vaqtda yo'lga chiqqanlar, shuning uchun  $\frac{9}{n} = 4n$ , bundan  $n^2 = \frac{9}{4}$ . Demak,  $n > 0$  shartda  $n = 1,5$  bo'ladi. Ular uchrashguncha  $4 \cdot 1,5 = 6$  (soat) vaqt sarflagan. Unda ikki o'rtoq ertalab soat 6-00 da yo'lga chiqishgan.

### Mustahkamlash uchun savollar

- 1.Tenglama tushunchasiga ta'rif bering.
2. Parametrik kasr ratsional tenglamani tushuntirib bering.
3. Tengsizlik tushunchasiga ta'rif bering.
4. Tengsizliklar yechimi deganda nimani tushunasiz.
- 5.Tenglama va tengsizlikning qanday farqi bor?

## 7.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA MATEMATIK ANALIZ ELEMENTLARI

**Sonli ketma-ketlik va uning limiti.** Sonli ketma-ketlik haqida 9-sinf matematika kursida tushuncha olganmiz. Biz arfimetik va geometrik progrissiya tashkil qiluvchi sonli ketma-ketliklar haqida tasavvurga egamiz. Masalan, bizga tanish bo'lgan musbat butun sonlarning (natural sonlarning)

$$1, 2, 3, \dots, n, \dots \quad (1)$$

ketma-ketligi birinchi hadi  $a_1 = 1$  va ayirmasi ham  $d = 1$  bo'lgan arfimetik progressiya tashkil qiladi. SHuningdek toq va juft natural sonlarning

$$1, 3, 5, \dots, 2n-1, \dots \quad (2)$$

$$2, 4, 6, \dots, 2n, \dots \quad (3)$$

ketma-ketliklari ham ayirmasi 2 ga, bиринчи hadlari mos ravishda 1 va 2 ga teng bo'lgan arfimetik progressiya tashkil qiladi.

Agar har bir natural sonni kvadratga ko'tarsak, u holda natural sonlarning kvadratlaridan tashkil topgan sonli ketma-ketlikni olamiz:  $1,4,9,16,\dots, n^2 \dots$

(4)

Bunday misollarni ko'plab keltirish mumkin. Masalan, geometriyadan ma'lumki, k ta tomonga ega bo'lgan qavariq ko'pburchak ichki burchaklarning yig'indisi  $S_k = 2d(k - 2)$  formula bo'yicha hisoblanadi. Bu formuladagi k natural sonlardan iborat qiymatlarni qabul qiladi. SHuningdek  $k \leq 3$  bo'lishi kerak. Chunki eng kam tomonli qavariq ko'pburchak-uchburchak. Agar k ga  $3,4,5,6,\dots$  qiymatlarni bersak

$$2d, 4d, 6d, 8d, 10d, \dots, 2d(n-2), \dots \quad (5)$$

sonli ketma-ketlikni hosil qilamiz. Yuqorida keltirilgan misollarning barchasiga xos bo'lgan muhim bir xususiyat bor: har bir n natural songa bitta va faqat bitta haqiqiy  $f^{(n)}$  son mos keladi.  $f^{(n)}$  esa natural sonlar to'plamida aniqlangan funksiyadir.

**Ta'rif. N natural sonlar to'plamida aniqlangan  $f^{(n)}$  sonli funksiyaga cheksiz sonli ketma-ketlik deyiladi.**

CHeksiz ketma-ketlik umumiyligi ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$f(1); f(2); f(3); \dots; f(n); \dots$$

Agar  $a_n = f(n)$  desak, u holda ketma-ketlikning umumiyligi ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots$  Ko'pchilik hollarda ketma-ketlik  $\{a_n\}$  yoki  $a_n$ , ko'rinishida belgilab yoziladi. Bunda son ketma-ketlikning bиринчи hadi, - ikkinchi hadi, ..;- n-hadi (umumiyligi hadi).  $1,2,3, \dots$  n-sonlar ketma-ketlik hadlariga mos keluvchi nomerlardir. Sonli ketma-ketlikning berilishi uchun har bir natural songa bitta va faqat bitta haqiqiy sonni mos qo'yadigan qoidaning (qonunning) berilishi kerak. Bu qoida  $n \Rightarrow a_n$  yoki  $a_n = f(n)$  ko'rinishda yoziladi.

Ketma-ketlik berilishining asosiy usullarini eslatib o'tamiz.

1. Analitik (formula) usul. Ketma-ketlikning n-hadi formula ko'rinishida beriladi. Ketma-ketlikning barcha qolgan hadlari bu formula bo'yicha hisoblanadi. Masalan, Yuqorida qaralgan (1)–(5) sonli ketma-ketliklarni mos ravishda quyidagi formulalar bilan berish mumkin:

$$1) \quad a_n = n, \quad n \in N \quad 2) \quad a_n = 2n - 1, \quad n \in N$$

$$3) \quad a_n = 2a_{n-1}, \quad n \in N \quad 4) \quad a_n = n^2, \quad n \in N$$

$$5) \quad a_n = 2b(n-2), \quad n \in N \quad (d = 90^\circ)$$

6-misol.  $a = \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$  formula bilan berilgan ketma-ketlikni tuzaylik.

Berilgan formula bo'yicha ketma-ketlikning istalgan hadini hisoblash mumkin.

$$a_1 = \frac{(-1)^{1+1}}{1^2} = \frac{(-1)^2}{1^2} = 1; \quad a_2 = \frac{(-1)^{2+1}}{2^2} = \frac{(-1)^3}{4} = -\frac{1}{4};$$

$$a_3 = \frac{(-1)^{3+1}}{3^2} = \frac{(-1)^4}{9} = \frac{1}{9}; \quad a_4 = \frac{(-1)^{4+1}}{4^2} = \frac{(-1)^5}{16} = -\frac{1}{16}.$$

va k. x.

Berilgan ketma-ketlik

$$1; -\frac{1}{4}; \frac{1}{9}; -\frac{1}{16}; \dots; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}; \dots$$

ko'rinishga ega.

7-misol.  $a = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \quad (n \in N)$  formula bilan

$$3; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{3}{8}; \dots; 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$$

ketma-ketlik berilgan.

8-misol.  $a_n = 7, \quad n \in N$  bo'lsin. Bu formula bilan

7; 7; 7; .... 7; ....

ketma-ketlik berilgan. Bu ketma-ketlikning barcha hadlari bir xil qiymat qabul qiladi.

Agar ketma-ketlikning barcha hadlari o'zaro teng qiymatlar qabul qilsa, bunday ketma-ketlik o'zgarmas ketma-ketlik deyiladi.

2. Rekurrent usul. Bu usulning mazmuni quyidagicha:

- a) ketma-ketlikning dastlabki birinchi yoki bir qancha birinchi hadlari berilgan bo'ladi;
- b) ketma-ketlikning oldingi berilgan hadlari bo'yicha uning istalgan keyingi hadini topishga imkon beradigan formula beriladi.

Ketma-ketlikning bunday berilishiga doir misollar keltiraylik.

9-misol.  $a_{n+1} - a_n = d$  (d-o'zgarmas son) rekurrent formula bilan  $a_1 = a$  bo'lganda arifmetik progressiya tashkil qiluvchi sonlar ketma-ketligi berilgan bo'ladi:

$$a; a+d; a+2d; \dots; a+d(n-1); a+dn; \dots$$

Ravshanki,

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_{n+1} - a_n = a + dn - a - dn + d = d$$

bo'ladi. SHuningdek bu ketma-ketlik  $a_n = a + d(n-1)$  formula bilan ham beriladi.

10-misol.  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$  (q-o'zgarmas) formula va  $b_1 = b$  boshlang'ich qiymat bilan geometrik progressiya tashkil qiluvchi sonlar ketma-ketligi berilgan bo'ladi:

$$b; bq; bq^2; \dots; bq^{n-1}; bq^n; \dots$$

Bu ketma-ketlik uchun

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{bq^n}{bq^{n-1}} = q$$

teng kasrlar hosil bo'ladi. Bu teng kasrlardan tuzilgan hosila proportsiya uchun ham

$$\frac{b_2 + b_3 + \dots + b_n + b_{n+1}}{b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1} + b_n} = \frac{bq + bq^2 + bq^3 + \dots + b^n}{b + bq + bq^2 + \dots + bq^{n-1}} = q$$

bo'ladi.

11-misol.  $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$  rekurrent formula va  $a_1 = 0, a_2 = 1$  boshlang'ich qiymatlar bilan uchinchisidan boshlab har bir hadi undan oldingi turgan ikkita had

yig'indisiga teng bo'lgan ketma-ketlik berilgan bo'ladi. Agar rekurrent formuladagi n ga  $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$  qiymatlarni bersak, bu ketma-ketlikning hadlarini topamiz.

$$: a_3 = a_1 + a_2 = 0 + 1 = 1;$$

$$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 1 = 2;$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 1 + 2 = 3$$

$$a_6 = a_5 + a_4 = 2 + 3 = 5;$$

$$a_7 = a_6 + a_5 = 5 + 3 = 8$$

va x.k.

Shunday qilib, rekurrent formula bilan berilgan sonli ketma-ketlik  $0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; \dots$  ko'rinishga ega bo'lib, Fibonachchi sonlari deb ataluvchi sonlardan tuzilgan ketma-ketlikni olamiz.

Sonli ketma-ketliklar grafik va jadval usullarida ham beriladi. Masalan,  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning hadlari  $\sqrt{2}$  sonning ortig'i bilan olingan o'nli yaqinlashishlaridan iborat bo'lsa, bu ketma-ketlik quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$a_1 = 2; \quad a_2 = 1,5; \quad a_3 = 1,42; \quad a_4 = 1,415; \dots$$

### **Sonli qator va progressiya.**

**1-Ta'rif.** Agar n har qanday natural son bo'lganda  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning barcha hadlari uchun  $a_{n+1} \geq a_n$  ( $a_{n+1} > a_n$ ) tengsizlik bajarilsa, u holda  $\{a_n\}$  o'suvchi (qat'iy o'suvchi) ketma-ketlik deyiladi.

**2-Ta'rif.** Agar n har qanday natural son  $\{a_n\}$  bo'lganda ketma-ketlikning barcha hadlari uchun  $a_{n+1} \leq a_n$  ( $a_{n+1} < a_n$ ) tengsizlik bajarilsa, u holda  $\{a_n\}$  kamayuvchi (qat'iy kamayuvchi) ketma-ketlik deyiladi.

o'suvchi (qat'iy o'suvchi), kamayuvchi (qat'iy kamayuvchi) ketma-ketliklar monoton ketma-ketliklar deyiladi.

1-misol. Umumiy hadi  $a_n = \frac{n-1}{n}$  bo'lgan

$$0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots; 1 - \frac{1}{n}; \dots$$

ketma-ketlik o'suvchi ekanligini ko'rsataylik.

Yechish. ,

$$a_n = \frac{n-1}{n} \quad a_{n+1} = \frac{(n+1)-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$$

Umumiy hadlarining farqini topamiz.

$$a_{n+1} - a_n = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - n^2 + 1}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} > 0$$

Ayirma musbat bo'lganligi tufayli  $a_{n+1} > a_n$  bo'ladi. Berilgan  $\left\{1 - \frac{1}{n}\right\}$

ketma-ketlik qat'iy o'suvchi ketma-ketlikdir. 1 dan kichik kasrlar o'suvchi sonli ketma-ketlik tashkil qiladi.

2-misol.

$$\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}$$

ketma-ketlikning kamayuvchi ekanligini ko'rsating.

Yechish. Berilgan ketma-ketlikni qoyib yozaylik.

$$2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \dots; \frac{n+1}{n}; \frac{n+2}{n+1}; \dots$$

$$a_n = \frac{n+1}{n}, a_{n+1} = \frac{n+2}{n+1}$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \frac{n+2}{n+1} - \frac{n+1}{n} = \frac{n^2 + 2n - n^2 - 2n - 1}{n(n+1)} = \\ &= \frac{-1}{n(n+1)} = -\frac{1}{n(n+1)} < 0 \end{aligned}$$

Demak,  $a_{n+1} < a_n$  bo'lganligi tufayli  $\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}$  ketma-ketlik qat'iy

kamayuvchi ketma-ketlik bo'ladi. 1 dan katta kasrlar kamayuvchi sonli ketma-ketlik tashkil qilar ekan.

3-misol.

$$\left\{ \frac{n}{2^n} \right\}$$

ketma-ketlikning kamayuvchi ekanligini ko'rsating.

Yechish.

$$a_n = \frac{n}{2^n}, a_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}$$

umumiylari hadlari ayirmasini topamiz.

$$a_n - a_{n+1} = \frac{n}{2^n} - \frac{n+1}{2^{n+1}} = \frac{2n-n-1}{2^{n+1}} = \frac{n-1}{2^{n+1}} \geq 0$$

Demak,  $a_n - a_{n+1} \geq 0 \Rightarrow a_n \geq a_{n+1}$  bo'lgani uchun berilgan

$$\left\{ \frac{n}{2^n} \right\}$$

ketma-ketlik kamayuvchi bo'ladi.

4-misol.

$$\left\{ \frac{1}{n^2} \right\}$$

ketma-ketlik kamayuvchi. Chunki barcha n uchun  $\frac{1}{(n+1)^2} < \frac{1}{n^2}$  tengsizlik

hamma vaqt bajariladi. Bu ketma-ketlikning hadlarini son o'qida tasvirlasak,  $a_{n+1}$  hadga mos keluvchi nuqta  $a_n$  hadga mos keluvchi nuqtaga nisbatan chaproqda joylashgan bo'ladi (96-rasm)



## 2. Chegaralangan va chegaralanmagan ketma-ketliklar.

**3-ta'rif.** Agar shunday o'zgarmas M son mavjud bo'lib,  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning har bir hadi shu sondan katta bo'lmasa, ya'ni  $\forall n \in N$  uchun tengsizlik  $x_n \leq M$  o'rinli bo'lsa,  $\{a_n\}$  ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan deyiladi.

**4-ta'rif.** Agar shunday o'zgarmas m son mavjud bo'lib,  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning har bir hadi shu sondan kichik bo'lmasa, ya'ni  $\forall n \in N$  uchun  $x_n \geq m$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $\{a_n\}$  ketma-ketlik quyidan chegaralangan deyiladi.

**5-ta'rif.** Agar  $\{a_n\}$  ketma-ketlik ham quyidan ham yuqoridan chegaralangan bo'lsa, ya'ni shunday o'zgarmas m va M sonlar topilib,  $\forall n \in N$  uchun  $m \leq a_n \leq M$  tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $\{a_n\}$  ketma-ketlik chegaralangan deyiladi.

Geometrik nuqtai nazardan  $\{a_n\}$  ketma-ketlik chegaralangan bo'lsa, shunday  $[m, M]$  kesma mavjudki, bu ketma-ketlikning barcha hadlari shu kesmada joylashgan bo'ladi. Bu mulohazaning o'rinli bo'lishligi chegaralangan ketma-ketlikning barcha hadlari  $m \leq a_n \leq M$  tengsizlikni qanoatlantirishligidan kelib chiqadi. Ko'pincha 5-ta'rifni quyidagi mazmunda ham aytish mumkin: Shunday K musbat son mavjud bo'lib, n natural sonning barcha qiymatlarida

$$|a_n| \leq K$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa,  $\{a_n\}$  ketma-ketlik chegaralangan deyiladi. Bu ta'rifdagi K sonni  $|m|$  va  $|M|$  sonlarning kattasiga teng qilib olish mumkin.

5-misol.

$$0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \dots; 1 - \frac{1}{n}; \dots \quad (1).$$

ketma-ketlikning yuqoridan chegaralanganligini ko'rsating.

Yechish. O'aqiqatan n natural son qanday bo'lmasin  $1 - \frac{1}{n} < 1$  tengsizlik o'rinli. Bu tengsizlik ketma-ketlikning barcha hadlari uchun bajariladi.

6-misol.

$$2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \dots; 1 + \frac{1}{n}; \dots \quad (2)$$

ketma-ketlikning quyidan chegaralanganligini ko'rsating.

Yechish.  $n$  natural sonlarning barchasi uchun  $1 - \frac{1}{n} < 1 + \frac{1}{n} \leq 2$  tengsizlik o'rini.  
Shunday qilib, birdan kichik bo'lgan kasrlar o'suvchi ketma-ketlik tashkil qilib, uning istalgan hadi 1 dan katta kasrlardan tashkil topgan ketma-ketlikning istalgan hadidan kichik bo'ladi. 1 dan katta kasrlardan tashkil topgan ketma-ketlik kamayuvchi bo'lib, uning istalgan hadi 1 dan kichik kasrlardan tashkil topgan ketma-ketlikning istalgan hadidan katta bo'ladi. Boshqacha aytganda (2) ketma-ketlikning istalgan hadi (1) ketma-ketlik uchun yuqori chegara bo'ladi. (1) ketma-ketlikning istalgan hadi esa (2) ketma-ketlikning quyi chegarasi bo'ladi.

7-misol.

$$\frac{1}{2}; \frac{4}{5}; \frac{9}{10}; \dots; \frac{n^2}{n^2 + 1}; \dots$$

ketma-ketlikning chegaralanganligini ko'rsating.

Yechish.

$$\frac{n^2}{n^2 + 1} = \frac{n^2 + 1 - 1}{n^2 + 1} = 1 - \frac{1}{n^2 + 1} < 1$$

$$\text{Demak, } \forall n \in N \text{ uchun } 0 < \frac{1}{n^2 + 1} < 1$$

Bu esa berilgan ketma-ketlikning quyidan va yuqoridan chegaralanganligini bildiradi:

$$m = 0; \quad M = 1$$

**6-ta'rif.** Agar  $n$  natural sonning barcha qiymatlarida  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning istalgan hadi uchun  $|a_n| \leq K$  tengsizliklar bajariladigan  $K$  musbat sonni tanlash imkoniyati bo'lmasa, u holda  $\{a_n\}$  ketma-ketlik chegaralanmagan deyiladi.

Masalan,  $\{n^2\}$  ketma-ketlik chegaralanmagandir. Chunki K qanchalik katta musbat son bo'lmasin  $|n^2| = |n|^2 > M = K$  tongsizlikni qanoatlantiradigan n natural sonni ko'rsatish mumkin.

Shuningdek umumiy hadlari  $a_n = 2^n$  va  $b_n = n^n$  bo'lgan sonli ketma-ketliklarga nisbatan ham shunday xulosani chiqarish mumkin.

### **Sonli ketma-ketlikning limiti.**

$$a_n = \frac{2n-1}{3n}, n \in N$$

ketma-ketlikni qaraylik. Bu ketma-ketlikning hadlari n o'sib borgan sayin  $\frac{2}{3}$  ga yaqinlashishligini ko'rish qiyin emas. Ketma-ketlikning n-hadini

$$a_n = \frac{2n-1}{3n} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3n}$$

ko'rinishda ifodallasak, yuqoridagi fikrimiz yanada oydinlashadi. n nomer oshib borishi bilan ikkinchi qo'shiluvchi nolga yaqinlashib boradi. SHuning uchun  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3n}$  ayirma n o'sib borishi bilan  $\frac{2}{3}$  soniga intiladi. Bunday holda istalgan musbat  $\varepsilon$  son uchun shunday N natural sonni topish mumkinki,  $n > N$  bo'lganda

$$\left| a_n - \frac{2}{3} \right| < \varepsilon$$

tongsizlik bajariladi.

Yana bir misol tahlil qilaylik. 6,9; 6,99; 6,999; ..; 6,999 .9; ...

ketma-ketlik berilgan bo'lsin. Bu ketma-ketlikning barcha hadlari 7 dan kichik bo'lib, 7 soniga intilishini isbotlaylik.

Yechish. 7 soni bilan berilgan ketma-ketlik hadlari orasidagi farqlar 0 soniga intiladigan 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ...

ketma-ketlikni tashkil qiladi. Bu ketma-ketlikning hadlarini  $\varepsilon_n$  orqali belgilaylik. 0,001 soni berilgan bo'lsin. Bu sonni  $\varepsilon$  bilan belgilaylik. Bu yerda N uning nomeri, n o'sib borganda  $|a_n - a|$  ayirma qanday o'zgarishini ko'rsataylik .

$$|6.9 - 7| = 0.1; |6.99 - 7| = 0.01 \text{ va x.k}$$

$$0.1 > \varepsilon_N; 0.01 > \varepsilon_N, 0.001 = \varepsilon_N;$$

$$; 0.0001 < \varepsilon_N; 0.00001 < \varepsilon_N; \dots$$

Demak,  $n > N$  nomerlar uchun  $|a_n - a| < \varepsilon_N$  bo'lishligi ravshan. Endi  $\varepsilon_N$  soni yanada kichikroq son bo'lsin, Masalan,  $\varepsilon_N = 0,000001$  bo'lsin. Yuqoridagidek mulohazani yuritib,

$$\begin{aligned} 0.1 &> \varepsilon_N; 0.01 > \varepsilon_N; \dots; 0.00001 > \varepsilon_N; 0.000001 = \\ &= \varepsilon_N; 0.0000001 < \varepsilon_N; \dots; 10^{-10} < \varepsilon_N; \dots \end{aligned}$$

va x.k. bo'lishligini topamiz.

Shunday qilib,  $\varepsilon$  musbat son qanchalaik kichik bo'lmasin qaralayotgan jarayonda Shunday bir holat yuz beradiki, bu holatdan boshlab, barcha  $n > N$  bo'lgan hollar uchun  $|a_n - a| < \varepsilon$  tengsizlik bajariladi.

**Ta'rif.** Agar istalgan  $\varepsilon$  musbat son uchun shunday N natural son topilsaki, barcha  $n > N$  uchun

$$|a_n - a| < \varepsilon \quad (1).$$

tengsizlik bajarilsa,  $a$  soni  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning limiti deyiladi va quyidagicha belgilab yoziladi

$$\forall \varepsilon, \exists N, \forall n > N \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon \quad (2)$$

bu ta'rifni quyidagicha simvolik ifodalab yozish ham mumkin:

Keltirilgan misollar va ta'rifga ko'ra, N nomerni tanlash  $\varepsilon$  songa bog'liq bo'ladi, ya'ni  $N = N(\varepsilon)$ .

Ta'rifdan oldin keltirilgan misollarimizni quyidagicha yozish mumkin:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3n} = \frac{2}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 7$$

3-misol.  $n \Rightarrow \infty$  da  $\left\{ \frac{3n+2}{5n+3} \right\}$  ketma-ketlik 3/5 limitga ega bo'lishligini ko'rsating.

Yechish. Agar berilgan ketma-ketlikni yoyib yozsak, u

$$\frac{5}{8}; \frac{8}{13}; \frac{11}{18}; \dots; \frac{3n+2}{5n+3}; \dots$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

$$a_n = \frac{3n+2}{5n+3}, a = \frac{3}{5}$$

$$a_n - a = \frac{3n+2}{5n+3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5(5n+3)}$$

Endi n ning qanday qiymatida  $\frac{1}{5(5n+3)} < \varepsilon$  tengsizlik bajarilishligini aniqlaymiz. Buning uchun oxirgi tengsizlikni n ga nisbatan yechamiz.

$$\begin{aligned} \frac{1}{5m+3} &< 5\varepsilon \Rightarrow \frac{1}{5\varepsilon} < 5n+3 \Rightarrow \frac{1}{5\varepsilon} - 3 < 5n \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1-15\varepsilon}{5\varepsilon} < 5n \Rightarrow n > \frac{1-15\varepsilon}{25\varepsilon} \end{aligned}$$

Demak,  $n > \frac{1-15\varepsilon}{25\varepsilon}$  bo'lganda  $\left| a_n - \frac{3}{5} \right| < \varepsilon$  tengsizlik bajariladi, ya'ni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{5n+3} = \frac{3}{5}$$

Bu yerda  $N(\varepsilon)$  nomer sifatida  $\frac{1-15\varepsilon}{25\varepsilon}$  sonning butun qismi olinadi. Ya'ni .

$$N(\varepsilon) = \left[ \frac{1-15\varepsilon}{25\varepsilon} \right]$$

Endi  $N(\varepsilon)$  nomerni  $\varepsilon$  ning aniq qiymatlarida hisoblaylik.  $\varepsilon = 0.01$  bo'lsin.

$$N = \left[ \frac{1-15 \cdot 0.01}{25 \cdot 0.01} \right] = \left[ \frac{0,85}{0,25} \right] = 3$$

Demak,  $n > 3$  bo'lganda  $\left| a_n - \frac{3}{5} \right| < 0,1$  tengsizlik o'rini.

$$\varepsilon = 0,001 \text{ bo'lsin. } N = \left[ \frac{1-15 \cdot 0,001}{25 \cdot 0,001} \right] = \left[ \frac{0,085}{0,025} \right] = 39;$$

$$\varepsilon = 0,0001 \text{ bo'lganda}$$

$$N = \left\lceil \frac{1 - 15 \cdot 0,001}{25 \cdot 0,001} \right\rceil = \left\lceil \frac{0,9985}{0,0025} \right\rceil = 399;$$

4-misol.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$  bo'lishini isbotlang.

Yechish.  $\varepsilon > 0$  sonni olamiz va  $\frac{1}{2^n} < \varepsilon$  tengsizlikni qaraymiz.

$\forall n$  natural son uchun  $2^n \geq 1 + n$  bo'lishligini e'tiborga olsak, u holda  $\frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{1+n}$  bo'ladi. Demak,  $\frac{1}{2^n} < \varepsilon$  tengsizlik o'rniga  $\frac{1}{1+n} \leq \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon$  tengsizlikni olish mumkin.

Bunday holda  $N = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$  bo'ladi.  $\forall n > N = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$  uchun  $\left| \frac{1}{2^n} - 0 \right| < \varepsilon$  bo'ladi.

Bu esa  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$  bo'lishligini bildiradi.

**Ta'rif. Limitga ega bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi, limitga ega bo'lмаган (limiti mavjud bo'lмаган) ketma-ketlik uzoqlashuvchi deyiladi.**

Ketma-ketlik yaqinlashishligining geometrik ma'nosini tushuntiraylik.

Buning uchun nuqtaning atrofi tushunchasini kiritaylik.

Son to'g'ri chizig'ida ixtiyoriy  $a$  nuqtani olaylik. Son to'g'ri chiziqining markazi  $a$  nuqtada bo'lgan istalgan oralig'iga  $a$  nuqtaning atrofi deyiladi.



$a$  nuqta cheksiz ko'p intervallarning markazi bo'ladi. Shunday ekan  $a$  nuqtaning atrofi butun son to'g'ri chizig'ini ham o'z tarkibiga olishi mumkin.

Agar  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  bo'lsa, u holda  $a$  nuqtaning  $]a-\varepsilon, a+\varepsilon[$  atrofi qanday bo'lmasin shunday bir  $N$  natural son mavjudki,  $n > N$  bo'lgan hollar uchun  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning cheksiz ko'p hadlari bu atrofga tegishli bo'ladi. Haqiqatan  $n > N$  bo'lganda  $|a_n - a| < \varepsilon$  tengsizlik

$- \varepsilon < a_n - a < \varepsilon \Rightarrow a - \varepsilon < a_n < a + \varepsilon$  tengsizlikka teng kuchli. Bundan esa  $n > N$  bo'lganda  $\{a_n\}$  ketma-ketlikning barcha hadlari (ya'ni ...  $a_{N+1}, a_{N+2}$ . hadlari)  $a$  nuqtaning  $\varepsilon$ -atrofi deb ataluvchi  $]a-\varepsilon, a+\varepsilon[$  intervalga tushadi.

## Funksiyaning uzluksizligi. Funksiyaning nuqtadagi uzluksizligi.

Funksiyaning uzluksizligi tushunchasidan “uzluksiz funksiya” atamasini ishlatmasdan elementar funksiyalarning xossalari o’rganishda va ularning grafiklarini yashashda foydalandik. Masalan:  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2$ ,  $y = ax^3$  va x.k. boshqa funksiyalarning argument qiymatlariga mos keluvchi funksiya qiymatlarini hisoblab nuqta usuli bilan ularning grafiklarini chizdik. Bu grafiklar uzluksiz yaxlit chiziqlardan iborat bo’lishligiga ham ishonch hosil qildik. Funksiyalar uzluksiz bo’lganligi tufayli ham ularning grafiklari uzluksiz silliq chiziqlardan iborat bo’ladi. Endi funksiyaning uzluksizligi tushunchasini mukammal o’rganamiz va bu tushunchadan funksiyani tekshirishda foydalanamiz.

$y = f(x)$  funksiya  $[a; b]$  oraliqda berilgan bo’lsin.

**Ta’rif.** Agar  $f(x)$  funksiya o’z aniqlanish sohasiga tegishli bo’lgan  $x = x_0$  nuqtada chekli limitga ega bo’lib, bu limit funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi  $f(x_0)$  qiymatiga teng bo’lsa, u holda  $f(x)$  funksiya  $x = x_0$  nuqtada uzluksiz deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \quad (1)$$

Bu ta’rifga ko’ra  $f(x)$  funksiya  $x_0$  nuqtada uzluksiz bo’lishligi uchun quyidagi uchta shart bajarilishi kerak ekan:

- 1)  $f(x)$  funksiya  $x_0$  nuqtada aniqlangan bo’lishi kerak;
- 2)  $f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi limiti mavjud bo’lishi kerak;
- 3)  $f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi limiti uning shu nuqtadagi qiymatiga teng bo’lishi kerak.

Masalan,  $f(x) = x^3$  funksiya barcha haqiqiy sonlar to’plamida aniqlangan va  $\lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$

Shuningdek ,  $f(1) = 1$  ya'ni funksiyaning  $x = 1$  nuqtadagi qiymati uning  $x \rightarrow 1$  dagi limitiga teng. Ta'rifga ko'ra  $f(x) = x^3$  funksiya  $x = 1$  nuqtada uzluksiz.

Agar funksiyaning qaralayotgan nuqtadagi chap va o'ng limitlari ta'riflaridan foydalansak, funksiyaning chapdan va o'ngdan uzluksizligini aniqlash mumkin.

Agar  $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = f(x_0)$  bo'lsa, u holda  $f(x)$  funksiya  $x_0$  nuqtada chapdan uzluksiz deyiladi, agar  $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0)$  bo'lsa, u holda  $f(x)$  funksiya  $x_0$  nuqtada o'ngdan uzluksiz deyiladi.

$y = f(x)$  funksiya  $x = x_0$  nuqtada uzluksiz bo'lishligi uchun uning  $x_0$  nuqtadagi chap va o'ng limitlari teng bo'lib, ular funksiyaning  $x = x_0$  nuqtadagi qiymatiga teng, ya'ni

$$f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) = f(x_0) \quad (2)$$

bo'lishi zarur va yetarli.

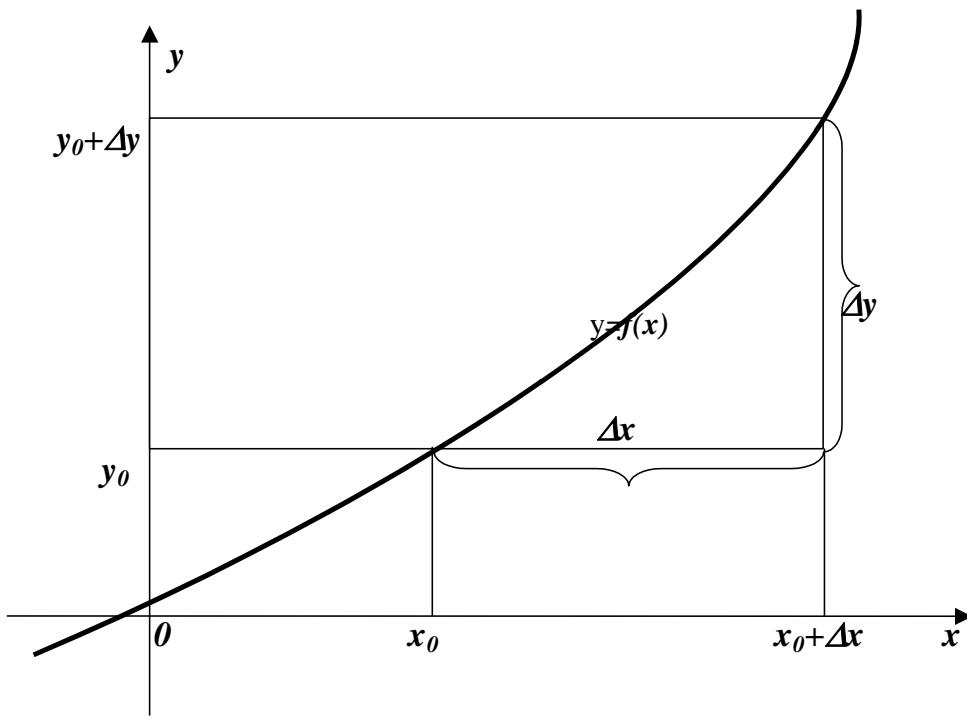
Endi funksiya nuqtadagi uzluksizligining amaliyot uchun juda qulay bo'lgan ta'rifini keltiramiz. Buning uchun argument va funksiya orttirmalari tushunchasini kiritamiz.

$x$  argumentning ikkita qiymatlari ayirmasiga uning orttirmasi deyiladi.

$x$  argumentning  $\Delta x$  orttirmasi orqali belgilasak ta'rifga ko'ra argumentning  $x_0$  nuqtadagi orttirmasi  $\Delta x = x - x_0$  ayirmaga teng bo'ldi.

$y = f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi argumentning  $\Delta x$  orttirmasiga mos keluvchi  $\Delta y$  orttirmasi deb funksiyaning  $x = x_0 + \Delta x$  va  $x = x_0$  nuqtalardagi qiymatlari ayirmasiga aytildi.

Bu ayirma  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  formula bo'yicha topiladi.



**Ta’rif.** Agar  $y = f(x)$  funksiya argumentining  $\Delta x$  cheksiz kichik orttirmasiga funksiyaning ham  $\Delta y$  cheksiz kichik orttirmasi mos kelsa, ya’ni agar  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$  bo’lsa, u holda  $y = f(x)$  funksiya  $x_0 \in ]a, b[$  nuqtada uzluksiz deyiladi.

Shunday qilib,  $y = f(x)$  funksiya  $x_0 \in ]a, b[$  nuqtada uzluksiz bo’lishligi uchun funksiyaning bu nuqtadagi  $\Delta y$  orttirmasi  $\Delta x \rightarrow 0$  da cheksiz kichik miqdor bo’lishligi kerak ekan.

Agar  $y = f(x)$  funksiya  $]a, b[$  oraliqning har bir nuqtasida uzluksiz bo’lsa, bunday holda funksiya oraliqda uzluksiz deyiladi.

Agar  $y = f(x)$  funksiya  $]a, b[$  intervalda uzluksiz bo’lib,  $a$  nuqtada o’ngdan va  $b$  nuqtada chapdan uzluksiz bo’lsa, u holda funksiya  $[a, b]$  kesmada uzluksiz deyiladi.

**1-misol.**  $f(x) = 3x^2 + 5x + 6$  funksiyaning ixtiyoriy  $x$  nuqtada uzluksiz bo’lishligini isbotlang.

Haqiqatan ham, istalgan butun koeffitsentli algebraik ko’phadning aniqlanish sohasi butun son o’qidagi nuqtalar to’plamidan iborat bo’ladi. Shuning

uchun ham berilgan funksiyaning ixtiyoriy  $x$  nuqtada uzluksizligini ko'rsatish talab qilingan.

a)  $x$  ga  $\Delta x$  orttirmani berib, funksiyaning  $x + \Delta x$  nuqtadagi yangi qiymatini topamiz:

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x) &= 3(x + \Delta x)^2 + 5(x + \Delta x) + 6 = \\ &= 3x^2 + 6x\Delta x + 3\Delta x^2 + 5x + 5\Delta x + 6; \end{aligned}$$

b) funksiyaning orttirmasini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} \Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = 3x^2 + 6x\Delta x + 3\Delta x^2 + 5x + 5\Delta x + \\ &+ 6 - 3x^2 - 5x - 6 = 6x\Delta x + 5\Delta x + 3\Delta x^2; \end{aligned}$$

v)  $\Delta x \rightarrow 0$  dagi funksiya orttirmasining limitini hisoblaymiz.

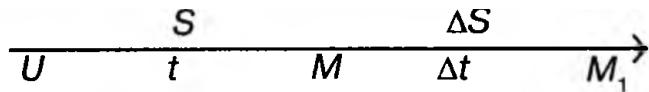
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (6x\Delta x + 5x\Delta x + 3\Delta x^2) = 0$$

Shunday qilib, berilgan funksiya istalgan  $x$  nuqtada uzluksiz bo'lar ekan.

### Funksiya hosilasi va uning tadbiqlari.

#### Nyuton masalasi

Masala. Moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilib  $M$  vaziyatda bo'lganda harakatning berilgan  $t$  paytdagi  $v$  tezligini toping.



Bu masalani yyechish uchun quyidagicha faraz qilamiz.

Faraz qilaylik, moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilib,  $t$  vaqt ichida  $s$  masofani bosib o'tsin, ya'ni  $O$  nuqtadan  $M$  nuqtaga kelsin.

Agar  $t$  vaqtga yana vaqt qo'shilsa, vaqt ichida moddiy nuqta  $M_1$  masofaga keladi. Ma'lumki, bu yerdagi  $s$  masofa  $t$  ning funksiyasidir, ya'ni  $t$  vaqt ichida  $s(t)$  masofani bosib o'tadi.  $U$  vaqtida  $OM_1$  orasidagi masofa esa  $s(t+\Delta t)$  ga bog'liq bo'ladi. Agar moddiy nuqtani  $t$  vaqt ichida bosib o'tgan masofasini topadigan bo'lsak, u bo'ladi.

Moddiy nuqtani vaqt ichida  $\Delta S$  masofani bosishi uchun harakatdagi

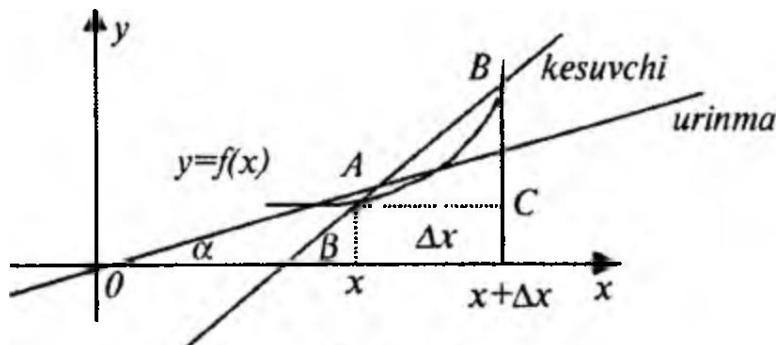
o'rtacha tezligi fizika kursidan ma'lumki, bo'ladi. Nuqtaning t vaqtdagi tezligi deb, vaqt oralig'idagi v o'rtacha tezlikning nolga intilgandagi limitiga aytildi.

Shuning uchun

(1)

Yuqoridagi savolning javobi (1) dagi limitni hisoblashga olib keldi.

**Leybnis masalasi.** Dekart koordinatalar sistemasida berilgan  $y=f(x)$  egri chizig'inining ixtiyoriy nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning absissa o'qining musbat yo'naliishi bilan hosil qilgan burchagining tangensini topish masalasi hosila tushunchasiga olib keladi.



**Ta'rif.**  $y=f(x)$  funksiyasining kesuvchisi AB ning V nuqtasini egri chiziq bo'ylab A nuqtaga intilgandagi limitik vaziyati egri chiziqning shu nuqtasiga o'tkazilgan urinma deb ataladi.

da bu holda V nuqta egri chiziq bo'ylab A nuqtaga intiladi:

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad \Delta y =$$

Yuqoridagi qo'yilgan masalani yyechish bizni (3) dagi limitni hisoblashga olib keldi.

**Hosilaning ta'rifi:**  $y=f(x)$  funksiya X sohada aniqlangan bo'lzin. Erkli o'zgaruvchining birorta  $x=x_0$  qiymatini olib X sohadan chiqmay- digan  $x_0 + \Delta x$  orttirma beramiz, u holda  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  funksiya orttirmasi hosil bo'ladi.

**Ta’rif.**  $y=f(x)$  funksiyasini  $x=x_0$  nuqtadagi funksiya orttirmasi  $\Delta y$  ni argument orttirmasi  $\Delta x$  ga bo’lgan nisbatini  $\Delta x \rightarrow 0$ dagi limiti mavjud bo’lsa, bu limit berilgan  $y = f'(x_0)$  funksiyasini  $x=x_0$  nuqtadagi hosilasi deyiladi va  $y'_{x_0}$  yoki  $f'_{x_0}$  kabi yoziladi. Umumiy holatda esa  $y'_{x_0} = f'(x); \frac{dy}{dx}$  deb yoziladi,

$$y'_{x_0} = f'(x_0) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

### Hosilasining mexanik ma’nosи

Moddiy nuqtani t vaqt ichidagi s masofani bosish uchun harakatdagi tezligini topishdan iborat.

### Hosilaning geometrik ma’nosи

Egri chiziqning biror nuqtasiga o’tkazilgan urinmani absissa o’qining musbat yo’nalishi bilan hosil qilgan burchak koefitsienti tga ni topishdan iborat.

6)

$$y = \sin x, \quad y' = \cos x, \quad y + \Delta y = \sin(x + \Delta x), \quad \Delta y = \sin(x + \Delta x) - \sin x,$$

$$\Delta y = 2 \sin \frac{\Delta x}{2} \cos \left( x + \frac{\Delta x}{2} \right)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cos \left( x + \frac{\Delta x}{2} \right), \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \cos \left( x + \frac{\Delta x}{2} \right) = \cos x$$

7)

$$y = \operatorname{tg} x, \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\operatorname{tg}(x + \Delta x) - \operatorname{tg} x}{\Delta x} = \frac{\frac{\sin(x + \Delta x)}{\cos(x + \Delta x)} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\Delta x} =$$

$$= \frac{\sin(x + \Delta x) \cos x - \cos(x + \Delta x) \sin x}{\Delta x \cos x \cos(x + \Delta x)} = \frac{\sin \Delta x}{\Delta x} \cdot \frac{1}{\cos x \cos(x + \Delta x)} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

### Boshlang‘ich funksiya va integral tushunchalarini kiritish va o‘qitish metodikasi.

Mexanikada o’rganilgan nuqtaning to’g’ri chiziqli harakatini qaraylik. Harakat boshlanib ketgan t vaqt ichida nuqta S(t) yo’l o’tgan bo’lsin. U holda

nuqtaning  $V(t)$  oniy tezligi  $S(t)$  funksiyaning t vaqt bo'yicha hosilasiga teng, ya'ni  $V(t)=S(t)$ . Ikkinchchi marta differentsiyallash tezlanishini beradi:

$$V'(t) = S''(t) = a(t).$$

Amaliyotda teskari masala ham uchraydi: nuqtaning  $V(t)$  harakat tezligi berilgan, uning bosib o'tgan  $S(t)$  yo'lini toping, y'ani shunday  $S(t)$  funksiyani topish kerakki, uning hosilasi  $V(t)$  ga teng bo'lisin. Bunday masalalarni yyechish uchun differentsiyallash amaliga teskari bo'lgan integrallash amali ishlataladi.

**Tarif:** Agar berilgan oraliqdan olingan barcha  $x$  lar uchun

$$F'(x) = f(x) \quad (1)$$

tenglik bajarilsa, u holda  $F(x)$  funksiya shu oraliqda  $f(x)$  funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deyiladi.

1-misol.  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  funksiya  $]-\infty; +\infty[$  oraliqda  $f(x) = x^2$

funksiyaning boshlang'ich funksiyasidir, chunki barcha  $x \in ]-\infty; +\infty[$  lar uchun:

$$: x \in ]-\infty; +\infty[$$

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3}3x^2 = x^2 = f(x) :$$

2-misol  $f(x) = \sin^2 x$ . funksiya  $x \in \mathbf{R}$  da  $f(x) = \sin 2x$  funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi. Chunki barcha  $x \in \mathbf{R}$  uchun

$$F'(x) = (\sin^2 x)' = 2 \sin x (\sin x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x = f(x)$$

$$f(x) = \sin^2 x \quad F(x) = \sin^2 x + C$$

funksiya  $x \in \mathbf{R}$  oraliqda  $f(x) = \sin 2x$  funksiyaning boshlang'ich funksiyasidir, :

3-misol  $F(x) = 4x\sqrt{x}$ . funksiya  $x \in [0; +\infty[$  oraliqda  $f(x) = 6\sqrt{x}$  funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi, chunki barcha uchun  $x \in [0; +\infty[$

$$F'(x) = (4x\sqrt{x})^1 = 4(x^{\frac{5}{2}})^1 = 4 \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = 6\sqrt{x} = f(x)$$

Shuningdek  $F(x) = 4x\sqrt{x} + c$  (s-istalgan o'zgarmas haqiqiy son) funksiya ham  $]0;+\infty[$  oraliqda  $f(x) = 6\sqrt{x}$  funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

**4-misol.**  $F(x) = \ln x$  funksiya  $]-\infty;+\infty[$  oraliqda  $f(x) = \frac{1}{x}$  funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'la olmaydi. Chunki  $F'(x) = f(x)$  tenglik  $]-\infty;0[$  oraliqda bajarilmaydi. Ammo  $]-\infty;0[$  va  $]0;+\infty[$  intervallarning har biridan  $F(x) = \ln x$  funksiya  $f(x) = \frac{1}{x}$  funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

Yuqoridagi misollardan ayon bo'ldiki, berilgan funksiya uchun uning boshlang'ich funksiyasini topish masalasi bir qiymati aniqlanmas ekan. Asosiy masala berilgan funksiya uchun uning barcha boshlang'ich funksiyalarini topishdan iboratdir. Buning uchun boshlang'ich funksiyaning xossalarini bilish zarur.

**Lemma.** (funksiyaning o'zgarmaslik belgisi). Agar biror  $I$  oraliqda  $F'(x) = 0$   $x_0$  bo'lsa, u holda  $F(x)$  funksiya shu oraliqda o'zgarmasdir.

Isboti. I oraliqda biror  $x_0$  nuqtani tanlaylik. U vaqtida shu  $I$  oraliqka tegishli har qanday  $x$  son uchun Lagranj formulasiga ko'ra  $x$  va  $x_0$  sonlar orasida yetgan shunday  $c$  sonni ko'rsatish mumkinki,

Bo'ladi. Shartga ko'ra  $F(c) = 0$ , chunki cOy, demak

$$F(x) - F(x_0) = F(c)(x - x_0)$$

$$F(x) - F(x_0) = 0$$

Shunday qilib, I oraliqqa tegishli barcha lar uchun

$$F(x) = F(x_0)$$

yani,  $F(x)$  funksiya o'zgarmas doimiy qiymatini saqlaydi.

**1-teorema.** Agar  $F(x)$  funksiya  $I=[a, b]$  kesmada  $f(x)$  funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa, u holda  $F(x)+c, c = const$  yig'indi ham  $[, a b]$  kesmada  $f(x)$  uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

Isboti.  $F(x)$  funksiya  $f(x)$  funksiya uchun  $I=a [, b]$  kesmada boshlang'ich funksiya bo'lganligi tufayli  $F'(x)=f(x)$  bo'ladi.  $F(x)+c$  funksiyani ham differentialsallaymiz va quyidagini olamiz

$$(F(x)+c)' = F(x)' + c = F'(x) + 0 = f(x) + 0 = f(x)$$

Shunday qilib, bitta funksiya cheksiz ko'p boshlang'ich funksiyalarga ega bo'lar ekan. Boshlang'ich funksiyalar bir- biridan o'zgarmas songa farq qiladi.

**2-teorema.**  $f(x)$  funksiyaning  $x=[a, b]$  oraliqdagi har qanday boshlang'ich funksiyasi

$$F(x)+c \quad (2)$$

ko'rinishda yozilishi mumkin.

Bunda  $c$ -ixtiyoriy o'zgarmas son,  $F(x)$  esa  $f(x)$  funksiyaning  $x=[a, b]$  oraliqdagi boshlang'ich funksiyalaridan biri.

Isboti  $F(x)$ ,  $g(x)$  funksiyalar  $f(x)$  funksiya uchun  $F'(x)=\Phi'(x)=f(x)$   $x=[a, b]$  oraliqdan olingan barcha  $x$  lar uchun  $(\Phi(x)-F(x))'=f(x)-F'(x)=f(x)-f(x)=0$ .

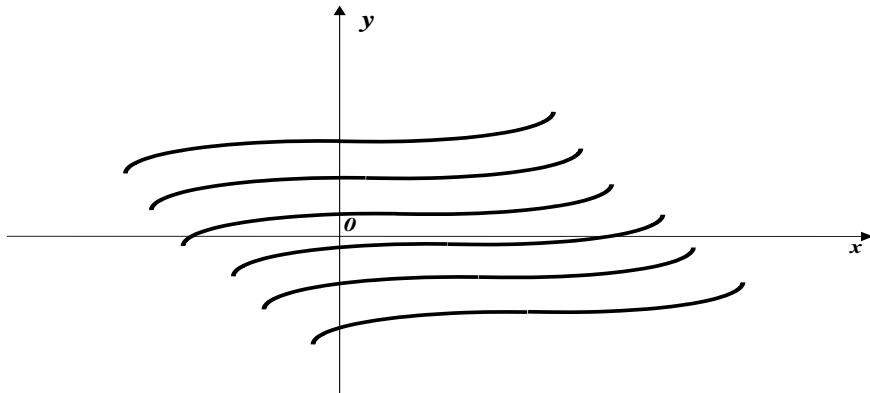
Yuqorida keltirilgan lemmaga ko'ra  $\Phi(x)-F(x)$  ayirma  $[a; b]$  kesmada o'zgarmas funksiya bo'ladi, ya'ni  $\Phi(x)-F(x)=c$  yoki  $\Phi(x)=F(x)+c$ .

Boshlang'ich funksiyaning asosiy xossasiga geometrik ma'no berishi mumkin:  $f(x)$  funksiyaning istalgan ikkita boshlang'ich funksiyasining grafiklari bir-biridan bu o'q bo'y lab parallel ko'chirish natijasida hosil bo'ladi

4-misol.  $f(x)=x^2$  funksiya uchun grafigi M(2;1) nuqtadan o'tuvchi boshlang'ich funksiyani toping.

Yechish  $f(x)=x^2$ . funksiyaning istalgan boshlang'ich funksiyasi  $F(x)=\frac{x^3}{3}+c$

ko'rinishga



ega

$M(2;1)$  nuqtadan o'tuvchi chiziqni topamiz. Buning uchun  $M$  nuqtaning

koordinatalarini  $y = \frac{x^3}{3} + c$  tenglamaga qo'yib,  $s$  ning qiymatini topamiz.

$$y = \frac{x^3}{3} + c \Rightarrow 1 + \frac{8}{3} + c \Rightarrow c = -1 \frac{2}{3}$$

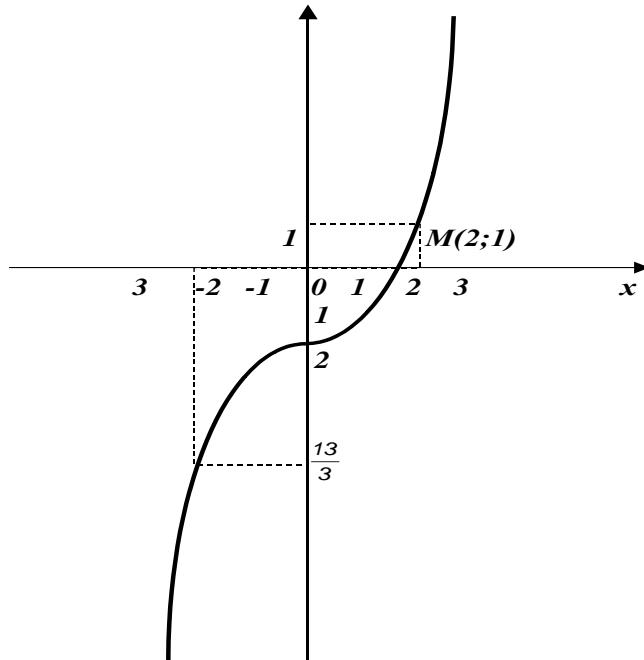
Demak, grafigi  $M$  nuqta orqali o'tuvchi boshlang'ich funksiya ko'rinishga ega.

5-misol.  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$  funksiya uchun grafigi  $M^{(2\frac{\pi}{3}; -1)}$  nuqtadan o'tuvchi boshlang'ich funksiyani toping.

**Yechish.**  $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$  funksiya uchun boshlang'ich

funksiya  $F(x) = -\cos(x + \frac{\pi}{3}) + c$  bo'ladi.

Grafigi  $M(\frac{2\pi}{3}; -1)$  nuqtadan



$\frac{2\pi}{3}$  tuvchi boshlang'ich funksiyani topamiz. Buning uchun  $-1 = -\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) + s$  tenglamadan  $s$  ni topamiz.

$$-1 = \cos \pi + c \Rightarrow -1 = +1 + c \Rightarrow c = -2$$

$$F(x) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

Izlanayotgan boshlang'ich funksiya ko'rinishga ega.

### Maktab matematika kursida sodda differensial tenglamalar.

Differensial tenglamalar — noma'lum funksiyalar, ularning turli tartibli hosilalari va erkli o'zgaruvchilar ishtirok etgan tenglamalar. Bu tenglamalarda noma'lum funksiya i orqali belgilangan bo'lib, birinchi ikkitasida i bitta erkli o'zgaruvchi  $t$  ga, keyingilarida esa mos ravishda  $x$ ,  $t$  va  $x$ ,  $u$ ,  $z$  erkli o'zgaruvchilarga bog'liqdir. Differensial tenglama nazariyasi 17-asr oxirida differensial va integral hisobning paydo bo'lishi bilan bir vaqtida rivojlanan boshlagan. Differensial tenglama matematikada, ayniqsa, uning tatbiqlarida juda katta ahamiyatga ega. Fizika, mexanika, iqtisodiyot, texnika va boshqa sohalarning turli masalalarini tekshirish differensial tenglamani yechishga olib keladi. 2. Xususiy hosilali differensial tenglama Bu tenglamalarning oddiy differensial tenglamadan farqli muhim xususiyati shundan iboratki, ularning barcha yechimlari to'plami, ya'ni "umumiy yechimi" ixtiyoriy o'zgarmaslarga emas, balki

ixtiyoriy funksiyalarga bog'liq bo'ladi; umuman, bu ixtiyoriy funksiyalarning soni differensial tenglamaning tartibiga teng; ularning erkli o'zgaruvchilari soni esa izlanayotgan yechim o'zgaruvchilari sonidan bitta kam bo'ladi. Bir noma'lumli 1-tartibli xususiy hosilali differensial tenglamani yyechish oddiy differensial tenglama sistemasini yyechishga olib keladi. Tartibi birdan yuqori bo'lgan xususiy hosilali differensial tenglama nazariyasida Koshi masalasi bilan bir qatorda turli chegaraviy masalalar tekshiriladi.

Xususiy hosilali differensial tenglama – tarkibida ko'p o'zgaruvchili funksiya, uning xususiy hosilasi va erkli o'zgaruvchilarining turli funksiyalari bo'lgan differensial tenglama. Masalan,  $U_{xx} = U_{yy} = f(x, y)$ .

Xarakteristika (matematikada) — 1) xususiy hosilalk differensial tenglamalar 6n bog'liq maxsus oddiy differensial tenglama (xarakteristikalar tenglamasi)ning integral chiziqlari. X. tushunchasi ixtiyoriy sondagi argumentli, chiziqsiz tenglama holda tenglamalar sistemasi uchun ham kiritiladi; 2) o'nli logarifmning butun qismi.

### **Mustahkamlash uchun savollar**

1. Sonli ketma-ketlikning limiti.
2. Funksiyaning uzlucksizligi. Funksiyaning nuqtadagi uzlucksizligi.
3. Funksiya xosilasi va uning tadbiqlari
4. Boshlang'ich funksiya va integral tushunchalarini kiritish va o'qitish metodikasi.
5. Maktab matematika kursida sodda differensial tenglamalar.

## **8.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA MIQDORLAR VA ULARNI O'LCHASHLAR HAQIDAGI TA'LIMOT.**

**Maktab matematika kursida miqdorlar tushunchasi.** Miqdor tushunchasi. 5-6 sinflarning dasturida matematik material bilan uzviy bog'liqlikda turli miqdorlarni ham o'rghanish nazarda tutilgan. Miqdorlarsiz tabiatni borliq olamni

o'rganish mumkin emas. Miqdolarda turli ob'ektlarning, borliq dunyonirng xossalari aks etgan.

Miqdor bu narsa yoki hodisanig biror xossasi bo'lib, uni boshqa narsa yoki hodisaning shu xossasi bilan taqqoslash va ulardan qaysi biri shu xossasaga ko'proq darajada ega ekanligini aniqlash mumkin.

Miqdor tushunchasi murakkab tushuncha bo'lib, o'quvchilarning maktabda butun o'qish davrida shakllantiradi. Maktabning vazifasi shundaki, u bolalarda miqdorlarni o'rganishning intuitiv tushunarli usulini hosil qilishdir, buning natijasida bolalarda miqdorlar narsalar va hodisalarning o'lchash bilan bog'liq bo'lган xossalari ekanligi haqida tasavvurlar hosil bo'lishi kerak.

Maktabda bolalarga uzunlik, sig'im, massa, yuz, vaqt haqida dastlabki tasavvurlar beriladi.

Har bir miqdorni o'rganish uslubiyatining o'ziga xos xususiyatlari mavjud bo'lsa-da, biroq narsaning yoki hodisaning xossalarin o'rganishga umumiyl yondashish miqdorlarini o'rganishning umumiyl uslubiyati haqida gapirish imkonini beradi. Bu uslubiyat asosida amaliy usul yotadi. Narsalar bilan ishslash asosida, ani1-xissiy qabul qilish qobiliyatiga tayanib, kichik yoshdag'i maktab o'quvchilarini miqdor uchun umumiyl bo'lган xossalari bilan tanishtirish mumkin.

Miqdorlarni o'rganish bo'yicha darsni tashkil etish re'jasid taxinan bunday:

I bosqich. Narsaning ko'plab xossalari asosida o'rganilaytgan xossasini aniqlash. Bu boskichda urganilayotgan xossalarni takkoslash usulidan foydalilaniladai. Har bir narsa yakkalab qo'yilmasdan, balki boshqa narsalar bilan taqqoslagan holda beriladi .

Daslab taqqoslanayotgan xossalari orasidagi farq keskin bo'lishi lozim. Bolalar belgilar orasidagi farqni tushunib olganlaridan so'ng, farq kamaytirilishi mumkin. Masalan, bunday taqqoslaymiz: kitoblar solingan portfeli og'irroqmi yoki daftarmi, dars uzunroqmi yoki tanaffusmi, sinfxonasi ko'p joyni egallaganmi yoki sport zalimi?

II bosqich. Bir jinsli xossalarni taqqoslashni turli usullar bilan o'tkazish mumkin: ko'z bilan ko'rib, xissiy yo'l bilan, ustiga qo'yish bilan, turli o'lchovlar yordamida. O'lchovlar yordamida taqqoslash miqdorini beradi.

III bosqich. Atamani kiritish va miqdorning o'lchov birligi bilan tanishtirish.

IV bosqich. O'lchov asbobi bilan va undan foydalanish qoidalari bilan tanishtirish.

Har bil miqdor ustida olib borilayotgan ishni tahlil etamiz.

**Tekislikda chiziq uzunligi va shakl yuzi. ko'pyoklik va aylanish jismlari hajmini kiritish va o'qitish metodikasi.** Uzunlik o'lchovlarini o'rganish. Bolalar uzunlik jismining davomiyligini, narsaning o'lchamlarini tavsiflaydigan xossasi ekanligini hakidagi tasavvurlarni maktabgacha bo'lган davrdayoq hosil qilganlar. Bolalar uzunroq – qisqaroq, keng – tor, baland – past, yo'gon – ingichka munosabatlarini tugri aniqlay oladilar. O'qitishning navbatdagi vazifasi – o'lchash ishining mohiyatini ochib berish, uzunlikning turli o'lchov birliklarining ahamiyatini ko'rsatish va o'lchov asboblarini foydalanishga o'rgatishdan iborat. Tayyorgarlik bosqichining birinchi darslaridayoq o'kituvchi «miqdor» tushunchasini rivojlantirish imkoniyatiga ega.

Amaliy ish. Gorizontal tortilgan ipga eni bir xil, lekin rangi va uzunligi turlicha bo'lган lentalar ilingan. Bolalar qaysi lenta uzunroqligini, qisqaroqligini bir xil uzunlikda ekanligini ko'z bilan aniqlaydilar. Lentalarni ip ustida siljитib, o'qituvchi ularni ustma- ust tushiradi. Bolalarning e'tiborini shunga qaratadi: lentalarning uchlari ustma – ust tushgan bo'lsa, endi ularning oxirlariga qaraymiz va qaysi holda «uzinroq», «qisqaroq», «bir xil uzunlikda» deb aytishimini aniqlab olamiz. Mustahkamlash kuchi frontal amaliy ish o'tkaziladi.

Bolalarga uchtadan qog'oz tasmalar (paloskalar) tarqatiladi (ikkiasi bir xil, uchinchi tasma uzunligi bo'yicha bu ikkitasiga teng emas). Bu qog'oz tasmalarining uzunligi bo'yicha qanday taqqoslash mumkin?

Tasmalarni bir – birining ustiga shunday qo'yingki, qaysi tasmalar bir xil, qaysi tasma esa uzunroq ekani ko'rinish tursin. Keyin tasmalarni ustma – ust

tushirish mumkin bo'limgan xolat yaratiladi. Buning uchun uzunligi turlicha bo'lgan ikkita tasma doskaning turli qismlarida turli balandliklarda o'rnataladi. Uchinchi tasmani o'qutivchi qo'lida ushlab turadi. Qaysi tasma uzunroq? Bolalar bilin birgalikda o'qituvchi bunday xulosaga keladi: uchinchi tasmani birinchi tasmaning ustiga kuyish kerak, ular ustma – ust tushdi, demak, bu tasmalar teng. Keyin uchinchi tasmani ikkinchi tasmani ustiga qo'yiladi, u uchinchi tasmadan uzunroq ekan. Qaysi tasma uzunroq, ikkinchi tasmami yoki birinchi tasmami?

Bunday xulosa chiqariladi: agar birinchi tasmaning uzunligi uchinchi tasmaning uzunligiga teng bo'lsa. Ikkinci tasmaning uzunligiga esa uchinchi tasmaning uzunligidan katta bo'lsa, u xolda birinchi tasmaning uzunligi ikkinchi tasmaning uzunligidan kichikdir. Shunga o'xhashish va xulosaning uzunligi bo'yicha bir xil. Biroq rangi bo'yicha uchta chap ustida ham bajaramiz.

So'ngra frontal ish o'tkaziladi. Bolalarga bir nechta bir xil kanop kesmalari tarqatiladi (I variyant – 3 ta kesma, II variyant – 4ta kesma). Bolalar kesmalarning uzunliklari bir xil ekaniga ishonch hosil qiladilar. Keyin kesmalar tugun qilib bog'lanadi. Bolalar hosil bo'lgan kesmaning uzunligi bog'langan kesmalar uzunlik esa uzunroq ekanini payqaydilar. Chunki bunda kalta kesmalar ko'proq edi. I va II variyantdagi kesmalarni ustma – ust qo'yib, bu xulosa tekshiriladi.

Bolalar darslikdagi vagonlar ulangan poyezd tasvirlangan mashq ustida ishlab shunga o'xhashish xulosaga keldilar. O'qituvchi bolalarning e'tiborini vagonchalar bir xilligiga qaratadi. Shuning uchun vagonchalarni sanash va qaysi poyezd uzunroqligini aytish kifoya.

Bu o'quvchilar sekin mustaxkamlashishi sababli bunga o'xhashish mashqlarni darslarga muntazam kiritib borish kerak. Masalan, «Miqdor» so'zining o'zi ko'pchilik bolalarga tushunarli emas, chunki bu so'zni ular kam eshitadilar. O'qituvchining vazifasi narsalarning xossasi taqqoslanayotganda bu taqqoslashni miqdor jixatdan ifodalash mumkinligini, miqdor haqida so'zlash mumkinligini har doim ko'rsatib borishdan iborat. «uzun. Qisqa » mavzusi bo'yicha dars parchasini keltiramiz.

Darsning maqsadi. Uzunlik tushunchasini jismning o'lchamlarini tavsiflaydigan xossasi sifatida shakllantirish.

Ish narsalarining uzunliklarini ko'z bilan chandalab va ustiga qo'yish usuli bilan taqqoslashdan boshlanadi.

Amaliy ish. Gorizontal tortilgan ipga eni bir xil. Lekin rangi va uzunligi turlicha bo'lган lentalar ilingan. Bolalar qaysi lenta uzunroqligini, qisqaroqligini bir xil uzunlikda ekanligini ko'z bilan aniqlaydilar. Lentalarni ip ustida siljitim, o'qituvchi ularni ustma- ust tushiradi. Bolalarning e'tiborini shunga qaratadi: lentalarning uchlari ustma – ust tushgan bo'lsa, endi ularning oxirlariga qaraymiz va qaysi holda «uzinroq», «qisqaroq», «bir xil uzunlikda» deb aytishini aniqlab olamiz. Mustaxkamlash uchun kuchi frontal amaliy ish o'tkaziladi.

Bolalarga uchtadan qog'oz tasmalar (paloskalar) tarkatiladi (ikkiasi bir xil, uchinchi tasma uzunligi bo'yicha bu ikkitasiga teng emas). Bu qog'oz tasmalarining uzunligi bo'yicha qanday taqqoslash mumkin?

Tasmalarni bir – birining ustiga shunday qo'yingki, qaysi tasmalar bir xil, qaysi tasma esa uzunroq ekani ko'rinish tursin. Keyin tasmalarni ustma – ust tushirish mumkin bo'lмаган holat yaratiladi. Buning uchun uzunligi turlicha bo'lган ikkita tasma doskaning turli qismlarida turli balandliklarda o'rnatiladi. Uchinchi tasmani o'qutivchi qulida ushlab turadi. Qaysi tasma uzunroq? Bolalar bilin birgalikda o'qituvchi bunday xulosaga keladi: uchinchi tasmani birinchi tasmaning ustiga qo'yish kerak, ular ustma – ust tushdi, demak, bu tasmalar teng. Keyin uchinchi tasmani ikkinchi tasmani ustiga qo'yiladi, u uchinchi tasmadan uzunroq ekan. Qaysi tasma uzunroq, ikkinchi tasmami yoki birinchi tasmami?

Bunday xulosa chiqariladi: agar birinchi tasmaning uzunligi uchinchi tasmaning uzunligiga teng bo'lsa. Ikkinci tasmaning uzunligiga esa uchinchi tasmaning uzunligidan katta bo'lsa, u holda birinchi tasmaning uzunligi ikkinchi tasmaning uzunligidan kichikdir. Shunga o'xshash ish va xulosaning uzunligi buyicha bir xil. Biroq rangi bo'yicha uchta cho'p ustida xam bajaramiz.

So'ngra frontal ish o'tkaziladi. Bolalarga bir nechta bir xil kanop kesmalari tarqatiladi (I variyant – 3 ta kesma, II variyant – 4ta kesma). Bolalar kesmalarining uzunliklari bir xil ekaniga ishonch hosil qiladilar. Keyin kesmalar tugun qilib bog'lanadi. Bolalar hosil bo'lgan kesmaning uzunligi bog'langan kesmalar uzunlik esa uzunroq ekanini payqaydilar. Chunki bunda kalta kesmalar kuproq edi. I va II variyantdagi kesmalarni ustma – ust qo'yib, bu xulosa tekshiriladi.

Bolalar darslikdagi vagonlar ulangan poyezd tasvirlangan mashq ustida ishlab shunga o'xhash xulosaga keldilar. O'qituvchi bolalarning e'tiborini vagonchalar bir xilligiga qaratadi. Shuning uchun vagornchalarni sanash va kaysi poyezd uzunrokligini aytish kifoya.

Bu o'quvchilar sekin mustahkamlashishi sababli bunga uxhash mashqlarni darslarga muntazam kiritib borish kerak. Masalan, darsda frontal amaliy ish o'tkaziladi. Bolalar ichiga turli uzunlikdagi 5-6 ta kogoz tasma (chuplar, lentalar) solingan konvertlar oladilar.

Kesma uzunligi tushunchasi predmetlarni uzunligi bo'yicha taqqoslash asosida kiritiladi. Masalan, o'qituvchi bolalarga ikki bo'lak lentani ihtiiyoriy uzunlikdagi ikkita qog'oz poloskani va hokazolarni ustma-ust qo'yish yo'li bilan taqqoslashni (qaysi lenta uzun, qaysinisi qisqa ekanini bilishni) taklif qilishi mumkin. Amaliy ishlar bunda ularning so'zlar yordamidagi ifodalari bilan kuzatiladi. "Uzun-liklari bo'yicha teng", "Uzunliklari bo'yicha teng emas" so'z-larining mazmunlari "bir xil", "uzunroq", "qisqarog" kabi tushunarliroq so'zlar orqali aniqlanadi.

Shundan keyin, yana amaliy ishlar asosida, masalan, poloskalar yordamida bolalar kesmalarni taqqoslashni, kesmalardan birini ikkinchisi ustiga bevosita qo'yib bo'lmaydigan hollarda, o'rganadilar. Shu maqsadda o'quvchilar qog'oz poloskaning chetiga qalam bilan bir kesmaning boshi va oxirini belgilaydilar, so'ngra poloskani boshqa kesma yoniga qo'yadilar. Ko'pburchak tomonlarini taqqoslashni shunday usul bilan bajarish maqsadga muvofiq.

Shunday mashqlarni bajarish natijasida bolalarda kesmalarni taqqoslashning amaliy tajribasi to`planadi. Shunga asoslanib o`qituvchi konkret hayotiy misollar asosida masalan, ma`lum uzunlikda lenta sotib olish kerak bo`lganda va shunga o`hshash holatlarda kesmalarni taqqoslash uchun ma`lum uzunlikdagi o`lchov birligidan foydalanish kerak, degan fikrga olib keladi. Bu yerda o`qituvchi rahbarligida amaliy ish o`tqazish foydali: har bir o`quvchiga, masalan, sanoq cho`pi uzunligini o`lchashni taklif qilish mumkin. Buning uchun oldin o`lchov (birlik kesma) – qog`oz poloskani (bir bo`lajak kanop, tasma va h. k.) tanlab olish kerak. Har qaysi o`quvchi o`zida bor poloskalardan o`z o`lchovini tanlaydi. Natijada har hil sonlar hosil bo`ladi, chunki o`quvchilar bir miqdor qiymatini ko`rish uchun har hil o`lchov tanlab oladilar. Bunday ishlar o`z-o`zidan foydali, chunki bolalarga o`lchash protsessi haqida dastlabki tasavvurlarni beradi va ularni uzunlik birligi sifatida har qanday kesma uzunligini olish mumkin, degan xulosaga olib keladi. Shunga asoslanib o`qituvchi kesmalarni taqqoslash uchun aniq o`lchov yordamida o`lchashlardan foydalанишни айтади. --

Oldin uncha katta bo`lmagan predmetlarning masalan, cho`plarning, qalamning va boshqa narsalarning uzunliklarini topishni o`rganib olamiz. Buning uchun aniq, umumiyat tomonidan qabul qilingan uzunlik birligi – santimetrdan foydalанишни о`qituvchi айтади.

O`quvchilar santimetr haqida ayoniy tasavvur olishlari uchun, ular o`qituvchi rahbarligida santimetrning bir qancha modelini tayyorlashlari lozim. Buning uchun katakli qog`oz varag`idan eni bir katakka teng bo`lgan uzun poloska qirqishlari va so`ngra undan 1 sm li poloska qirqishlari kerak. Poloskalarni ustma-ust qo`yib, bolalar ular o`zaro teng ekaniga ishonch hosil qiladilar. Bunday poloskalarning har biri santimetrning modeli ekanini o`qituvchi айтади.

Santimetr modeli yordamida o`quvchilar: 1) berilgan kesmani o`lchash; 2) berilgan uzunlikdagi kesmani yasash (chizish) masalasini hal qilishni o`rganib olishlari kerak, Bu masalalarni yechishning ikkita usulini ajratish mumkin. Birinchi usul ustiga qo`yish usuli. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, o`lchanayotgan

yoki ajratib o`lchab olinayotgan kesma santimetnning modellari bilan qoplanadi va so`ngra ularning soni sanab chiqiladi. Bunday ish bolalarning har bir santimetri “payqashlariga”, “sezishlariga” yordam beradi. Bu metodni kiritishdan oldin ushbu ko`rinishdagi mashqlarni bajartirish mumkin: santimetnning ikkita modelini ketma-ket qo`ying. Qanday uzunlikda poloska hosil bo`ldi.

Ikkinci usul – qo`yib ko`rish usuli. Yuqoridagi ikki masalani yechishda bu usuldan qanday foydalанишни ko`ramiz. Uqituvchi bolalarga berilgan kesmani o`lchashni o`rgatar ekan, ularning har biri santimetr modeli oxirini o`lchanayotgan kesmalardan biriga aniq qo`yilishini; o`lchanayotgan kesmaga qalam bilan modelning ikkinchi uchini belgilashlarini; hosil bo`lgan nuqtaga model` oxirlaridan birini yana qo`yish va kesmaga yanqa bitta belgi qo`yishlarini (ikkinci uchida) kuzatib boradi. Ikkinci belgi 2 sm ajratib sanalganini bildiradi. Shunga o`xshash ish (har gal belgi qo`yib) qo`yilayotgan belgilardan oxirgisi o`lchanayotgan kesmaning borish uchi bilan ustma-ust tushmaguncha bajarilaveradi. Bu holda o`quvchi kesmaga qo`ylgan santimetrlar sonini sanab, santimetrlarning butun sonini topadi. Agar belgilar ustma-ust tushmasa, o`lchash natijasi taqriban ifodalanadi: 5 sm cha, 5 sm dan biroz kam yoki biroz ortiq Berilgan uzunlikdagi kesmani santimetr modeli yordamida yasashda, shuni kuzatib borish kerakki, har qaysi o`quvchi oldin to`g`ri chiziq o`tkazsin; to`g`ri chiziqda nuqta (kesma uchlaridan biri) belgilasin va bu nuqtadan boshdab biror yo`nalishda santimetrlarni keragicha sonda qo`yib chiqsin (har gal qalam bilan belgilab); qalam bilan kesmaning ikkinchi uchini belgilasin.

Shuni ta`kidlash kerakki, berilgan kesmani o`lchashda (1-masala) har doim ozmi-ko`pmi sezilarli qoldiqlar chiqadi. Bu bajarilayotgan ish mohiyatini tushunishni qiyinlashtiradi. Shu sababli, ishni berilgan uzunlikdagi kesmani ko`rsatilgan ikki usul bilan yasashdan boshlash maqsadga muvofiq (2- ma-sala). Kesmalarni o`lchashning puxta ko`nikmalarini shakllantirish maqsadida bolalarni faqat qog`ozga chizilgan kesmalarni o`lchash bo`yicha mashq qildirib qolmay, balki bu maqsadda boshqa obektlarni, masalan, qalamdon, daftар va boshqa uncha

katta bo`lmagan predmetlarni o`lchash bo`yicha ham mashq qildirish kerak. Ko`pburchakning tomonlari o`lchash obektlari bo`lishi ham juda muhimdir.

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

- 1.Miqdor tushunchasi qanday tushunchasi?
- 2.Miqdorlarni o`rgatishning qanday usullari bor?

## **9.MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA AKSIOMATIK METOD VA MATEMATIK STRUKTURALAR G`OYASI.**

### **Matematikada va maktab matematika kursida aksiomatik metod.**

Ma'lumki, maktab geometriya kursi deduktiv asosida mantiqiy qurilgan fan bo'lib, u asosan planimetriya va stereometriya bo'limlaridan iboratdir. Geometriyaning planimetriya bo'limida tekislikdagi geometrik figuralaming qonuniyatları, stereometriya bo'limida esa fazoviy geometrik figuralarning qonuniyatları o'rGANILADI. Uning deduktiv qurilgani shu bilan izohlanadiki, geometriya kursini umumiylidän xususiylikka tomon o'rGANILADI. Chunki, avollo, tekislikda yotuvchni ixtiyoriy nuqtalar to'plamiga geometrik figura deb ta'rif beriladi, so'ngra ana shu geometrik figuraning xususiy hollari o'rGANILADI. Masalan, ko'pburchak va uning qabariq, botiq turlari o'rGANILADI, so'ngra qabariq ko'pburchakning turlari bo'lmish to'rtburchak, parallelogramm, trapetsiya, romb va kvadratlaming xossalari o'rGANILADI. Demak, bu yerda o'rGANISH JARAYONI umumiylidän xususiylik tomon amalga oshiriladi. Geometriya kursining mantiqiyligi deganda:

- a) ta'riflanmaydigan boshlang'ich tushunchalar qabul qilinadi (nuq ta, to'g'ri chiziq, tekislik va masofa);
- b) boshqa geometrik figuralar ta'riflanmaydigan tushunchalar yordamida ta'riflanadi;
- d) aksiomalar sistemasi qabul qilinadi;
- e) ta'rif va aksiomalar yordamida teoremlar isbotlanadi.

Yuqoridagi aytib o'tilgan bosqichlar geometriya kursining mantiqiy

qurilganligini ko'rsatadi.

## **Maktab matematika kursida aksiomatik metod va matematik strukturalar g'oyasi propedevtikasi.**

Maktab matematika kursida matematik hukmlar aksioma, postulat va teorema ko'rinishda beriladi.

Aksioma grekcha axioma so'zidan olingan bo'lib, uning lug'aviy ma'nosi «obro'ga ega bo'lgan gap» demakdir. Shuning uchun ham aksiomaga maktab matematika kursida quyidagicha ta'rif berilgan:

*«Isbotsiz qabul qilinadigan matematik hukm aksioma deyiladi».*

Aksioma asosan eng sodda geometrik figura yoki sodda matematik qonuniyatlarning asosiy xossalari ni ifodalovchi hukmdir. Masalan, maktab geometriya kursida o'iganish uchun qabul qilingan aksiomalarni qaraylik;

1.«*Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy bitta nuqtadan shu tekislikdagi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin».*

2.«*Tekislikdagi har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'lказish mumkin».*

Ma'lumki, matematika fani aksiomalar sistemasi asosida qurilgandir. Matematika fanining mantiqiy asosda qurilishini yaratish uchun aksiomalarning bo'lishligi haqida fikr Gretsiyada bundan ming yil aval paydo bo'lgan edi. XIX asrning oxiri va XX asrning boshlarida matematika fanining turli bo'limlarida aksiomalar chuqur o'rganildi va rivojlantirildi.

Matematika kursidagi aksiomalar sistemasi asosan quyidagi uch talabga javob berishi kerak.

1.Aksioma sistemasi ziddiyatsiz bo'lishi kerak. Bu degan so'z, biror aksiomadan chiqarilgan natija shu aksioma yordamida hosil qilingan boshqa natijaga yoki boshqa aksiomadan chiqarilgan xulosaga zid kelmasligi kerak.

2. Aksiomalar sistemasi mustaqil bo'lishi kerak, ya'ni hech bir aksioma ikkinchi bir aksiomadan kelib chiqadigan bo'lmasligi kerak.

3. Aksiomalar sistemasi shu fanga oid istalgan bir yangi tushunchani isbot etish uchun yetarli bo'lishi kerak, ya'ni biror matematik jumlanı isbotlashda hech qachon o'z-o'zidan tushunilishiga yoki tajribaga tayanilmaydi, bu matematik jumla boshqa teoremalar oxirida aksiomalar bilan asoslanishi kerak bo'ladi.

Maktab geometriya kursida quyidagi aksiomalar sistemasi mavjud.

**1. Tegishlilik aksiomasi:**

- a) har qanday to'g'ri chiziq nuqtalar to'plamidan iboratdir.
- b) har qanday ikki nuqtadan bitta va faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
- d) har qanday to'g'ri chiziqni olmaylik, shu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lган va tegishli bo'lмаган nuqtalar mavjud.

**2. Masofa aksiomasi:**

- a) har bir kesmaning uzunligi shu kesmaning har qanday nuqtasi ajratgan masofalar uzunliklarining yig'indisiga teng:
- b) A nuqtadan V nuqtagacha bo'lган masofa V nuqtadan A nuqtagacha bo'lган masofaga teng:  $|AS| = |BA|$ .
- c) Ixtiyoriy uchta A, V, S nuqta uchun A dan S gacha bo'lган masofa A dan V gacha va V dan S gacha bo'lган masofalar yig'indisidan katta emas:  $|AC| \leq |AB| + |BC|$ .

**3. Tartib aksiomasi:**

- a) to'g'ri chiziqdagi uchta nuqtadan bittasi va faqat bittasi qolgan ikkitasi orasida yotadi.
- b) to'g'ri chiziq tekislikni ikki yarim tekislikka ajratadi.

**4. Harakat aksiomasi:**

- a) Agar  $|AB|$  masofa musbat bo'lib, u  $|A_1B_1|$  masofaga teng bo'lsa, A nuqtani  $A_1$  nuqta va V nuqtani  $B_1$  nuqtaga akslantiruvchi faqat ikkita siljитish mumkin.

**5. Paralellik aksiomasi:**

Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa bitta va faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

**2.«Postulat»** so'zi lotincha so'z bo'lib, uning lug'aviy ma'nosi «talabni belgilovchi» demakdir. Postulat — bu ma'lum bir talab yoki shartlarni ifodalovchi matematik hukm bo'lib, bundagi talab va shartlarni ba'zi bir tushuncha yoki tushunchalar orasidagi munosabatlar orqali qanoatlantiradi.

**1-misol.** Evklidning «*Negizlar*» kitobida paralellik aksiomasi «beshinchı postulat» deb atalgan qadimgi matematiklar ana shu paralellik aksiomasini XIX asrning boshlarigacha isbotlashga urinib keldilar. Bu urinishlar har doim muvaffaqiyatsizlik bilan tugadi. Paralellik aksiomasining to'g'riliği hech kimda shubha tug'dirmasada, uni mavjud aksiomalarning va ilgari isbot qilingan geometrik faktlarning asosi uchun qabul qilish mumkin emasmikan, ya'ni u o'zicha teoremadan iborat emasmikan, degan savol barcha matematiklarni qiziqtirar edi. Parallel to'g'ri chiziqlar aksiomasini teskarisidan faraz qilish usuli bilan, ya'ni nuqta orqali berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bir nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin, deb qabul qilib isbotlashga urinishlar matematik qonuniyatlarga zid bo'lgan holatlarni keltirib chiqarishi kerak edi, ammo bunday bo'lmadi. Buyuk rus matematigi N.I.Lobachevskiy va undan bexabar holda venger matematigi Ya.Boya nuqta orqali berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bir necha to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin, degan farazni qabul qilib, boshqa “noevklid geometriya” ni qurish mumkinligini isbot qildilar. Lobachevskiy geometriyasi ana shunday dunyoga keldi.

**2-misol.** Munosabatlar ekvivalentligining ta'rifi ham quyidagi uchta postulat orqali ifodalanadi:

1) munosabat refleksiv bo'lishi kerak:  $\forall a \in A: a \xrightarrow{f} a$

2) munosabat simmetrik bo'lishi kerak:  $\forall a, b \in A: (a \xrightarrow{f} b) \Rightarrow (b \xrightarrow{f} a)$

3) munosabat tranzitiv bo'lishi kerak:  $\forall a, b, c \in A: [(a \xrightarrow{f} b) (b \xrightarrow{f} c)] \Rightarrow (a \xrightarrow{f} c)$

**Matematika o'qitishda izomorfizm g'oyasi. Teorema va uning turlari.**

Teorema so'zi grekcha so'z bo'lib, uning lug'aviy ma'nosi «qarab chiqaman» yoki «o'y lab ko'raman» demakdir, shuning uchun ham maktab matematika kursida teoremaga quyidagicha ta'rif berilgan:

*«Isbotlashni talab etadigan matematik hukm teorema deyiladi».*

Maktab matematika kursida teoremalaming quyidagi turlari mav-juddir:

- 1.To'g'ri teorema.
- 2.Teskari teorema.
- 3.To'g'ri teoremaga qarama-qarshi teorema.
- 4.Teskari teoremaga qarama-qarshi teorema.

To'g'ri va unga nisbatan teskari bo'lган teorema tushunchalarini o'quvchilaming ongida shakllantirishni — VI sinf geometriya kursining birinchi darslaridan boshlab amalga oshirish kerak. Masalan, quyidagi ikkita tushunchani olib qaraylik.

- 1.Bu figura parallelogrammdir.
- 2.Bu figura to'rtburchakdir.

Berilgan bu ikkala hukm o'zaro bog'liqdir. Boshqacha aytganda, birinchisining haqiqatligidan ikkinchining haqiqatligi kelib chiqadi, ammo ikkinchisining mavjudligidan birinchisining haqiqatligi har doim ham kelib chiqavermaydi. Agar bu bog'lanishni simvolik ravishda yozadigan bo'lsak u quyidagicha bo'ladi:

*Parallelogram => to'rtburchak*

Bu yerda biz paralellogramlar sinflni to'rtburchaklar sinfiga kiritdik. Yuqoridagidek bog'lanishlar geometriya kursining birinchi darslaridan boshlab tekshirayotgan matematik hukmlarning ichki o'zaro bog'lanishini ochib beradi. Masalan, «Ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng» degan hukmni simvolik holda quyidagicha yozish mumkin:

*Ichki almashinuvchi burchaklar => teng burchaklar*

Bu yerga agar ichki almashinuvchi burchaklar mavjud bo'lsa, u holda ular teng bo'ladi, degan fikr tasdiqlanadi. Agar yo'nalish teskari tomonga qo'yilsa,

bunday mulohaza hosil bo'ladi: «Agar burchaklar teng bo'lsa, u holda ular ichki almashinuvchi burchaklardir».

Maktab geometriya kursida shunday teoremalar borki, ularning shartidan xulosasining to'g'riliqi va aksincha, xulosasidan shartining to'g'riliqi kelib chiqadi. Masalan:

1. Agar to'g'ri chiziq burchak bissektrisasi bo'lsa, u berilgan burchakni teng ikkiga bo'ladi.

Bunga teskari bo'lgan teorema ham o'rinnlidir: «Agar to'g'ri chiziq burchakni teng ikkiga bo'lsa, bu to'g'ri chiziq shu burchakning bissektrisasi bo'linadi». Bu aytilganlarni simvolik ravishda bunday yozish mumkin:

Agar to'g'ri chiziq burchak bissektrisasi bo'lsa	$\Leftrightarrow$	Burchak teng bo'linadi
---	-------------------	---------------------------

Bundan ko'rindan, teorema shartining mavjudligidan uning xulosasining haqiqiyligi kelib chiqsa va aksincha, uning xulosasining mavjudligidan haqiqatligi kelib chiqsa, teoremaning shart va xulosalarida qatnashayotgan «agar» va «u holda» bog'lovchilarining o'rinnlari o'zgaradi.

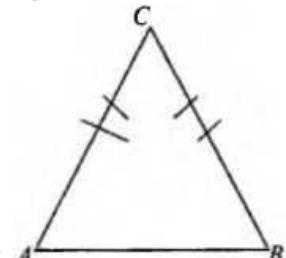
Agar biz shartli ravishda berilgan teoremani to'g'ri teorema desak, bu teoremadagi shart va xulosalarning o'rinnlarini almashtirish natijasida hosil qilingan teoremani teskari teorema deb ataladi.

**To'g'ri teorema:** *Agar uchburchakning tomonlari teng bo'lsa, u holda bu tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.*

*Berilgan:* .

*Isbot qilish kerak:*  $\angle A = \angle B$

*Isboti.* ABC asosi AB bo'lgan teng yonli uchburchak bo'lsin.  $\angle A = \angle B$  ekanligi isbotlanadi. Uchburchaklar tengligining birinchi alomatiga ko'ra CAB burchak CBA burchakka teng bo'ladi, chunki CA=CB va . Bu uchburchaklarning tengligidan: .



**Teskari teorema.** Agar uchburchakning burchaklari o'zaro teng bo'lsa, u holda bu burchaklar qarshisida teng tomonlar yotadi.

Berilgan:

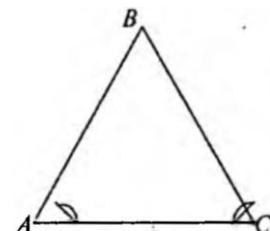
*Isbot qilish kerak:*  $BC=AB$ .

*Isboti.* 1) BK tomon AB tomondan katta bo'la olmaydi, aks holda avvalgi isbot qilingan teoremaga ko'ra bo'lar edi, bu esa teorema shartiga ziddir.

2) VS tomon AV tomondan kichik ham bo'la olmaydi, aks holda avvalgi isbot qilingan teoremaga ko'ra bo'lar edi, bu esa teorema shartiga ziddir. Demak,  $VS = AV$

### 3. Teoremalarni isbotlash metodlari

**Ta'rif.** *Isbotlash — deduktiv xulosa chiqarish zanjiri,*  
demakdir.



Har qanday isbotlash jarayoni quyidagi uch qismni o'z ichiga oladi:

1. Teoremaning bayoni — isbot talab etiladigan holat.
2. Argumentlar — teoremani isbotlash jarayonida ishlatilgan matematik hukmlar.

3. Isbotlash - deduktiv xulosa chiqarish orqali teorema xulosasida topish talab qilingan noma'lumni uning shartlari hamda avaldan ma'lum bo'lган argumentlardan foydalanib keltirib chiqarish.

Teoremani isbotlashga kirish va uni isbotlash jarayonida o'qituvchi yordamida o'quvchilar quyidagi mantiqiy ketma-ketlikka ega bo'lган bosqichlami bajarishlari kerak:

- 1) Teoremaning sharti va uning xulosasi nimadan iborat ekanligini to'la tushunib olishlari kerak.
- 2) Ana shu teoremaning shart va xulosasida qatnashayotgan har bir matematik tushunchaning ma'nosini bilishlari kerak.
- 3) Teoremaning shart va xulosa qismlarini matematik simvollar orqali ifodalashlari kerak.

4)Teoremaning shartida qatnashayotgan ma'lum parametrlar teorema xulosasidagi noma'lumi aniqlay oladimi yoki yo'qmi buni bilishlari kerak.

5)Teoremani isbotlash jarayonida teoremadagi shartlardan teorema xulosasining to'g'rilingini ko'rsatuvchi natijalar keltirib chiqarishi kerak.

6)Teoremani isbotlash jarayonidagi mantiqiy mulohazalarda teoremaning shartidan to'la foydalanishlari kerak.

7)Teorema isbot qilib bo'lingach, isbotlashda qo'llanilgan metodni ko'zdan kechirish va imkon bo'lsa, isbotlashning boshqa usullarini qidirib topish kerak.

Maktab matematika kursidagi teoremalarni isbotlash ikki usulda amalga oshiriladi.

1)Bevosita isbotlash usuli (to'g'ri isbotlash usuli);

2)Bilvosita isbotlash usuli (teskarisidan faraz qilish usuli);

Bevosita isbotlash usuli jarayonida teoremaning shartida qatnashayotgan ma'lum va parametrlardan hamda avaldan ma'lum bo'lgan aksioma, ta'rif va teoremalardan foydalangan holda mantiqiy mulohaza yuritib, teorema xulosasida talab qilingan noma'lumlar topiladi. Teoremalami bunday isbotlash analiz va sintez orqali amalga oshiriladi.

**Ta'rif.** *Noma'lumlardan ma'lumlarga tomoniga izlash metodi analiz deyiladi.*

Psixologik olimlar analiz metodini quyidagicha ta'riflaydilar: analiz — bu butunlardan bo'laklarga tomon izlash demakdir.

**Ta'rif.** *Ma'lumlardan noma'lumlarga tomon izlash metodiga sintez deyiladi.*

Psixologik nuqtayi nazardan sintez metodi bo'laklardan butunlarga tomon izlash metodi demakdir.

Fikrimiz dalili sifatida quyidagi teoremani analiz va sintez metodlari orqali isbotlaymiz.

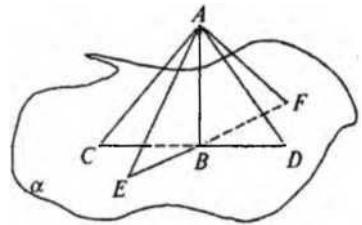
Teorema. V nuqtada kesishuvchi  $CD$  va  $EF$  to'g'ri chiziqlara tekislikda yotadi va  $CB = BD$ ,  $EB = BF$ .  $a$  tekislikda yotmaydigan A nuqta  $AE = EF$  va  $AC = AD$  tengliklarni qanoatlantiradigan qilib tanlansa,  $AB$  to'g'ri chiziq  $a$  tekislikka perpendikular bo'ladi (38-chizma).

Berilgan: a tekislik,  $(CD)A(EF)=B$ ,

$(CB=BD)\setminus\{EB=BF\}$ ,  $(AE=AF)K(AC=AD)$ .

*Isbot qilish kerak:*  $AB \perp a$ .

Is bot o t i. Bu teorema analiz metodi bilan isbotlanadi.



1.  $AB \perp a$  ekanligini isbot qilish uchun  $AB \perp CD$  va  $AB \perp EF$  ekanligini isbot qilish yetarli.

2.  $AB \perp CD$  ekanligini isbot qilish uchun  $\angle ABC=\angle ABD$  ekanligini isbot qilish yetarli chizma.

3. Bu burchaklarning tengligini isbot qilish uchun  $\triangle ABC=\triangle ABD$  ekanligini isbot qilish yetarli, lekin  $BC=BD$ ,  $AC=AD$ ,  $AB = AB$  shuning uchun  $\triangle ABC=\triangle ABD$ .

4.  $AB \perp EF$  ekanligini isbot qilish uchun  $\angle ABE=\angle ABF$  ekanligini isbot qilish yetarli.

5. Bu burchaklarning tengligini isbot qilish uchun  $\triangle ABE=\triangle ABF$  ekanligini isbot qilish yetarli, lekin  $BE=BF$ ,  $AE=AF$ ,  $AB=AB$ , shuning uchun  $\triangle ABE=\triangle ABF$ , bundan  $AB \perp a$ . ekanligi kelib chiqadi.

Isbotning sintez usuli 1.

2.

3.  $\angle ABE = \angle ABF$

4.

5. (2) va (4) ga ko'ra  $AB \perp CD$  va  $AB \perp EF$ .

6. (5) ga ko'ra  $AB \perp a$ .

### **Analogiya va umumlashtirish yordamida masala yyechish metodikasi.**

Uzluksiz ta'lim tizimi dasturining asoslarini o'zlashtirish natijasida quyidagilar o'z aksini topishi shart: tushunchalarni ta'rifini bilish, umumlashtirishni tashkil etish, analogiyani o'rnatish, klassifikatsiya qilish, klassifikatsiya mezoni va asosnomasini mustaqil tanlash, xulosalar chiqarish va

shakllantirish, mantiqiy mushohadalar o’tkazish, fikrlash (induktiv, deduktiv va analogiya bo’yicha) va yakuniy xulosa chiqarish.

*Analogiya* – muhokamaning ishonchli usuli, isbotlashdan ko’ra ko’proq ishonch hosil qilish. Analogiya bo’yicha qat’iy isbotlashda foydalanish.

*Umumlashtirish* olingan bilimni yangi holatga ko’chirish. Analogiya va umumlashtirsh metodidan masalalarni yyechishda, tasdiqlarni isbotlashda va yangi tushunchalarni kiritishda foydalanish mumkin. Tadqiqotda quyidagi savollar qaraladi: *umumi o’rta ta’lim, Al va KXX matematikasida analogiya va umumlashtirish metodidan foydalaniladimi? Darsliklarda qanday tipdagi masalalarni yyechish analogiya va umumlashtirish metodiga asoslanadi?*

**Analogiya metodi tushunchasi.** Analogiya – predmet yoki jarayonlarning biror xossalardan kelib chiqadigan tabiatan turli bo’lgan xossa, alomat, munosabat, o’xshashlikdir. Analogiya muhokamaning ishonchli usuli, biroq isbotlashdan ko’ra ko’proq ishonchli ma’lumotlar beradi. Undan, kelajakda analogiya bo’yicha qat’iy isbotlash mumkin bo’lgan taqdirda foydalanish mumkin.

Dj. Poya o’zining “Matematika i pravdapodobnye rassujdeniya” kitobida[55, 35-bet] analogiya biror turdagи xulosa deb e’tirof etadi. Analogiya va turli ko’rinishdagi xulosalar orasidagi farq fikrlovchining darajasidan iborat. Hosil bo’ladigan predmetlar o’zaro biror munosabatda bo’ladi.

Dj. Poya o’zining “Математическое открытие” kitobida analogiyani yangi faktlarning manbasi deb atadi. Sodda holda masalalarning o’xshash xossalari sifatida qarash mumkin. Analogiya faqat ishni davom ettirishga ko’rsatma beradi.

Yu.M. Kolyagin ifodalagan “foydali” va “zararli” analogiyalar haqida gapirish mumkin. Xususiy holda butun sonlarga xos bo’lgan bir qancha tushuncha va bilimlarni ratsional sonlar to’plamiga fikran o’tkazish “foydali” analogiya bo’ladi. Masalan, ikkita ratsional sonni taqqoslashda butun sonlarni taqqoslash uchun qo’llaniladigan algoritmdan foydalaniladi. 3 ga va 9 ga bo’linish alomatlaridan 27 ga bo’linish alomatini berishga bo’lgan harakat “zararli” analogiya bo’ladi.

Agar asosi 2 marta orttirilib, yon tomoni 2 marta kamaytirilsa to'g'rito'rtburchakning yuzi o'zgaradimi deb o'quvchidan so'rasak ha deb javob olamiz. Bu to'g'ri. Agar asosini 20% ga orttirilib, yon tomoni 20% ga kamaytirilsa to'g'rito'rtburchakning yuzi o'zgaradimi deb o'quvchidan so'rasak yo'q degan javob olamiz. O'quvchining oxirgi javobi noaniq. To'g'rito'rtburchakning asosini  $a$  bilan, yon tomonini esa  $b$  bilan belgilaymiz va  $S = a \cdot b$  ga ega bo'lamiz. Masala shartiga ko'ra o'zgargan to'g'rito'rtburchakning asosi  $a_1 = a + 0,2a$  va yon tomoni esa  $b_1 = b - 0,2b$  bo'ladi.

U holda  $S_1 = a_1 \cdot b_1 = a(1 + 0,2) \cdot b(1 - 0,2) = ab - 0,04ab$  bo'ladi. to'g'rito'rtburchakning yuzi 4% ga kamayadi.

Analogiya metodi bilan olimlar tomonidan kiritilgan ayrim yangiliklar o'z tasdig'ini topmadi. Masalan, frantsuz matematigi Ferma (1601-1665) tomonidan taklif etilgan  $2^{2^n} + 1$  ko'rinishdagi barcha sonlar tub son bo'ladi degan tasdig'i noto'g'ri bo'lib chiqdi. Fermaning xatosi shudaki, u  $2^{2^5} + 1$  ning qiymatini  $n = 1, 2, 3, 4$  bo'lgandagina haqiqatdan ham tub bo'lishiga asoslangan:

$$2^{2^1} + 1 = 5; 2^{2^2} + 1 = 17; 2^{2^3} + 1 = 257; 2^{2^4} + 1 = 65537$$

Shunga qaramasdan  $2^{2^n} + 1$  ko'rinishdagi sonlar Ferma sonlari deb ataladi [81, 22-bet]. Shvetsariyalik matematik Eyler (1707-1783) tub bo'lмаган  $2^{2^5} + 1 = 416700417$ sonni topdi.

Analogiya bo'yicha bu noto'g'ri xulosa yangi natija olishga asos bo'ldi:  $+ 1$  ko'rinishdagi sonlar orasida ham tub, ham murakkab sonlar mavjud. Analogiya metodi tadqiqot uchun asosiy tamal toshini qo'yishi mumkin, agar mos umumlashtirishlar, hatto, yolg'on bo'lsa ham.

**Analogiya metodining mavjudligi.** Analogiya metodini umumiy holda qaraylik. "Istoriya matematicheskix terminov, ponyatiy, oboznacheniy: Slovar-spravochnik"[8] kitobida metodga quyidagicha ta'rif berilgan: metod – grekcha so'zidan olingan, va  $\delta\varsigma$

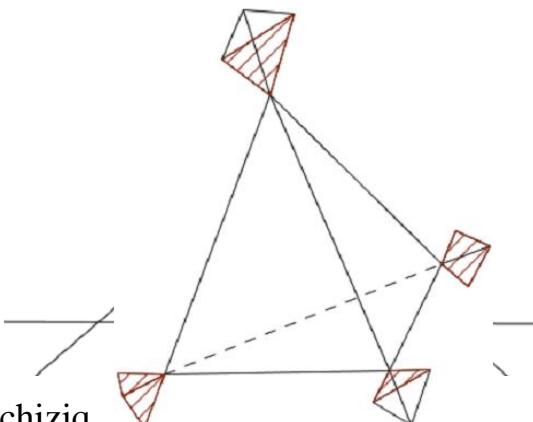
so'zlar birikmasi bo'lib(yo'l, usul) yo'lga olib chiquvchi usul ma'nosini anglatadai. Platon va Aristotel bu so'zlardan natijaga erishish uchun zarur bo'lган matematik amallar, operatsiyalar to'plami ma'nosida foydalangan.

Analogiya metodini qo'llash berilgan masalaga o'xshash bo'lган masalani yuzaga keltiradi. Umlashtirish metodi orqali masala tuzilishi bilan analogiyadan farqli tomoni shundaki, hosil bo'lган masala qaralgan masaladan ma'lum darajada murakkabroq bo'lsa. analogiya metodi har doim ham analogiya metodini to'la qo'llashga asoslanmaydi. Masalan, 7-sinfda o'zgaruvchi ifodalar mavzusi o'r ganilganda  $\frac{2a}{7b}$  va  $\frac{5c}{14d}$  kasrlarni yig'indisini topish uchun yordamchi  $\frac{4}{105}$  va  $\frac{31}{147}$  kasrlarni yig'indisini topish maqsadga muvofiqdir. 8-sinf o'quvchilariga yegipet uchburchagiga o'xshash  $3^2 + 4^2 = 5^2$  sonlarni topishni talab etish mumkin.  $x = a^2 - b^2; y = 2ab; z = a^2 + b^2$  tengliklardan  $z^2 = x^2 + y^2$  pifagor sonlarini hosil qilamiz. Bu yerda shunga o'xshash n son uchun formula topish mumkinmi degan savolning qo'yilishi tabiiy? Javob qoniqarli – formula bor:  $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)^2 = (a_1^2 - a_2^2 - \dots - a_n^2)^2 + (2a_1a_2)^2 + (2a_1a_3)^2 + \dots + (2a_1a_n)^2$

Analogiyada planimetrik masaladan stereometriyada foydalanish ancha foydali deb e'tirof etadi Yu.M. Kolyagin.

**Masala.** To'rtta ixtiyoriy tekislik fazoni nechta qismga ajratishi mumkin?

Yechish. To'rtta tekislik tekislikda uchta kesishuvchi to'g'ri chiziqni eslatuvchi tetraedrni aniqlaydi. Bunda berilgan masalaga o'xshash bo'lган yordamchi masala paydo bo'ladi: uchta ixtiyoriy to'g'ri chiziq tekislikni nechta qismga ajratadi? Avval yordamchi masalani yyechish zarur. Umumiyl holda 3 ta to'g'ri chiziq tekislikni 7 ta qismga bo'lishi mumkin. Ulardan biri chegaralangan(uchburchakning ichki qismi), qolganlari chegaralanmagan tekislikning qismlari, bundaylari uchburchak tomoniga ko'ra yoki tomonlarining



davomi bo'yicha ichki sohaning umumiy chegarasiga ega 6 ta. Bunday holda tekislik  $1+3+3=7$  qismga bo'lingan bo'ladi. Umumiy holda to'rtta tekislik fazoni quyidagi qismlarga ajratishi mumkin: ulardan biri tetraedrning ichki tomoni bilan chegaralangan. Fazoning chegaralanmagan qismlari tetraedrning yoqlari ichki sohasi bilan umumiy chegaraga ega bo'ladigani(4 qismi), yoki qirraga nisbatan(6 qism), yoki uchlar orqali o'tuvchi tekislikka nisbatan(yana 4 ta qism). Bunday holda fazo jami  $1+4+6+4=15$  qismga ajraladi. Planimetriyaga oid figura bilan stremetriyaga oid analogik figuralar orasidagi analogik xossalarni o'rganish mumkin.

To'g'ri burchakli piramidani tahlil qilaylik.

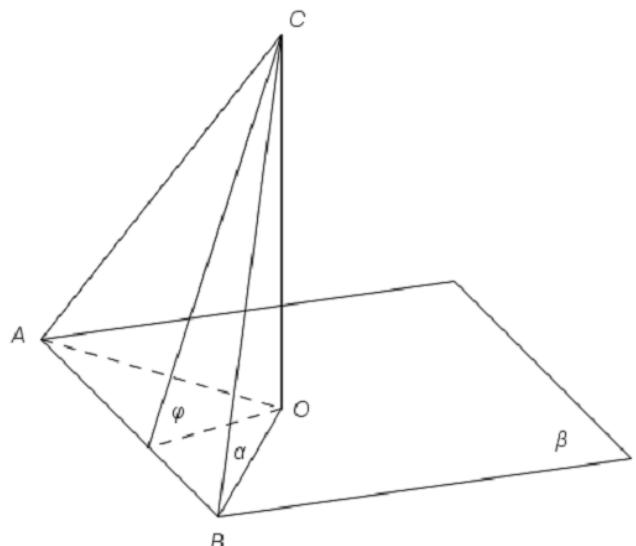
**1-formula.** Fazoda AVS uchburchak berilgan,  $\beta$  tekislikka ortogonal proektsiyalangan, masalan AV tomon orqali bo'lsin. AVS va  $\beta$  tekislik orasidagi burchak bo'lsin. U holda bo'lishini isbotlash mumkin. Bu formula tekis burchakning trigonometrik funksiyalarini hisoblamasdan to'g'ridan to'g'ri, ikki yoqli burchakning trigonometrik funksiyasini aniqlashga imkon beradi. Bu formula to'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchakli tetraedrgga analogik ekanligidan darak beradi.

**2-formula.** To'g'ri burchakli AVS uchburchakning gipotenuzasini  $x$  va  $u$  kesmalarga ajratuvchi  $CD = h$  balandlik tushirilgan. Unda  $h^2 = xy$  ni isbotlang.

Yyechish. To'g'ri burchakli tetraedrda balandlikning analogi – bu  $COH$  ( $CH \perp AB$ ) uchburchak. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$S_{\triangle COH} = H$ ;  $S_{\triangle CAH} = X$ ;  $S_{\triangle CBH} = Y$  u holda  $H^2 = \frac{1}{4} OH^2 \cdot OC^2$ . AH va HB

ko'paytmada  $OH^2$  almashtirish,  $\sin^2 \varphi \cdot CH^2$  ko'paytmada esa  $OC^2$  almashtirish



bajarib,  $H^2 = \frac{1}{2}AH \cdot CH \cdot \frac{1}{2}HB \cdot CH \cdot \sin^2 \varphi$ , ga ega bo'lamiz. Natijada ifoda  $H^2 = X \cdot Y \cdot \sin^2 \varphi$ , ko'rinishni oladi.

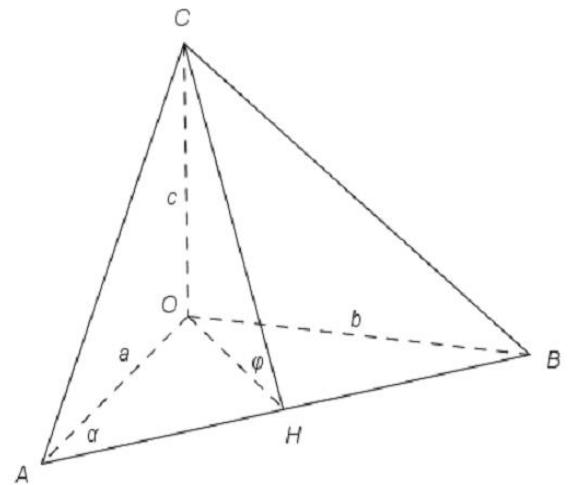
**3-formula.** To'g'ri burchakli uchburchakning yuzi katetlar ko'paytmasining yarmiga teng, unda

Analogiya metodini qo'llab to'g'ri burchakli piramidaning hajmini katetlarga yasalgan yuzalar ko'paytmasi orqali ifodalanadi.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{ab}{2} c = \frac{1}{6} \sqrt{a^2 b^2 c^2} = \frac{2\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{ab}{2} \frac{bc}{2} \frac{ac}{2}}$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{S_{\triangle AOB} S_{\triangle BOC} S_{\triangle AOC}}$$

**1-teorema.** To'g'ri burchakli parallelepiped uchun pifagor teoremasining analogi



mavjud:

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ , bu yerda  $d$  – parallelepipedning diagonali,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – lar parallelepipedning o'lchovlari.

To'g'ri burchakli parallelepipedda  $\angle AOB = \alpha$ ,  $\angle BOH = \beta$ ,  $\angle COH = \gamma$ . Analogiya metodini qo'llab quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$S_{\triangle CAB}^2 = S_{\triangle COA}^2 + S_{\triangle COB}^2 + S_{\triangle AOB}^2$ . Bu formulaga avvalgi tenglikni qo'llasak quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$S_{\triangle AOB}^2 \cdot \tan^2 \varphi = S_{\triangle COA}^2 + S_{\triangle COB}^2$$

SON to'g'ri burchakli uchburchakla, shartga ko'ra  $CO=c$  biroq OH masofa  $AOB$  va  $AHO$  uchburchaklarga tegishli. Ularning bittasida  $\sin \alpha = \frac{OB}{AB}$  ikkinchisida . SHunday qilib, hosil bo'ladi, bundan  $OH = \frac{OB \cdot AO}{AB}$   $AOB$  to'g'ri burchakli uchburchakdan  $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\text{Natijada: } OH = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \tan \varphi = \frac{c\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}$$

AOB, COA va COB uchburchakning yuzalari mos ravishda  $\frac{ab}{2}$ ,  $\frac{ac}{2}$ ,  $\frac{bc}{2}$

ga teng. Natijada hosil bo'lgan tenglama  $\frac{a^2 b^2}{4} \cdot \frac{c^2(a^2 + b^2)}{a^2 b^2} = \frac{a^2 c^2}{4} + \frac{b^2 c^2}{4}$  ko'rinishni oladi, uni soddalavshirib  $c^2(a^2 + b^2) = c^2(a^2 + b^2)$ . Oxirgi tenglik rost, shuning uchun quyidagicha xulosa chiqaramiz: *to'g'ri burchakli piramida gipotenuzaga yasalgan kvadratning yuzi katetlarga yasalagan kvadratlar yuzalarining yig'indisiga teng.*

**2-teorema.** Analogiya metodini qo'llab to'g'ri burchakli piramida uchun kosinuslar teoremasini kiritamiz: OAVS to'g'ri burchakli piramida quyidagi tenglik bajariladi:

$S_{\Delta AOC}^2 + S_{\Delta BOC}^2 = S_{\Delta ABC}^2 + S_{\Delta AOB}^2 - 2S_{\Delta ABC} \cdot S_{\Delta AOB} \cos \varphi$ , bu yerda  $\varphi$  burchak AVS va AOV yoqlar orasidagi ikki yoqli burchak.

Amaliyot shuni ko'rsatadiki o'quvchilar analogik xossalarni bilaman deb quyidagi xatoliklarni qilishlari mumkin: kasrni qisqartirishda  $\frac{a+b}{a+b} = \frac{a}{c}$ ,

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b \text{ ni bilgan holda } \log_c(a+b) = \log_c a + \log_c b$$

ni yozadilar, bu yerda,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\sqrt{a^2 b^2} = |ab|$  dan foydalanmoqchi bo'lib  $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$  ni yozadilar, kichik yoshdagi o'quvchilar 90:10=9 va 6:6=1; 9+1=10 ni bila turib 96:16=10 ga yo'l qo'yadilar,  $a5=b5$  dan  $a=b$  deb xulosa qilgan holda,  $a0=b0$  dan  $a+b$  deb xulosa qiladilar,  $\frac{3 \cdot 2}{8} > \frac{3}{8}$  dan  $\frac{a \cdot b}{c} > \frac{a}{c}$  deb xulosa chiqaradilar, ayrim o'quvchilar  $(a+b)c = ac + bc$  dan  $(ab)c = ac \cdot bc$  deb xulosa chiqaradilar, ayrimlari  $a=b$  dan  $ak=bk$  kelib chiqishini bilgan holda,  $a>b$  dan  $ak>bk$  deb xato qiladilar.

**Maktab matematika kursida umumlashtirish metodi.** Umumlashtirish metodini algebra va geometriya kursidagi turli masalalarni yechishda turli umumlashtirishlarga ega bo'lib qo'llashlari mumkin.

**1-umumlashtirish.** O'quvchilar 5-sinfda 11 ga ko'paytirish bilan tanishadilar: 11 ga ko'paytirish uchun o'ng tomoniga bitta nol yozib, berilgan sonni qo'shish kifoya:  $34 \cdot 11 = 340 + 34 = 374$ . Buni 101, 1001 ga ko'paytirishga yo'naltirish mumkin. Umumlashtirish qoidasini o'quvchilarning o'zлari ifodalashlari mumkin.

**2-umumlashtirish.** 7-sinf o'quvchilari quyidagi masalani yechishlari kerak bo'lzin[56, 48 – bet.]: fermerda quyonlar va tovuqlar bor. Ularda jami boshlar 50 ta va jami oyoqlar soni 140 ta bo'lsa, qancha tovuq va quyonlar bo'lgan? yechish. Tovuqlar soni  $x$  ta, quyonlar soni  $u$  ta bo'lzin. Unda masala shartiga ko'ra  $x + y = 50$ ,  $2x + 4y = 140$  Agar boshlar sonini  $h$  bilan, oyoqlar sonini  $f$  bilan belgilasak, masalaning qo'yilishi quyidagi ko'rinishni oladi: tovuqlar soni  $x$ , quyonlar soni  $u$ , barcha hayvonlarning boshlari soni  $x + y = h$ , , barcha

$$\begin{cases} x + 2y = \frac{f}{2} \\ x + y = h \end{cases}$$

hayvonlarning oyoqlari soni  $2x + 4y = f$  ta bo'ladi. Endi sistemani tuzib ikkinchi tenglamani birinchisidan ayirib  $y = \frac{f}{2} - h$  ga ega bo'lamiz. Bu masaladan foydalanib istalgan bosh va oyoqlar soni uchun(masala yechimga ega bo'ladigan) hayvonlarning sonini topish mumkin.

**3-umumlashtirish.** 7-sinf o'quvchilari quyidagi tengsizlikni isbotladilar [82, 64 – bet.]:

$$a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}, \text{ bu yerda } a, b, c \text{ lar musbat sonlar.}$$

Yechish. O'qituvchi quyidagi muammoni qo'yishi mumkin: isbotlangan tengsizlikni  $4,5, \dots, n$  ta had uchun umumlashtiring. O'quvchilar musta'qil ravishda  $a + b + c + d \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{cd} + \sqrt{da}$  ni yozadilar. Isbotlash oddiy bajariladi:

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}, \quad b + c \geq 2\sqrt{bc}, \quad c + d \geq 2\sqrt{cd}, \quad d + a \geq 2\sqrt{da}$$

chap va o'ng tomonlarini alohida alohida qo'shib isbotga erishiladi. O'quvchilar shu tariqa n ta had uchun

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq \sqrt{a_1 a_2} + \sqrt{a_2 a_3} + \dots + \sqrt{a_n a_1}$$

ni yozadilar.

**4-umumlashtirish.** 7-sinf fakultativ mshg'ulotning birida o'quvchilar  $12^2 = 144$ ,  $21^2 = 441$  ko'rinishdagi sonlar bilan tanishadilar, shu munosabat bilan quyidagi masalani olish mumkin [49, 71 – bet.]: son bu yerda, (n-natural) sonni qaraymiz.

$$\underbrace{10 \dots 0}_n 2^2 = (10^{n+1} + 2)^2 = 10^{2n+2} + 4 \cdot 10^{n+1} + 4 = \underbrace{10 \dots 0}_n \underbrace{40 \dots 0}_n 4$$

$$\underbrace{20 \dots 0}_n 1^2 \quad \text{sonning kvadrati}$$

$$\underbrace{20 \dots 0}_n 1^2 = (2 \cdot 10^{n+1} + 1)^2 = 4 \cdot 10^{2n+2} + 4 \cdot 10^{n+1} + 1 = \underbrace{40 \dots 0}_n \underbrace{40 \dots 0}_n 1$$

ga

$$\underbrace{10 \dots 0}_n 3^2 = (10^{n+1} + 3)^2 = \underbrace{10 \dots 0}_n \underbrace{60 \dots 0}_n 9 \quad \text{teng.}$$

SHunga o'xshash

$$\underbrace{30 \dots 0}_n 1^2 = (3 \cdot 10^{n+1} + 1)^2 = \underbrace{90 \dots 0}_n \underbrace{60 \dots 0}_n 1$$

$$1. \left(2x + 1 - \frac{1}{1-2x}\right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1}\right)$$

$$2. (a^2 + 2a + 1) \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a-1}\right)$$

$$3. \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x}\right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2}\right) + 1$$

$$4. 1 - \left(\frac{1}{a-2} - \frac{2}{a+2}\right) \cdot \left(a - \frac{3a+2}{4}\right)$$

$$5. 3b \sqrt[4]{\frac{a^7 \sqrt{ax}}{27b^2}}$$

$$6. (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})^2 - (4xy)^{\frac{1}{2}}$$

$$7. \frac{(\sqrt{x}+1)(x^2-\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}}{(x+\sqrt{x}+x\sqrt{x})^{-\frac{1}{2}}}$$

### **Mustahkamlash uchun savollar.**

1. Aksiomatik metod qanday metod?
2. Maktab matematika kursida aksiomatik metod deganda nimani tushunasiz?
3. Matematik strukturalar g‘oyasi pronedevtikasi haqida nimani bilasiz?
4. Maktab geometriya kursida qanday aksiomalar sistemasi mavjud?
5. Matematika o‘qitishda izomorfizm g‘oyasi. Teorema va uning turlari haqida so’zlab bering.
6. Teoremalarni isbotlash metodlariga misol keltiring.
7. Analogiya va umumlashtirish qanday usul?
8. Maktab matematika kursida umumlashirish metodi qanday bajariladi?

### **MATEMATIKADA ISHLATILADIGAN MUHIM BELGILAR**

- N - Barcha natural sonlar to’plami.
- Z - Barcha butun sonlar to’plami.
- Q - Barcha ratsional sonlar to’plami .
- R - Barcha haqiqiy sonlar to’plami.

- $R_+$  - Musbat haqiqiy sonlar to'plami.
- $[a;b]$  - yopiq oraliq (kesma)  $a < b$
- $(a;b)$  - ochiq oraliq (interval)  $a < b$
- $(a;b] ; [a;b)$  - yarim ochiq oraliqlar.  $a < b$
- $(-\infty; +\infty)$  - sonlar to'g'ri chizig'i (barcha haqiqiy sonlar to'plami )
- $[a;\infty);(a;\infty);(-\infty;a ] (-\infty;a )$  -son nurlari (yarim to'g'ri chiziqlar )
- $Ox$  - abstsissalar o'qi
- $Oy$  - ordinatalar o'qi
- $(a;b)$ - tartiblashgan sonlar jufti, koordinata tekisligiga tegishli nuqta koordinatalari.
- $M(x;y)$  - koordinatalari x va y bo'lgan M nuqta
- $\in$  - elementning to'plamga tegishlilik belgisi
- $n \in N$  - **n** soni natural sonlar to'plami **N** ga tegishli.
- $\notin$  - elementning to'plamga tegishli emasligi.
- $a \notin N$  - **a** soni natural sonlar to'plami **N** ga tegishli emas.
- $\subset$  - qism to'plamning berilgan to'plamga kirishlik belgisi .
- $N \subset Z$  - natural sonlar to'plami butun sonlar to'plamining qism to'plami
- $\cap$  - to'plamning kesishmasi belgisi
- $\cup$  - to'plamlarning birlashmasi belgisi .
- $f(x) \varphi(x) \Psi(x) g(x)$  va  $x.k$  – funksiyalarning belgilanishi .
- $f(x)$  - funksiyaning x nuqtadagi qiymati .
- $D(f)$  -  $f(x)$  funksiyaning aniqlanish sohasi
- $E(f)$  -  $f(x)$  funksiyaning qiymatlar to'plami .
- $[x]$  - x sonining butun qismi
- $\{x\}$  - x sonining kasr qismi .
- $|x|$  - x sonining moduli. (absolyut qiymati)

- $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$  - ketma-ketlikning limiti **a** ga teng

- $x \rightarrow a$  - **x** o'zgaruvchi **a** soniga intiladi.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  - **b** soni **f(x)** funksiyaning **x** argumenti **a** ga intilgandagi limiti.

$\Delta x$  - argumentning orttirmasi .

$\Delta f(x)$  - funksiyaning orttirmasi .

$f(x)$  -  $f(x)$  funksiyadan olingan hosila.

$f(x_0)$  -  $f(x)$  funksiyadan olingan hosila, funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi qiymati.

$e$  - natural logarifmning asosi ;  $e=2.71828\dots\dots (e^x)=e^x$ .

$\pi$  - aylana uzunligining uning diametriga nisbati ;  $\pi=3.1415\dots$

$\ln x$  - asosi  $e$  bo'lgan logarifmik funksiya.

$\int_a^b f(x)dx$  -  $f(x)$  funksiyaning **a** dan **b** gacha oraliqdagi integrali.

$\vec{a}; \vec{AB}$  - vektoring belgilanishi .

$\alpha$  - alfa

$\beta$  - betta

$\gamma$  - gamma .

$\delta$  - sigma .

$\xi$  - epsilon

$\eta$  - nyu

$\lambda$  - lyambda

$\mu$  - myu .

$\pi$  - pi

$\emptyset$  - bo'sh to'plam .

$\sqrt{-}$  - ildiz belgisi .

$\int$  - integral belgisi .

$\%$  - foiz

$\leq; \geq$  - qatiy tengsizliklar .

$\forall$  - ixtiyoriylik belgisi .

$\varphi$  - fi

## **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO`YXATI**

1. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni. (O‘zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining Axborotnomasi, 1997 y., 9-son, 225-modda; 2013 y., 41-son, 543-modda)
2. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi (O‘zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining Axborotnomasi, 1997 y., 11-12-son, 295-modda; O‘zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to‘plami, 2007 y., 15-son, 150-modda; 2013 y., 41-son, 543-modda)
3. Umumiy o‘rta ta’limning Davlat ta`lim standartlari va o`quv dasturi. Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 6-apreldagi 187-son qarori

4. Mirziyoyev Sh. Buyuk kelajagimizni mard va olajanob xalqimiz bilan birga quramiz. “O’zbekiston”, T.: 2017., 189-b
5. Mirziyoyev Sh.M. Erkin va farovon demokratik O’zbekiston Davlatini birligida barpo etamiz. Toshkent, “O’zbekiston”, 2016y. 13-14-b
6. Karimov I.A. Barkamol avlod – O’zbekiston taraqqiyotining poydevori. – T.: O’zbekiston, 1998. – 63 b.
7. Alixonov S. Matematika o’qitish metodikasi. Universitetlaming matematika fakulteti bakalavr yo’nalishidagi talabalari uchun darslik - T.: O’qituvchi, 2008 y. 359 b.
8. Haydarov B. Q.. *Matematika 5-sinf*: umumiyo‘rta ta’lim maktablarining 5-sinf uchun darslik / Qayta ishlangan va to’ldirilgan ikkinchi nashri. T.: «YANGIYO‘L POLIGRAF SERVIS» 2015y.240 bet.
9. Mirzaahmedov M.A., Rahimqoriyev A.A. umumiyo‘rta ta’lim maktablarining 5- sinfi uchun darslik
10. T.: O’Q ITUVCHI" nashrivot- matbaa ijodiy uvi 2015y.240 bet.
11. Темербекова А.А. Методика преподавания математики. Учебник для вузов. М.: Владос 2003 176 С.
12. Левитас Г.Г. Методика преподавания математики в основной школе Учебное пособие. Издательский дом «Астраханский университет», 2009, 180c.
13. A.Meliqulov, P.Qurbanov, P.Ismoilov “Matematika” kasb-hunar kollejlari uchun o’quv qo’llanma 1-qism. Toshkent “O’qituvchi” 2004.
14. A.Meliqulov, P.Qurbanov, P.Ismoilov “Matematika” kasb-hunar kollejlari uchun o’quv qo’llanma 2-qism. Toshkent “O’qituvchi” 2004.
15. Sh.A.Alimov, O.R.Xolmuhammedov, M.A.Mirzaahmedov “Algebra” umumiyo‘rta ta’lim maktablarining 9-sinf uchun darslik. TOSHKENT-2019.
16. Matematika 10 “Algebra va analiz asoslari geometriya” 1-qism O’rta ta’lim muassasalarining 10-sinf va o’rta maxsus, kasb-hunar ta’limi muassasalari o’quvchilari uchun darslik. TOSHKENT-2017.

## **MUNDARIJA**

S o'z boshi .....	3
I-Modul. 1.Matematikaga       fan va o'quv predmet sifatida tavsif. ....	5
2.Matematika o'qitish metodikasi predmeti va fan sifatida shakllanish tarixi.....	15
3.Matematik ta'limgan isloh qilish xarakati.....	25
II-Modul. 1. Matematika va uni o'qitishdagi ilmiy metodlar.....	32
2. Matematika o'qitishda tafakkur qilish shakllari.....	40
3. Matematika o'qitishda xulosa chiqarish shakllari va didaktik printsiplar.....	48
4. Matematikani o'qitish usullari.....	49
5. Matematika o'qitishni tashkil etish usullari.....	64
6. Matematika darslarida masofaviya ta'lim va elektron darsliklar.....	87
7. Matematikadan sinfdan tashqari mashg'ulotlar va ularni tashkil etish metodikasi.....	98
III-Modul.   1.Maktab matematika kursida to'plam va munosabat .....	106
2.Maktab matematika kursida sonlar haqidagi ta'lilot.....	113
3. Matematika kursida hisoblash madaniyati va ayniy almashtirishlar.....	135
4. Maktab matematika kursida funksiyalar haqidagi ta'lilot.....	146
5. Maktab matematika kursida geometrik figuralar haqidagi ta'lilot.....	171
6. Maktab matematika kursida tenglama va tengsizliklar haqidagi ta'lilot....	179
7. Maktab matematika kursida matematik analiz elementlari.....	187

8. Maktab matematika kursida miqdorlar va ularni o'lchashlar haqidagi ta'limot.....	211
9. Maktab matematika kursida aksiomatik metod va matematik strukturalar g'oyasi.....	218
Matemetikada ishlatiladigan muhim belgilar .....	236
Foydalanilgan adabiyotlar .....	239
Mundarija .....	241

**ABDULLAYEVA BARNO SAYFUDDINOVNA**

**DJURAEVA DILNOZA SHAKIRJANOVNA**

**DJURAKULOVA ADOLAT XALMURATOVNA**

## **MATEMATIKA O'QITISH METODIKASI**

*Oliy o'qiiv yurtlari talabalari uchun darslik*

**Muharrir: I. Allakov**

**Sahifalovchi: A. Jo'rayev**

**Musahhih: A. Mirzaraximova**