МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ НИЗАМИ

З. Г. Таджиева, Б. С. Абдуллаева, М. Э. Жумаев, Р. И. Сидельникова, А. В. Садыкова

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Рекомендовано Министерством высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан в качестве учебника по направлению бакалавриата 5141600 — «Начальное образование и спортивно-воспитательная работа»

ТАШКЕНТ
«TURON-IQBOL»
2011

УДК:372.851(075)
74.262.21
М54

Рецензенты: *Х. Ибрагимов* — доктор педагогических наук, профессор;
М. Зайниддинова — кандидат педагогических наук, доцент.

М54 **Методика преподавания математики**: учебник по направлению бакалавриата 5141600- «начальное образование и спортивно-воспитательная работа» / З.Г. Таджиева [ва бошқ]; МВ и ССО РУз, Таш. гос. пед. ун-т им. Низами. — Т.: Turon-Iqbol, 2011. — 336 с.

I. Таджиева, З. Г.

УДК:372.851(075)
ББК 74.262.21

Данный учебник предназначен для студентов педагогических ВУЗов, а также учителей начальных классов. В нем представлены как общие, так и частные вопросы методики преподавания всех основных тем программы.

Учебник призван содействовать изучению, углублению и обобщению методических знаний студентов, формированию творческого подхода к изучению вопросов курса, умению самостоятельно работать с методической литературой.

ISBN 978-9943-14-144-5

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая вниманию читателя книга является учебником по предмету «Методика преподавания математики», адресована студентам педагогических ВУЗов, обучающихся по направлению начального образования, а также учителям начальных классов. Учебник составлен в соответствии с Госстандартом образования Республики Узбекистан и учебной программой по данному предмету. Его содержание обусловлено задачами профессиональной подготовки учителей начальных классов на современном этапе новой образовательной технологии.

Книга состоит из двух частей:

1) в первой части рассматриваются общие вопросы обучения математике в начальных классах;

2) во второй части раскрываются вопросы изучения программного материала по всем основным темам.

Общая методика представляет собой конкретизацию дидактики с учетом специфики математики как учебного предмета. Эта часть называется общей, потому что вырабатывает на психолого-дидактической основе общие методические идеи, рекомендации. Частная методика по существу представляет собой применение общей методики к изучению конкретных тем курса математики начальной школы.

Учебник призван содействовать изучению, углублению и обобщению методических знаний студентов, формированию творческого подхода к изучению вопросов курса, умению самостоятельно работать с методической литературой.

Особенностью данного учебника является введение главы, посвященной истории развития математики, кроме того, к каждой конкретной теме даются соответствующие исторические справки. Другая особенность — специальная глава, раскрывающая содержание новых педагогических технологий, в частности, использование интерактивных методов при обучении математике.

Весь материал по курсу «Методика преподавания математики» в начальных классах связан и скоординирован с базовыми и смежными курсами педагогики, психологии, истории математики и теоретическим курсом математики.

При составлении учебника авторы, кроме личного опыта, творчески использовали работы ведущих специалистов в области методики преподавания математики в школе (начальной и средней), а также специальную литературу по вопросам истории математики и новым педагогическим технологиям. Список литературы представлен в конце книги.

Авторы выражают признательность рецензентам учебника: доктору педагогических наук, профессору Х. И. Ибрагимову, кандидату педагогических наук, доценту М. Зайниддиновой.

Авторы учебника с благодарностью примут объективные замечания и предложения по улучшению данного издания.

ГЛАВА I
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В Узбекистане с первых дней независимости последовательно осуществляется политика по реформированию сферы образования как ключевого звена проводимого курса реформ и обновления общества.

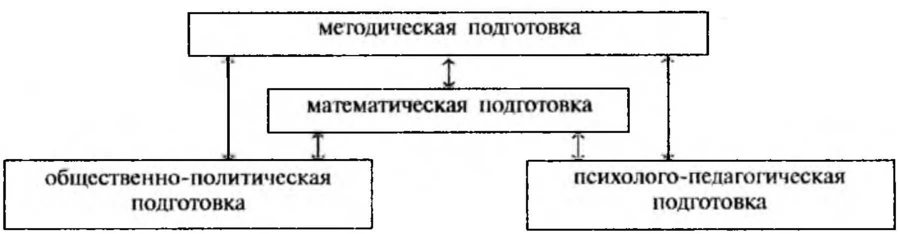
Для достижения поставленной цели принята и успешно реализуется Национальная программа по подготовке кадров, которая предусматривает «... реализацию национальной модели подготовки кадров, создание социально-экономических, правовых, психолого-педагогических условий для формирования всесторонне развитой личности, адаптации в современном изменяющемся обществе».

В связи с этим особенно актуальным становится повышение качественного уровня обучения и воспитания учащихся, начиная с начальной школы.

Подготовка учителя начальных классов к многогранной педагогической деятельности по обучению и воспитанию учеников имеет комплексный характер. Основными компонентами этой подготовки по предмету математика являются:

1. общественно-политическая подготовка;
2. психолого-педагогическая подготовка;
3. математическая подготовка;
4. методическая подготовка.

Это наглядно видно из следующей схемы:



Слово «методика» заимствовано из греческого языка и происходит от слова «методос», т.е. «путь вслед за чем-либо». Методика указывает пути к достижению определенных целей. Методика математики — отрасль педагогики, входящая в систему педагогических наук и исследующая закономерности обучения математике на определенном уровне ее развития в соответствии с целями обучения, поставленными обществом.

Предметом методики начального обучения математике является:

1. Обоснование **целей обучения** математике. Для чего учить математике? Без ответа на этот вопрос методика не может решать другие вопросы обучения.

2. Научная разработка **содержания обучения** математике. Чему учить? Как дать ученикам образование, чтобы оно соответствовало требованиям развития науки, техники и культуры? Как распределить курс систематизированных знаний в соответствии с возрастными особенностями учеников, чтобы обеспечить преемственность в изучении основ наук, недопустить перегрузки учеников учебными занятиями, привести в соответствие содержание образования с реальными познавательными возможностями учащихся?

3. Научная разработка **методов обучения**. Как учить? То есть, каковы должны быть методы учебной работы, чтобы ученики смогли овладеть необходимыми в наши дни знаниями, умениями и навыками, способами умственной деятельности? Как учить, чтобы в ходе учебы осуществлялось гармоничное формирование личности учащихся с его мотивами и потребностями, с определенной системой ценностей? Вопрос о методах обучения всегда был и остается одним из важных вопросов дидактики частных методик. Особую актуальность приобретает в настоящее время совершенствование и модернизация содержания образования, реализация идей воспитывающего и развивающего обучения.

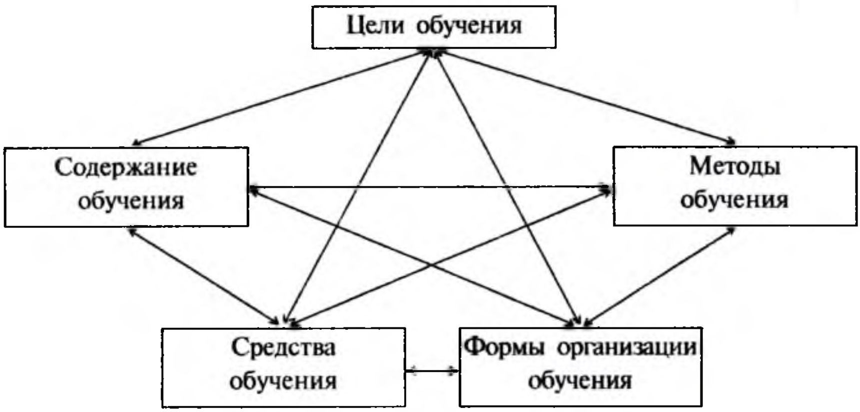
4. Разработка **средств обучения** — учебников, дидактических материалов, наглядных пособий и технических средств. (При помощи чего учить?). Потребности начальной школы, связанные с совершенствованием содержания обучения, с одной стороны, и большие потенциальные возможности средств обучения — с другой, сделали эту многогранную проблему весьма актуальной.

5. Научная разработка **организации обучения**. Как проводить урок и внеурочные формы обучения? В каких организационных формах осуществлять учебную работу, как эффективнее решать образовательные и воспитательные задачи в учебном процессе, чтобы сделать его не только процессом овладения знаниями, но и процессом формирования и развития личности учащихся?

Вопрос совершенствования организационных форм учебной работы так же, как и вопросы совершенствования содержания методов и средств обучения находятся в центре внимания педагогической теории и практики. Приведение организационных форм учебной работы в соответствие с новым содержанием образования, новыми методами и средствами обучения — насущная задача сегодняшнего дня.

Цели, содержание, методы, средства и формы обучения являются основными компонентами методической системы.

Методическую систему обучения математике младших школьников можно изобразить в виде схемы:



В приведенной схеме нашли отражение не только основные компоненты методической системы, начального обучения, но и двухсторонние связи между ними.

Методика преподавания математики тесно связана с другими науками и, прежде всего, математикой — базовой наукой. На отбор содержания школьного курса математики всегда оказывал влияние уровень развития самой науки математики. В XVIII веке в математике натуральное число понималось как собрание единиц, при первоначальном обучении арифметике большое внимание уделялось упражнениям на составление каждого числа первого десятка из единиц. Современная математика при обосновании понятия натурального числа опирается на теорию множеств. Установление взаимно однозначного соответствия между элементами конечных множеств дает возможность выделить классы эквивалентных между собой множеств и то общее, что характеризует каждый класс этих множеств, — натуральное число. Такое понимание сущности натурального числа приводит к введению в практику обучения упражнений в установлении взаимно однозначного соответствия между элементами сравниваемых множеств предметов.

На первых страницах современного учебника математики для 1 класса мы встречаем такие задания: «Обвести в одной строчке столько клеток, сколько яблок на рисунке, а в другой – столько клеток, сколько на рисунке мячей» и т.п. Выполнение подобных заданий побуждает детей устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами указанных множеств, что имеет существенное значение для формирования понятия натурального числа.

Известно, что в связи с введением теории множеств в курс математики 4–9 классов другие понятия, которые в старых программах считались самостоятельными, не связанными друг с другом, в современной трактовке рассматриваются на общей теоретико-множественной основе. Для подготовки к усвоению этих понятий в учебниках математики для 1—4 классов введено достаточное число упражнений, в которых без применения теоретико-множественной терминологии и символики по существу дети знакомятся с множеством, элементом множества, принадлежностью данного объекта множеству, подмножеством, получают первые представления об операциях объединения, пересечения, дополнения, знакомятся с классификацией.

Методика преподавания математики в начальных классах связана с общей методикой математики. Закономерности, установленные общей методикой математики, применяются методикой начального обучения математики с учетом возрастных особенностей учеников начальных классов.

Методика преподавания математики тесно связана с педагогикой, опирается на ее закономерности, между методикой преподавания математики и педагогикой существует двусторонняя связь. С одной стороны, методика преподавания математики опирается и разрабатывается на основе общей педагогической теории, что обеспечивает единство методологического и теоретического подходов к решению вопросов обучения математике. С другой стороны, педагогика в разработке общих закономерностей, в выработке своих обобщений опирается на данные, добытые методиками, что обеспечивает ее жизненность и конкретность.

Таким образом, педагогика «питается» конкретным материалом методик, использует его для педагогических обобщений и, в свою очередь, служит руководством при разработке методик.

Методика преподавания математики связана с педагогической и возрастной психологией. При решении многих вопросов воспитания и обучения педагог должен использовать знания по педагогической и возрастной психологии, изучающей объективные закономерности формирования духовного облика человека. Методика начальной математики тесно связана с другими методиками начального обучения (родным языком, природоведением, рисованием и др.). Учителю очень важно учитывать это, чтобы правильно осуществлять межпредметные связи.

В старших классах осуществление межпредметных связей затрудняется тем, что каждый предмет ведет определенный учитель, и при отсутствии тесного контакта в работе учителей-предметников осуществить межпредметные связи — задача более сложная. Другое дело в начальных классах, почти все предметы ведет один учитель и перед ним раскрываются возможности осуществления межпредметных связей.

На уроках различных учебных предметов начального обучения ученики получают конкретные представления о тех или иных фактах и явлениях окружающей действительности, их свойствах. Отличительной особенностью математики является то, что, изучая объективную действительность, она абстрагируется от конкретного содержания изучаемых явлений и предметов, от всего того, что не относится к наиболее общим сторонам действительного мира, его количественным и пространственным формам и отношениям. В этом — в абстрактности и всеобщности понятий — огромная сила математики, в этом же ее большие возможности в установлении многосторонних связей с другими учебными предметами.

Развитие педагогической науки невозможно без изучения и обобщения опыта работы по современному воспитанию, без глубокого исследования педагогического процесса. **Методы научного исследования** – это способы получения научной информации с целью установления закономерных связей, отношений, зависимостей и построение научных теорий.

К методам педагогического исследования относятся: наблюдение, эксперимент, изучение школьной документации, изучение ученических работ, беседы и анкетирование.

В методике начального обучения математике используются те же методы, что и в педагогических исследованиях в целом.

Метод наблюдения — это непосредственное целенаправленное восприятие педагогического процесса в обычных условиях с соответствующей фиксацией результатов наблюдения.Главное достоинство этого метода в том, что он позволяет представить непосредственную картину педагогической действительности.

В процессе наблюдения исследователь не вмешивается в обычное протекание учебного процесса. Оно проводится с определенной целью, по определенному плану, более или менее длительно. Ход наблюдения, факты, условия, обстановка, в которой проявляются факты, тщательно фиксируются в дневнике наблюдений. Наблюдение бывает сплошным, когда оно направлено на изучение широко взятого явления. Простейшей формой фиксации наблюдений может служить протоколирование, ведение дневников. Однако более надежно применение с этой целью технических средств: магнитофона, видеозаписи.

В качестве одного из методов исследования применяется изучение и обобщение передового педагогического опыта. Обязательное условие успешного использования данного метода состоит в том, чтобы описание опыта учителя отвечало поставленной задаче исследования, не было схематичным, включало анализ и сравнение, приводило к определенным выводам. В нашей стране проводится большая работа по изучению передового педагогического опыта. Обобщение этого опыта находит свое освещение в сборниках материалов научно-практических конференций, педагогических чтений, в монографиях и журнальных статьях.

Эксперимент — это тоже наблюдение начального обучения. Проводится он в специально организуемых, систематически изменяемых и контролируемых исследователем условиях. Педагогический эксперимент применяется при исследовании эффективности тех или иных методов и приемов обучения и воспитания, применении наглядных пособий и т.д.

Прежде чем проводить эксперимент, исследователь четко формулирует задачи исследования, разрешение которых должно иметь значение для школьной практики и педагогической науки. Проведению эксперимента предшествует ознакомление исследователя с теорией и историей вопроса, являющегося предметом изучения, а также с опытом практической работы в этой области. Большую роль играет в исследовании построение гипотезы. Вся организация эксперимента направлена на проверку гипотезы. Она дает возможность наметить пути сбора материала, не позволяет исследователю запутаться в фактическом материале. Анализ результата эксперимента проводится методом сравнения. Для этого подбираются две или несколько групп, по возможности равноценных по составу учащихся, уровню их подготовки и другим показателям. В одних классах (экспериментальных) проводится работа по специально разработанным исследователем экспериментальным материалам. Для сопоставления разбираются контрольные классы примерно с таким же по уровню знаний составом учащихся, в которых преподавание математики проходит одинаково, как и в экспериментальных классах, за исключением тех методов, средств и т.д., которые применяются в экспериментальных классах. Применяются и другие способы получения объективных данных о результате эксперимента.

1) В экспериментальном классе исходные условия менее благополучны, чем в контрольном классе. Если в нем получены лучшие результаты, то экспериментальное решение вопроса считается оправданным.

2) Берутся два класса, приблизительно равные по составу учащихся. Новое решение исследуемого вопроса сначала применяется в одном из этих классов и затем на материале другой темы в другом классе; если при таком контрастном применении новый метод или прием дал благоприятные результаты, он считается оправдавшим себя. Перед началом эксперимента, на промежуточных его этапах и в конце проводится проверка знаний учащихся всех классов. На основе анализа полученных данных делаются выводы об эффективности исследуемых приемов, методов и т.д. Выводы из эксперимента делаются на основе анализа качественных и количественных результатов, полученных в экспериментальных и контрольных классах. Существуют разнообразные способы определения количественных результатов (по успеваемости, соотношению правильных и неправильных ответов и т. д.). В последнее время с этой целью используются методы вариационной статистики, различная вычислительная техника. Для опытной проверки некоторых принципиальных положений осуществляется массовый эксперимент. Примером такого эксперимента может служить проверка новых учебных программ и учебников для учеников начальных классов Узбекистана.

Один из широко распространенных методов педагогических исследований — **изучение ученических работ и документов**. Ученические работы позволяют определить уровень подготовки учеников по определенным разделам программы, проследить их рост и развитие в течение определенного периода обучения. Так, например, специальные письменные и графические работы проводятся для того, чтобы делать так называемые «срезы», показывающие состояние знаний и умений детей по математике к моменту проверки. Проведение таких «срезов» через определенные промежутки времени показывают, продвигаются ли ученики вперед и в какой степени.

Большое значение имеет анализ ошибок, допущенных учениками в письменных работах. Такой анализ позволит выявить как типичные затруднения учеников класса в целом, так и индивидуальные особенности в усвоении математических знаний учениками. Учебная документация (учебные планы, программы, документы методической работы, отчеты и т.д.) оценивает процесс развития и состояние учебно-воспитательной работы.

Определенное значение для научно-исследовательской работы имеет **изучение ученических тетрадей**. Просмотр и анализ комплекта ученических тетрадей за длительный период помогает вскрыть систему работы учителя, а также особенности работы учащихся. Недаром считается, что тетрадь — зеркало работы ученика и системы работы учителя. В педагогических исследованиях используется и **метод беседы**. Использование этого метода дает возможность получить материал, дополняющий и уточняющий данные наблюдения, выполнение экспериментальных заданий. Предпосылкой успеха этого метода является установление контакта с детьми, возможность непринужденного, свободного общения с ними. В противном случае всегда есть опасность формальных ответов учащихся, получение недостоверного и поверхностного результата.

Важным для беседы является четкое определение ее цели, разработка программы, обоснование направления беседы и методики. Метод беседы предлагает включение вопросов прямых и косвенных, которые дают возможность проверить достоверность ответов на прямые вопросы. Ответы учеников обязательно фиксируется в специальном протоколе или на магнитофонную пленку. При этом фиксацию ответов надо проводить незаметно для детей. Метод беседы может быть обращен и к учителям, и к родителям учеников. В этих случае нет необходимости в указанных предосторожностях — здесь позиция исследователя может быть всегда открытой для собеседника.

В тех случаях, когда нужно выявить мнение по каким-либо вопросам, собрать какие-либо факты, применяется **метод анкетирования**. Если ответы даются устно, то ведется точная их запись в протоколе. Но ценнее письменное анкетирование, когда многие отвечают на одни и те же вопросы, причем каждый самостоятельно. При пользовании анкетой необходимо соблюдать два требования: 1) вопросов в анкете должно быть немного; 2) формулировка вопросов должны быть четкой, не расплывчатой, такой, чтобы ответ был однозначный.

Ведущую роль в научно-педагогических исследованиях занимают **теоретические методы**. В каждом исследовании сначала надо выбрать объект изучения, на основе теоретического анализа установить, от каких факторов этот объект зависит и выбрать основные из них для проверки. Надо четко определить цели и задачи исследования, разработать теоретические предпосылки и принципы, построить рабочую гипотезу. В соответствии с этим следует разработать методику проведения исследования, выбрать способы объяснения и сделать анализ полученных в ходе его фактов и формулирования выводов. Для проведения такой работы нужно изучить и проанализировать литературные источники, освещающие теорию и практику исследуемого вопроса в прошлом и настоящем времени. Теоретические методы применяются в каждом исследовании по методике математики вместе с другими методами.

ГЛАВА II
НАЧАЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ

Начальный курс математики, так же как и любой другой учебный предмет, должен решать образовательные, воспитательные и развивающие задачи. Одной из важнейших задач обучения математике была и остается выработка определенной системы вычислительных, измерительных и графических навыков, т.е. простых действий, которые автоматизируются многократными повторениями. Нельзя допускать подмены изучения начального курса математики только выработкой навыков и усвоением однотипных фактов в настоящее время. В современном начальном обучении математике становится характерным вооружение учащихся теоретическими сведениями, постоянное применение теоретических знаний для объяснения существующих связей между фактами и явлениями.

Ученики должны, как можно чаще и с все возрастающей долей самостоятельности, учиться выявлять закономерности и отношения, выполнять посильные обобщения, научиться делать выводы устно и письменно. Именно на это и нацеливает программа начальной школы, в которой явно выражено повышение теоретического уровня в обучении, ощущается важная роль теории при ее тесной связи с практикой.

Воспитывающее обучение в начальных классах является в то же время и развивающим. Особенно функция воспитывающего обучения возросла в связи с работой по действующей программе: обучение обеспечивает развитие наблюдательности, мышления, речи, памяти, воображения, подготавливает человека к труду.

Успешность решения образовательных и воспитательных задач обучения начальной математике во многом зависит и определяется степенью подготовленности детей к изучению этого курса, решения тех задач развивающего и обучающего характера, которые предусмотрены программами подготовительных групп детского сада и подготовительных классов при школах.

Основной задачей подготовки должно являться не столько создание условий для накопления и усвоения детьми фактических знаний, умений и навыков по математике (например, знаний о числе, форме, величине, умения складывать, вычислять, решать задачи на сложение и вычитание и т.п.), сколько подготовка к усвоению этих знаний. Основная задача подготовки детей к школе должна состоять в целенаправленном развитии личности ребенка. Здесь имеется в виду и развитие познавательных способностей (восприятия, памяти, мышления, речи, воображения и др.) и воспитание таких качеств, как наблюдательность, аккуратность и точность, коллективизм и т.д.

Главным в подготовке детей должна быть работа, направленная на формирование у них умения выполнять такие мыслительные операции, как анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация. Это работа должна осуществляться в неразрывной связи с решением задачи развития математической речи детей, накоплением разнообразного активного словаря, необходимого для успеха дальнейшего обучения. У детей должны быть воспитаны устойчивый интерес к математическим знаниям, умение пользоваться ими и возможность самостоятельно их приобретать. При подготовке детей серьезное внимание надо уделять формированию практических умений и навыков, рисованию простейших фигур, получению их путем перегибания листа бумаги, вычерчиванию отрезков и других фигур. Дети в этот период должны овладеть такими важными и нужными для учебной работы умениями, как умение слушать и сразу выполнять задания педагога, следить за указанием учителя. Надо научить детей выделять существенное, распределять последовательность выполнения задания, соотносить полученные результаты с поставленной задачей, выработать умение контролировать и критически оценивать свою работу.

Структура и содержание начального математического курса, изучаемого по действующим программам в 1–4 классах

Основным стержнем новой программы по математике является арифметика натуральных чисел, а вокруг этого стержня объединяются элементы алгебры и геометрии, которые органически включаются в систему арифметических знаний, способствуя более высокому уровню усвоения понятий о числе, арифметических действиях и математических отношениях.

Таким образом, по своей структуре курс начальной математики — триединый курс, в котором следует различать арифметическую, алгебраическую и геометрическую части в качестве составных.

Целям создания условий, наиболее благоприятных для формирования необходимых обобщений, отвечает не только содержание, но и система расположения учебного материала. В начальном курсе математики сохраняется концентрическое расположение изучаемого материала. В действующей программе выделяются следующие концентры: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа. Одновременно с рассмотрением нумерации и арифметических действий изучаются другие вопросы: алгебраический и геометрический материал, величины, задачи, дроби. Схематически расположение материала изображено на рисунке 1. Это дает возможность постоянно в процессе обучения опираться на сравнение, сопоставление и противопоставление связанных между собой понятий, действий, задач, выяснять сходство и различие в рассматриваемых фактах, раскрывать существующие между ними связи.

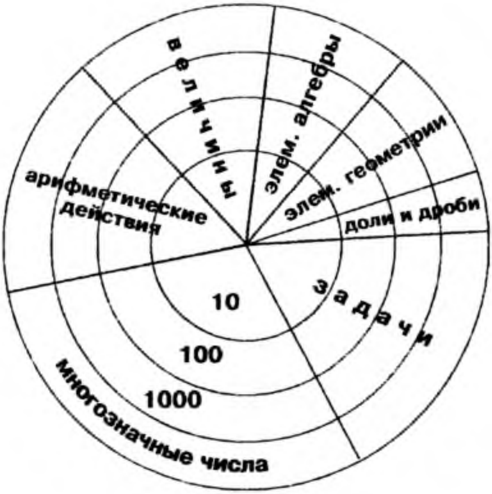


Рис. 1

Благодаря большому вниманию к теории и более рациональному построению курса удается значительно упростить изучение важнейших его разделов, сформировать осознанные практические умения. В программе для начальных классов представлен следующей круг элементарных сведений из арифметики: натуральные числа, нуль, четыре арифметических действия с этими числами, дроби, величины и действия над ними. Изучение этого материала должно привести учащихся к усвоению системы математических понятий, а также к овладению твердыми и осознанными вычислительными умениями и навыками. Эти навыки формируются, с одной стороны, при работе с предметными множествами, а с другой – на основе сознательного использования приемов вычислений. Это становится возможным благодаря тому, что в программу включено знакомство с некоторыми важнейшими свойствами арифметических действий и вытекающими из них следствиями. Это переместительное свойство сложения и умножения, распределительное свойство умножения и деления, следствия из основных свойств: прибавление числа к сумме $(a+b)+c$, вычитание числа из суммы $(a+b)-c$, прибавление суммы к числу $a+(b+c)$, вычитание суммы из числа $a-(b+c)$, прибавление (вычитание) суммы к (из) сумме, умножение числа на сумму, деление суммы на число; умножение и деление числа на произведение.

Каждое из названных свойств раскрывается на основе практических операций над множествами и числами, в результате чего учащиеся должны прийти к обобщениям. Для усвоения свойств в курсе предусматривается система специальных упражнений начального обучения. Главная сфера применений свойств – раскрытие на их основе вычислительных приемов. Например, уже в 1 классе после изучения переместительного свойства сложения вводится прием перестановки слагаемых для случаев вида $1+8$, $2+6$ и т.д. Рассмотрению случая вычитания $56-20$ предшествует рассмотрение разных способов вычитания числа из суммы, на основе чего раскрывается вычислительный прием: $56-20=(50+6)-20=(50-20)+6=36$.

Опираясь на свойства арифметических действий, связи между компонентами и результатом действий, десятичный состав числа, раскрываются приемы вычислений почти всех случаев, рассматриваемых в начальном курсе математики. Такой подход к изучению приемов вычислений обеспечивает, с одной стороны, формирование осознанных умений и навыков, т. к. учащиеся смогут обосновать любой вычислительный прием, а с другой — при такой системе лучше усваиваются свойства действий и другие вопросы курса. Одновременно с изучением свойств арифметических действий и соответствующих приемов вычислений раскрываются связи между компонентами и результатом арифметического действия. Например, если из суммы вычесть одно из слагаемых, то получится второе слагаемое. Здесь прослеживается изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов. Наряду с устными приемами вычислений в программе уделяется большое внимание письменным приемам. Арифметическое содержание программы включает в себя ознакомление учащихся с основными величинами: длиной, массой, временем, площадью, стоимостью. Вводятся единицы измерения этих величин, способы их измерения с помощью различных инструментов и приборов. В действующей программе существенно изменился подход к изучению мер длины. Уже при изучении нумерации первых чисел натурального ряда вводится сантиметр, при изучении 2-го десятка — дециметр, при изучении сотни — метр. Это позволяет формировать у учащихся понятие числа, как результата не только счета, но и измерения.

Особенность дальнейшего изучения мер состоит в том, что дети на протяжении четырех лет обучения учатся раздроблению и превращению мер, упражняются в действиях как с простыми, так и составными именованными числами. При таком подходе отпадает необходимость выделения именованных чисел в особую тему.

Целям осознанного, глубокого и обобщенного усвоения отвечает и введение элементов алгебры: на конкретной основе раскрываются понятия равенства, переменной, неравенства, уравнения.

Начиная с 1 класса, рассматриваются числовые равенства и неравенства ($7=7$; $9=4+5$; $6<8$; $5+1>4$; $6-3<6-2$ и т.д.), которые от концентра к концентру постепенно усложняются. Их изучение непосредственно связывается с изучением арифметического материала и помогает более глубоко раскрыть его. Здесь же рассматриваются уравнения, сначала простейшего вида: $x+5=6$, $7-x=4$ и т. п., а позднее, начиная со 2 класса, более сложные уравнения, например: $(x+7)-5=10$ и др. Решение уравнений выполняется на основе знаний зависимости между компонентами и результатом действий. Наряду с решением уравнений, начиная со 2 класса, ведется обучение решению задач с помощью составления уравнений. Во 2 классе вводится буква как символ для обозначения переменной и неравенства с переменной ($7-a>3$). Неравенства решаются путем подбора. Практическое ознакомление с переменной способствует овладению учащимися функциональными представлениями.

Геометрический материал служит целям ознакомления детей с простейшими геометрическими фигурами, развитию пространственных представлений.

Начиная с 1 класса, в программу включено изучение геометрических фигур: прямая, кривая, отрезок, многоугольники и их элементы, прямой угол и т. д. Ученики должны научиться различать геометрические фигуры, называть их и выполнять простейшие построения на клетчатой бумаге и на нелинованной бумаге с помощью линейки, угольника и циркуля. Учащиеся должны овладеть умением находить длину отрезка и ломаной, периметр многоугольника, площадь прямоугольника, квадрата и любой фигуры с помощью палетки. Курс начальной математики предусматривает также решение разнообразных задач геометрического характера.

В содержании математики начальных классов большое внимание уделено решению задач. Задачи являются теми упражнениями, с помощью которых, прежде всего, раскрываются многие вопросы начального курса математики. Например, с помощью решения задач раскрывается конкретный смысл арифметических действий, свойства действий, связь между компонентами и результатом арифметического действия и др.

Задачи являются средством связи обучения математике с жизнью, той сферой приложения математических знаний, которая позволяет обеспечить достаточно разнообразные жизненные ситуации для раскрытия разных сторон понятий. Кроме того, в процессе решения задач ученики овладевают практическими умениями и навыками, необходимыми в жизни. В начальных классах должен быть заложен достаточно прочный фундамент, на котором могло бы уверенно строиться дальнейшее математическое образование. Качественному переходу от начального обучения к обучению в 5 классе во многом способствует осуществление преемственности в содержании обучения. Учитель начальных классов должен быть знаком с программой для 5–6 классов и знать, что теперь в этих классах изучают не только арифметику и начала геометрии, но и вопросы теории множеств, уравнения и неравенства, отрицательные числа, геометрические построения и преобразования. При этом, например, изучение уравнений и неравенств уже в 5–6 классах ведется на теоретико-множественной основе, вводятся такие понятия, как «верные и неверные высказывания», «предложения с переменной», «множество решений», т. е. привлекаются элементы математической логики. При изучении действий над числами особый упор делается на общее понятие алгебраической операции. Даже беглый перечень вопросов, рассматриваемых в 5–6 классах, свидетельствует о том, что учитель начальных классов должен:

а) иметь четкие представления об основных понятиях теории множеств, математической логике, о числе, операциях над числами, о геометрической фигуре, величинах и их измерениях;

б) хорошо видеть перспективу тех математических знаний, умений и навыков, которые он формирует в начальных классах, и на их основе осуществлять связь с дальнейшим обучением математике.

Вопрос о преемственности обучения математике не исчерпывается преемственностью в содержании обучения.

Немалое значение имеет осуществление преемственности в применении методов, средств и форм обучения. Учителю начальных классов при посещении уроков в 5 классе необходимо присмотреться к методам и формам, используемым учителями-предметниками, к тем средствам обучения, которые они применяют. При этом необходимо перенять все ценное, что может быть использовано в начальных классах.

ГЛАВА III
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ

О принципе историзма в обучении школьному курсу математики

Неразрывная взаимосвязь и единство задач формирования мировоззрения учащихся, их всестороннего воспитания и развития позволяет прийти к выводу о желательности и целесообразности использования историко-математического материала при изучении современного школьного курса математики.

На самом деле хорошо известно значение ознакомления учащихся с историей науки для воспитания учащихся в духе патриотизма и интернационализма. Пример жизни великих мыслителей прошлого, их научных и нравственных убеждений способен оказать сильное влияние на процессы самосовершенствования и самовоспитания школьников. Например, гениальный ученый Беруни известен выдающимися открытиями в области астрономии, математики, географии, геологии, ботаники, он вошел в историю человечества как выдающийся философ-гуманист и поэт. Что же дало силу открытиям Беруни для последующего развития наук и практического использования полученных им научных результатов? Нет сомнения, что его убежденность в важности чистого знания и поиска его для совершенствования человека была велика. Главным было для Беруни – изучить и понять. Закладывание этой истины в фундамент нравственных убеждений школьников для современного учителя должно представлять не меньшую важность, чем ознакомление учащихся с научными примерами.

Исторические сведения, изучаемые совместно с учебным материалом школьного курса математики, хорошо запоминаются и, следовательно, могут служить средством восприятия учебной информации. Важно, чтобы в сознании школьников запечатлелись не отдельные, разрозненные эпизоды из истории развития математики, а процесс формирования ее основных идей и методов. Математика должна предстать перед школьниками в творческом процессе созидания, развития. Не менее важно и то, что история науки позволяет учащимся наблюдать в действии взаимосвязь и взаимообусловленность теоретического научного познания и практической деятельности человека. Это способствует более эффективному формированию мировоззрения и научного мышления учащихся.

Включение стройной системы историко-математических сведений в процесс обучения математике должно означать, что учитель признает законным определенный элемент занимательности и развлекательности, который связан с разного рода историческими курьезами. Но занимательное допустимо не только в начальных классах, оно может быть легким началом серьезного вполне научного разговора, помогающего учащимся усвоить содержание школьного курса, основные идеи, язык, методы современной математической науки, способы творческой математической деятельности.

Педагогика учит, что при изложении ученикам новой учебной информации целесообразно использовать все пути формирования познавательного интереса. Занимательное изложение новых математических фактов и явлений, как показывает практика лучших учителей математики страны, никогда не вредило последующему раскрытию их существенных свойств, а затем и показу причинно-следственных связей, общих принципов, действующих в различных условиях.

Ученые и методисты по-разному определяли цели введения элементов истории математики в преподавание математики в зависимости от общественного строя той или иной страны и общих задач школы. Однако общими почти всегда были и остаются поныне следующие цели:

1. Повышение интереса учащихся к изучению математики и углубление понимания ими изучаемого фактического материала.

2. Расширение умственного кругозора учащихся и повышение их общей культуры.

Программа нашей школы обязывает учителя сообщать ученикам в процессе преподавания сведения по истории математики и знакомить их с жизнью и деятельностью выдающихся математиков.

Однако в программе нет конкретных указаний на то, какие сведения по истории математики следует сообщать учащимся, в каких классах, в каком объеме и по каким разделам школьной программы. Школьные учебники, как известно, тоже таких сведений почти не содержат.

Одно сообщение об истории математики далеко не всегда способствует достижению тех целей, о которых говорилось выше. Знакомство учеников с историей математики означает продуманное планомерное использование на уроках фактов из истории науки и их тесное сплетение с систематическим изложением всего материала программы. Лишь такое сплетение может способствовать достижению указанных целей.

Ознакомление учеников с историей математики должно проводиться в основном на уроках математики и на внеклассных занятиях. При этом не следует рассчитывать на какие-либо дополнительные часы. Залог успеха состоит в умелом использовании элементов истории математики таким образом, чтобы они органически сливались с излагаемым фактическим материалом. Если начать такую работу с I класса и проводить ее систематически, то со временем исторический элемент станет для самих учащихся необходимой частью урока. Речь идет о том, чтобы при изучении той или иной темы учитель математики полнее и глубже раскрывал ее содержание, прибегая к истории науки.

Большую методическую трудность представляет решение вопроса об отборе конкретного материала по истории математики и о порядке его использования в том или другом классе. Здесь следует руководствоваться программой по математике.

Считаем, что в 1—4 классах следует ограничиться некоторыми начальными сведениями из истории математики и обращать внимание учеников на элементарные вопросы развития счета и численных алгоритмов, математической терминологии и символики, возникновение мер, создание способов измерений и простейших инструментов.

В этих же классах следует частично затронуть и некоторые стержневые вопросы истории математики, как, например, развитие понятия числа, происхождение и некоторые аспекты развития геометрии и алгебры. Целесообразно дать начальные сведения из истории уравнений. Есть немало вопросов из истории математики, к которым приходится возвращаться в курсе начальной школы по два-три и больше раз.

Трудным кажется на первый взгляд решение вопроса о том, как выкроить необходимое время. Однако вопрос о времени, как и вопрос о формах использования элементов истории математики на уроках, почти полностью починен главному вопросу — связи изучаемой в школе математики с ее историей. Какая бы ни была форма сообщения сведений по истории математики — краткая беседа, экскурс, лаконичная справка, решение задачи, показ и разъяснение рисунка, использованное время (5—12 мин) нельзя считать потерянным, если только учитель сумеет исторический факт преподнести в тесной связи с излагаемым на уроке теоретическим материалом. В результате такой связи у школьников пробудится повышенный интерес к предмету и тем самым повысится эффективность их занятий.

Опыт работы подсказывает: следует широко использовать для ознакомления с историей математики уроки закрепления пройденного, что будет способствовать оживлению этих уроков.

Главную методическую трудность представляет вопрос о том, как на деле сочетать изучение определенного раздела программы математики с изложением соответствующего исторического материала. Преодолеть эту трудность можно лишь постепенно, в ходе планомерной и скрупулезной работы.

Периоды развития математики

Период зарождения математики. Зарождение математики начинается с зарождения человечества и продолжается до VI в. до нашей эры. Этот период характеризуется накоплением первоначальных фактов. Эти факты не имеют под собой научного обоснования. Они опираются только на жизненный опыт и практическую деятельность человека. О состоянии математики этого периода можно судить по египетским папирусам, т.е. свиткам, изготовленным из стебля крупных тропических растений. Самым древним математическим папирусом, дошедшим до нас, является так называемый Московский папирус, написанный около 2000 г. до н. э. Длина его около 5,5 м, а ширина 8 см. Хранится он в Московском музее изобразительных искусств.

Важнейшим по содержанию является папирус Ахмеса, названный так по имени одного древнеегипетского писца. Его длина 544 см, ширина 33 см.

Написан этот папирус около 4000 лет назад. Сейчас он хранится в Лондоне, в Британском музее. В прошлом веке папирус был приобретен английским собирателем предметов старины Риндом, и поэтому называется иногда папирусом Ринда. Этот старинный математический документ озаглавлен так: «Способы, при помощи которых можно дойти до понимания всех темных вещей, всех тайн, заключающихся в вещах».

Если к сведениям, добытым из этих египетских папирусов, добавить сведения, расшифрованные в Вавилонской клинописи, то можно сделать следующее заключение. К VI в. до н.э. человечество знало счет, т.е. натуральные числа (но не в десятичной позиционной системе исчисления), 6 арифметических действий над числами (кроме сложения, вычитания, умножение и деления, еще были действия удвоения числа и нахождения половины числа), имело понятие о пропорции, умело решать простейшие уравнения первой степени с одним неизвестным. Из области геометрии были известны треугольник, квадрат, прямоугольник, трапеция, другие виды многоугольников, окружность, круг и т.д. Умели вычислить приближенно площадь этих фигур. В области математики, кроме ученых древнего Египта и Вавилона, очень продуктивно работали ученые древней Индии и Китая.

Период элементарной математики. Этот период начинается в VI в. до нашей эры и длится до XVII в. н. э. (т.е. продолжительность его 23 века).

За это время математика выделилась в отдельную науку. Начало периода знаменуется творчеством целой плеяды ученых древней Греции, (Аристотель, Пифагор, Евклид, Архимед, Апполоний, Фалес, Эратосфен и др.). Древние греки первоначально заимствовали математические знания из Египта и Вавилона. Хотя характер этих знаний был преимущественно практическим, в них содержались и некоторые зачатки теории. В результате изменения общественно-экономических условий древней Греции в VII–IV вв. до н.э. дополняются, обобщаются и систематизируются эмпирические знания по арифметике.

Геометрия как наука оформилась к III в. до н.э. благодаря трудам ряда греческих математиков и философов. Наибольшая заслуга в этом принадлежит Евклиду, жившему в г. Александрии.

Он привел в систему накопленные по геометрии сведения, дополнил их своими открытиями, а затем последовательно изложил в 13 книгах, назвав их «Начала». Его труд на протяжении свыше 2000 лет служил учебным пособием по геометрии. Его книги изучали все великие математики.

Начиная с VIII в. н. э. центр науки, культуры и просвещения перемещается на территорию современной Средней Азии. Большой вклад в развитие наук, в частности математики, внесли ученые ал-Хорезми, ал-Фергани, Абу Райхон Беруни, Ибн Сино, Омар Хайям, Насреддин ат-Туси, Гияседдин ал-Каши, Али Кушчи и многие другие, писавшие свои произведения на арабском языке.

В истории математики особое значение имеют труды Мухаммеда ал-Хорезми. В начале IX в. ученый написал алгебраический трактат «Китаб ал-джабр ва ал-мукабала», который является первым в мире самостоятельным сочинением по алгебре.

Написанные на арабском языке классические труды великих ученых в XII–XIV вв. были переведены на латинский язык, которым пользовались в средние века ученые Европы. Таким образом, среднеазиатские ученые-энциклопедисты не только внесли свою лепту в сокровищницу мировой науки, но и оказали значительное влияние на науку западной Европы.

Период создания математики переменных величин. Продолжается этот период с XVII до XIX в. Он связан с появлением переменной величины. В математике идея функции родилась вместе с понятием переменной величины. На первых ступенях своего развития понятие функции было тесно связано с геометрическими и механическими представлениями. У Декарта и Ферма представление о переменной величине появилось в связи с изучением геометрических вопросов. У Ньютона наглядное представление о переменной величине родилось в связи с изучением вопросов механики. Таким образом, третий период математики характеризуется возникновением отраслей математики, связанных с понятиями переменной величины и функции, т.е. математическим анализом, аналитической геометрии.

Период современной математики. Этот период начинается с XIX века, продолжается по настоящее время. Данный период характеризуется широкой разветвленностью и абстрагированием математических дисциплин. Появляются такие отрасли математики, как топология, статистика, теория вероятности и др.

В учебниках математики может содержаться современная трактовка какого-либо математического понятия, учения, теории. Но в объяснении учителя, в содержании проводимой им беседы должна найти место история математики. Такое изложение темы, раздела можно сделать экономным во времени с опорой, скажем, на самостоятельное домашнее изучение учащимися историко-математических текстов учебников математики или соответствующих статей в математической стенгазете. При этом учитель выиграет в доступности своего объяснения, в формировании интереса учащихся к изучению математики, истории науки и страны, к выдающимся личностям давно прошедшего времени, живущим в памяти народной века и тысячелетия.

Реализовать принцип историзма в изложении исходной учебной информации в процессе обучения математике в школе не означает беглого упоминания двух-трех фамилий ученых. Речь идет о постоянном стремлении учителя воспроизвести в своем объяснении исторически обусловленный процесс возникновения и эволюции тех или иных математических объектов с тем, чтобы это соответствовало интересам усвоения учениками содержания учебника.

Исторический материал к теме «Величины»

Трудно представить повседневную жизнь без измерения различных величин. Даже в первобытном обществе люди использовали для строительства жилья различные размеры: ширина жилища, его высота, объем и т.д.

Первыми средствами измерения длины служили части человеческого тела: пальцы, ладонь, шаг и другие. В Древнем Египте основными средствами измерения длины была длина локтя. Один локоть равнялся семи ладоням, одна ладонь четырем пальцам.

При изучении темы «Единица измерения длины» учителю рекомендуется показать, как можно измерить длину ленты с помощью своего локтя. Затем он предлагает нескольким ученикам измерить длину этой же ленты таким же способом. Так как длина локтя у ребят разная, то, естественно, результат будет разным. Это следует проанализировать. Поэтому в Древнем Египте был принят единый эталон, т.е. определенный образ размера локтя, ладони и пальца.

В Англии также использовались единицы длины, связанные с частями тела. Например, дюйм — (на голландском языке — «большой палец») равен длине трех зерен ячменя, взятых со средней части ячменного колоса.

В странах Средней Азии с древних времен пользовались различными единицами измерения. Утвержденные в настоящее время единицы измерения величин были внедрены в 1918 году. Но до сих пор в литературе и повседневной жизни встречаются такие единицы измерения длины, как «ботмон», «мискал», «таноб», «газ», «карич» (расстояние между большим пальцем и мизинцем), «чакирим» (верста) и другие.

В Узбекистане использовались следующие единицы измерения длины. «Газ» — в разных областях эта единица измерения толковалась по-разному. Обычно это было расстояние от кончика пальца вытянутой вперед руки до носа человека среднего роста. Во многих случаях один газ был длиннее метра, т.е. 106 см. Также пользовались единицей измерения «мил». В научной литературе значение мил встречается двух видов. Обычно 1 мил равен 4000 шагов, т.е. около 2 км. Кроме этого существовали и такие единицы измерения длины, как «фарсак» (длина шести штук зерен ячменя), «кулач» (т.е. размах руки), «карич», «суяк» и др.

Для измерения площади единицей измерения в Средней Азии служил «танаб». Это площадь квадрата со стороной 60 газов (т.е. 3600 кв. газов).

Один танаб в Хорезме равняется 4037 кв.м, в окрестностях Ташкента — 18209 кв.м, в Сурхандарье — 2733 кв.м.

Из истории измерения массы. В ходе своего развития перед человечеством возникла необходимость обменивать, продавать продукты питания (зерно, мясо), животных, изделия своего труда и т.д.

Рассыпные и жидкие продукты люди измеряли при помощи различных емкостей — ведер, сосудов, сита и т.д. Но для измерения количества, например, стройматериалов, металла пользоваться таким способом было невозможно.

Тогда возникла идея измерять количество товара по массе. Таким образом, появились весы. В Древнем Египте рычажные весы использовали еще до нашей эры.

В Узбекистане пользовались следующими единицами измерения массы:

«Ботмон» — в литературных источниках встречается как «манн». В повседневной жизни ботмон имел разное значение. Например, в Хорезме 1 ботмон равен 40,95 кг, в Бухаре и Самарканде — 8 пудов (т.е. 131 кг), в Ташкенте — 10,5 пуда (т.е. 171,5 кг).

«Даксари» — эта единица измерения, равная четвертой части ботмона.

«Мискал» означает массу от 4 до 5 граммов. В XIX веке один мискал был равен массе 100 штук зерен ячменя (4,5 грамма).

«Сер» (сир) — широко применяемая в странах Центральной Азии единица измерения массы, равная 1/40 части ботмона.

«Чакса» — эта единица измерения широко применялась в Ферганской долине. В Намангане 1 чакса равна 5,3 кг, в Коканде — 4,6 кг. Кроме них, в странах Центральной Азии использовались и такие единицы измерения массы, как арпа (0,05 кг), кадон (409,5 гр.) и другие.

Возникновение письменной нумерации. Много тысяч лет назад людям приходилось сооружать постройки, делить землю на участки, подсчитывать собранный урожай, вести календарь и производить другие виды работ, которые требовали умения считать и выполнять действия над числами. Запомнить все вычисления становилось трудно, поэтому возникает необходимость в записи чисел.

Многие народы — египтяне, жители Центральной Америки и другие — для записи чисел применяли картинки — иероглифы, изображавшие птиц, зверей, людей, части человеческого тела и т.д.

И вот в Малой Азии, где жили древние греки, которые вели оживленную торговлю с другими народами, возникает так называемая *алфавитная нумерация*. В этой системе числа обозначались при помощи букв, цифры имели какие-либо отличительные знаки. Например, у древних славян знак ставился над буквой и назывался *титло*. Первые девять букв обозначали единицы, следующие девять — десятки и остальные девять — сотни.

Большие числа обозначались этими же буквами, но применялись специальные обозначения. Так, слово *тысяча* заменяло значок, который ставился слева внизу около буквы.

Число 10 000 обозначалось той же буквой, что и 1, только без титла, но его уже обводили кружком. Называлось это число *тьмой*. Отсюда произошло выражение *тьма народу*.

Алфавитная нумерация удобна для обозначения небольших чисел (до 1000), но многозначные числа записывать не совсем удобно, а еще труднее было производить действия над ними.

В ходе развития человеческого общества эти системы записи чисел уступили место другим, более совершенным. Но зачатки алфавитной нумерации сохранились в нашем обиходе и по сей день. Так, мы часто нумеруем пункты при помощи букв алфавита. Правда, буквы служат только для обозначения последовательного порядка, а не количества. Никаких арифметических операций над такими буквами мы не производим.

Совершенно по-иному записывали числа древние вавилоняне. Они пользовались двумя знаками: клином для обозначения десятка и прямым клином для обозначения единиц. Число 32, например, писали так: .

Некоторые особенности были при обозначении больших чисел, но о них вы узнаете, когда будете учить математику в старших классах.

Вавилонская система записи чисел переходит в Индию, где ее совершенствуют. Там для обозначения чисел чертили (острием на земле или углем на доске) колонки так, что получались десятичные разряды: в первой колонке ставили единицы, во второй — десятки, а в третьей — сотни и т.д.; если не было единиц какого-либо разряда, то соответствующая колонка оставалась пустой.

Постепенно индийские вычислители стали освобождаться от черчения колонок, а на месте пустой колонки стали ставить нуль.

Из Индии новая система записи чисел распространилась по всему миру. При этом одни народы переняли у индийцев только принцип обозначения чисел, оставив старые написания цифр, а другие заимствовали и написание цифр.

В страны Европы индийская нумерация была занесена арабами в X—XIII вв. (отсюда и сохранившееся поныне название *арабские цифры*), однако принята она была далеко не сразу. Почти до XVIII в. не разрешалось применять эту систему записи чисел в официальных бумагах. Но преимущество индийской нумерации было настолько велико, что она постепенно вытесняет все другие.

В России эта система получила широкое распространение с 1703 г., когда Л. Ф. Магницкий в своем учебнике арифметики, наряду со славянской системой, ввел индийскую. Сейчас мы настолько привыкли к обозначению чисел с помощью десяти знаков (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0), что не замечаем удобства и простоты, когда можно этими значками записывать какие угодно числа.

Римская нумерация. Уже в 1 классе при изучении математики вы по-разному записываете одни и те же числа. Так, выполняя действия, сравнивая выражения, числа один, два, три обозначаете знаками: 1, 2, 3. Но записывая кратко задачу, перечисляя пункты плана, вы эти же числа записываете иначе; I, II, III. Почему одно и то же число мы записываем по-разному?

Это происходит потому, что до сегодняшнего дня, наряду с индийской системой записи чисел, люди пользуются римской нумерацией.

Обыкновенные дроби. Уже говорилось о том, что потребовались многие тысячи лет, чтобы люди научились считать целыми единицами: 1, 2, 3, 4, ...

Потребовались еще тысячи лет, прежде чем люди научились делить единицу на части, т.е. пришли к мысли о существовании дробей.

На севере Африки, в Египте, в районе г. Мемфиса стоят пирамиды. Это самые удивительные постройки, сохранившиеся до нас от древнего мира. Высочайшая из всех пирамид — Хеопсова — построена около 5000 лет назад. Высота ее почти 150 м, площадь основания 40000 м^2. (4 га), строили ее 30 лет. Внутри пирамиды есть ходы сообщения, комнаты, различные тайники.

В 1872 году в тайниках одной из пирамид был найден сверток плотной бумаги, обработанный особым образом. Такой сверток называется папирусом.

Дроби в Древнем Египте. Изучение папирусов показало, что египтяне обозначали дроби не так, как обозначаем их мы: вверху — числитель, показывающий, сколько долей единицы берется, ниже черты — знаменатель, показывающий, на сколько равных частей разделена единица. Любая дробь у нас записывается единообразно.

Черты для дроби у них не было, специального общего для всех дробей способа обозначения также не было. Вот образец записи дробей египтянами:

Египтяне употребляли только дроби с числителем единица и дробь $\frac{2}{3}$.

Числа, которые мы выражаем дробями с числителями, бо́льшими единицы, египтяне представляли суммами нескольких дробей с числителем единица. Например,

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}; \qquad \frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}; \qquad \frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$$

У египтян были в ходу специально составленные таблицы, при помощи которых они и производили действия над такими дробями.

Черта для дроби. Запись дроби чертой установилась не сразу. В индийской рукописи, написанной, вероятно, около IV в. н. э., дробь записывается так: 1/3 . Это очень похоже на нашу запись, не хватает только горизонтальной черты.

Таджикский ученый ал-Насави (умер около 1030 г.) смешанное число писал так: 1/ 1/3, а дробь 1/3 записывал 0/1/3.

Ученый ал-Хассар (XIII в.) первый применяет горизонтальную черту, а итальянский ученый Леонардо Пизанский применяет эту черту регулярно. После Леонардо горизонтальная черта для дроби вошла во всеобщий обиход.

Есть выражение: «Попал в тупик», т. е. попал в такое положение, откуда нет выхода. У немцев аналогичная поговорка гласит: «Попасть в дроби». Она означает, что человек, попавший в «дроби», попал в очень трудное положение. Поговорка эта напоминает нам о тех временах, когда дроби считались самым трудным и самым запутанным отделом математики. Тот, кто не знал дробей, не признавался сведущим в арифметике. Освоить же дроби было тяжело. Даже самые образованные люди считали действия с дробями весьма трудными. Это происходило потому, что общих приемов действия с дробями и записи дробей не было, их складывали по различным «рецептам».

Кто изобрел десятичные дроби. Десятичные дроби впервые были употреблены замечательным узбекским ученым ал-Каши. В начале XV в. в Узбекистане, вблизи города Самарканда, была создана большая обсерватория. В ней производились наблюдения за движением звезд, планет и Солнца, вычислялись дни праздников и т. д. В обсерватории работали лучшие ученые того времени. Руководитель обсерватории ученый Джемшид ибн-Масуд ал-

Каши, иногда называемый Гиясседдином ал-Каши, был высокообразованным математиком и астрономом. Он оставил после себя много замечательных математических открытий. В 1427 г. ал-Каши закончил книгу «Ключ к арифметике». В этой книге он впервые в мире употребляет десятичные дроби, дает правила действия с ними, поясняет эти правила на примерах, подробно описывает новую, открытую им систему записи дробей. Для обозначения разрядов он применял разные способы: отделял вертикальной черточкой, писал разными чернилами, иногда выписывал название разряда полностью словами.

До этого в практике люди пользовались только обыкновенными дробями. О возможности десятичных дробей не догадывались даже величайшие ученые древней Греции.

Джемшид Гиясседдин ал-Каши умер около 1430 г. Год рождения его неизвестен. Труды ал-Каши долго не были известны европейским ученым. А потребность в упрощении записи и действий с дробями была большая. Европейские ученые искали и, наконец, нашли новый вид дробей, более простой и удобный. В Европе впервые подробно описал десятичные дроби талантливый фламандский инженер и ученый Симон Стевин (1548–1620). В книге «О десятой», изданной в 1585 г., Стевин подробно описал правила действий и преимущества открытых им десятичных дробей.

Стевин не был знаком с трудами ал-Каши и действительно открыл десятичные дроби. Но он открыл открытое. Первенство принадлежит Джемшиду ал-Каши, опередившему Стевина на полтора века. В Европе предшественником Стевина в середине XIV в. был Бонфильс из Франции.

АЛГЕБРА

Буквенные выражения. Алгебра есть раздел или часть большой и очень важной науки — математики. Разделами математики являются также и знакомая вам арифметика и геометрия. Кроме них, в математику входит много других разделов. Алгебра возникла в глубокой древности. Жизнь постоянно ставила перед людьми задачи: определить площадь участка, найти объем тела или объем кучи зерна. Среди этих различных задач было много похожих, или, как говорят, однотипных. Людям нужны были способы решения однотипных арифметических задач, и они находили их в разное время, в разных странах. Отдельные алгебраические понятия и приемы решения задач возникли несколько тысяч лет назад в древних государствах — Вавилонии и Египте. Одно из них — Вавилония, по имени города Вавилона, столицы этого государства, располагалось между реками Евфратом и Тигром, там, где сейчас государство Ирак. Другое, Египет, — в долине реки Нил в Африке, там, где сейчас государство Египет.

О состоянии математических знаний Вавилона и Египта мы можем судить по древним рукописям (папирусам) и глиняным плиткам, с нанесенными на них надписями. Эти плитки и папирусы были найдены при раскопках на месте древних городов.

Надписи на них были прочитаны учеными. Содержание надписей говорит о том, что около 4000 лет назад египтяне и вавилоняне владели некоторыми приемами решения задач, которые мы сейчас применяем в алгебре.

В VII в. до н. э. греческие купцы стали посещать Египет. Они увидели там много интересного, о чем рассказали у себя на родине. Вслед за купцами в Египте побывали ученые. Постепенно греки усвоили достижения египтян и вавилонян в области математики и стали развивать и продолжать их науку. Большое развитие в древней Греции получила геометрия. Арифметика, решающая практические задачи, не считалась наукой. Греки научились решать многие алгебраические задачи, но их решения носили геометрический характер, т. е. алгебраические и арифметические задачи они решали геометрически.

Вместо чисел они брали отрезки, вместо квадратов и произведений двух чисел — площади и т. д. Лишь очень немногие греческие ученые употребляли и развивали чисто алгебраические методы решения задач. Одним из них был Диофант Александрийский, живший, вероятно, в III в. н. э. Работы Диофанта имели большое значение, и можно считать, что он был одним из тех, кто заложил основы алгебры в том виде, в каком она развилась потом.

В силу разных исторических причин в начале нашей эры греческая наука и культура пришли в упадок.

В VI в. н. э. кончается развитие греческой математики. Но к тому времени в области математики больших успехов достигли индийцы, развитие математики которых шло параллельное с развитием ее у других народов. Самое древнее сочинение индийцев по математике, известное сейчас, написано в IV или V в. н. э., называется оно «Сурья-Сиддханта». Автор ее неизвестен. В Индии особое развитие получили арифметика и алгебра. В течение приблизительно семи веков (с V по XII) индийцы сделали очень много открытий в математике. Одной из самых больших заслуг индийцев является создание алгебры, начало которой имелось у вавилонян.

ГЕОМЕТРИЯ

Возникновение геометрии. Слово «геометрия» греческого происхождения. В буквальном переводе оно означает «землемерие».

Возникла геометрия в Египте более 4000 лет назад. Вот что пишет о зарождении геометрии греческий историк Геродот, живший около 2500 лет назад: «Сезострис, египетский царь, произвел деление земель, отмежевав каждому египтянину участок по жребию, сообразно этим участкам с их владельцев ежегодно взимали налоги.

Если Нил заливал чей-нибудь участок, то пострадавший обращался к царю и докладывал ему о случившемся. Тогда царь посылал землемеров (геометров); они измеряли, на сколько уменьшился участок, и сообразно этому понижал налог. Вот откуда возникла геометрия и перешла из этой страны в Грецию». Нельзя думать, что не будь Нила с его мощными разливами, не было бы и геометрии. Людям нужно было определять расстояния между точками, площади участков и объемы тел (употребляемых, например, при по-стройке жилищ), и они создали бы геометрию не в Египте, так в Индии, не в Индии, так в Китае. Да оно так и было. Жизнь заставляла людей находить способы измерения площадей и объемов в разных странах в разное время.

Постепенно, в течение многих веков, накапливали древние египтяне различные научные знания, в том числе и знания по геометрии. Они умели довольно точно определять площади фигур, объемы некоторых тел, решать некоторые другие геометрические задачи. Но геометрии как науки у них не было. У них было множество различных правил-рецептов, не соединенных между собой общей идеей, не приведенных в единую стройную систему. Этими рецептами владели чаще всего жрецы храмов, которые держали их в секрете.

Цари Древнего Египта постоянно вели долгие изнурительные войны, которые ослабляли экономическую мощь страны. Были периоды, когда Египет завоевывался разными другими народам, — это были периоды жестокой эксплуатации страны, наука и искусство пришли в упадок.

Но к северу от Египта, в Греции, уже зародилось новое государство — греческое. Греческие купцы посещали Египет и, возвратясь, много рассказывали об этой «стране чудес». Вместе с купцами Египет стали посещать ученые, и достижения египетской науки постепенно стали известны древним грекам.

Но греки не просто усвоили достижения египтян. Они исправляли их ошибки и развивали геометрию дальше. Именно в Древней Греции около 2500 лет назад геометрия стала математической наукой.

Геометрия в Греции. В середине VII в. до н. э. западное побережье Малой Азии принадлежало Греции. Средняя часть этого побережья называлась Ионией. В Ионии были большие города, ведшие оживленную торговлю со многими странами. В одном из этих городов, в Милете, жил Фалес (около 640–548 гг. до н. э.), которого считают родоначальником греческой математики. Торговые дела привели Фалеса в Египет, где он ознакомился с египетской наукой. Геометрия заинтересовала Фалеса больше всего. Остаток жизни он посвятил не только усвоению созданного египтянами в области геометрии, но и ее разработке. Полагают, что Фалесу принадлежит первое доказательство теоремы о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, равенство вертикальных углов и некоторые другие теоремы начальной геометрии. Древние греки приписывали Фалесу первое в истории науки предсказание солнечного затмения, которое произошло якобы точно в срок, предсказанный Фалесом (28 мая 585 г. до н. э.).

Трудно судить, насколько достоверен факт предсказания солнечного затмения Фалесом, но в свое время эта легенда произвела большое впечатление.

Фалес считается основателем так называемой ионийской школы, которая дала толчок к систематизации математических знаний, заимствованных у египтян и вавилонян.

Ионийская школа дала толчок не только к систематизации знаний, но и к самостоятельному математическому творчеству в Древней Греции. В VI в. до н. э. центром математического творчества стала пифагорейская школа в Южной Италии. Здесь были открыты несоизмеримые отрезки, создано учение о подобии, найдены способы построения некоторых правильных многоугольников и многогранников, доказана теорема Пифагора и т. д.

В V в. до н. э. Гиппократ Хиосский сделал попытку изложить все знания по геометрии в одном сочинении. Это первая упоминаемая попытка создания систематического сочинения по геометрии. Сочинение Гиппократа до нас не дошло. О том, что оно существовало, мы знаем из сочинений других ученых Древней Греции. В дальнейшем геометрия развивалась трудами многих ученых греков. Назовем некоторых из них: Архит Тарентский, Платон, Евдокс, Менехм.

К 300-м годам до н. э. геометрия становится самостоятельной математической наукой. К этому времени ученый Евклид написал книгу, названную им «Начала», написание которой относится к 325-300-м годам до н. э.

Евклид собрал почти все, что было создано до него по геометрии, и привел в единую стройную систему. Он взял за основу некоторые положения, так называемые аксиомы, и из них путем последовательных рассуждений сумел вывести все теоремы геометрии. «Начала» Евклида более полутора тысяч лет переписывались от руки в Греции, Италии, Египте, Индии, Средней Азии и других странах. С возникновением книгопечатания «Начала» много раз перепечатывались на всех языках мира. Это одна из наиболее распространенных на земном шаре книг. Ученые, жившие после Евклида, добавили к «Началам» несколько новых теорем, кое-что изменили и уточнили, но основная масса материала, границы, определяющие его объем, и метод остались прежними. Поэтому геометрия, которую будем изучать мы, называется евклидовой.

Дальнейшее развитие геометрии. В самом конце XV в. итальянский путешественник Христофор Колумб открыл побережье Америки. Вслед за ним туда совершил несколько путешествий другой итальянец — Америго Веспуччи. Португалец Васко да Гама открыл морской путь в Индию. Вскоре корабли Магеллана впервые в истории совершили кругосветное путешествие.

Началась эпоха великих географических открытий, завоеваний новых территорий, освоения несметных богатств новых земель.

Не только отдельные группы купцов и мореплавателей, но и целые государства боролись за право эксплуатации новых земель. Потребовались более прочные и быстроходные суда, точные географические карты, совершенные способы ориентировки в открытом океане. А создание географических карт и совершенствование способов ориентировки в море невозможны без точного математического расчета.

Знание основ геометрии необходимо каждому грамотному человеку, в какой бы области он ни работал. Ни одна наука, связанная в какой-либо степени с техникой, не может обойтись без геометрии.

Следует отметить что огромный вклад в развитие геометрии сделали и ученые Средней Азии: ал-Хорезми, Абу Райхон Беруни, Ибн Сино, Омар Хайям, Насреддин ат-Туси, Гияседдин ал-Каши и др.

Различные способы деления. Каждый грамотный человек без особого труда, быстро и точно производит 4 арифметических действия. Мы привыкли к нашим способам действий, и не все знают, что придуманы они не сразу, а создавались в течение многих сотен лет.

Больше всего затруднений вызывало деление. «Умноженье — мое мученье, а с делением — беда», — говорили в старину на Руси. «Кто умеет делить, тому все остальное — пустяки», — говорили итальянцы.

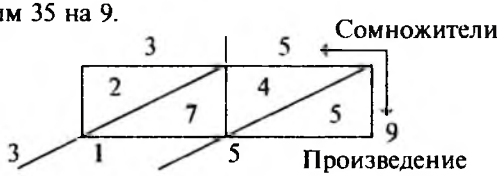
Тот, кто умел быстро и безошибочно делить, считался большим математиком, и ему присваивали почетное звание «доктора абака». В школах же тогда учили только сложению, вычитанию и таблице умножения.

Почему таким трудным делом казалось деление? Теперь у нас в основном один способ деления, а тогда их были десятки и все сложные, один другого запутаннее. Хорошие способы держались в секрете. Один учитель разобрался в одном каком-нибудь способе и учил всех только этому способу деления, а по-другому и он сам часто не умел делить. Каждый учитель деления восхвалял свой способ, а другие не признавал.

При любом удобном случае старались избежать деления. А древние египтяне деление заменяли вычитанием. Нужно, например, разделить 1483 на 63. Вот они и отсчитывают раз за разом по 63, пока не получится остаток, меньший вычитаемого. Подсчитают количество вычитаний — это и будет частное.

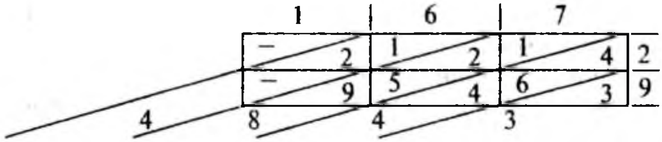
Умножение «решеткой». Старинный способ умножения «решеткой» заключается в следующем: по сторонам заранее вычерченной решетки записываются сомножители. Произведения каждой пары цифр записываются в соответствующий квадрат решетки, причем десятки отделяются диагональной чертой от единиц. Результат (произведение) получается, если сложим цифры, расположенные между диагональными линиями.

Умножим 35 на 9.



$35 \times 9 = 315$

Умнсжим 167 на 29.



$167 \times 29 = 4843$

Способ на столько прост, что дополнительных пояснений не требуется.

Счетные машины. Люди очень давно стали думать об облегчении счета и вычислений. Ученые, торговцы, лица, связанные со взиманием податей, и многие другие — все ощущали необходимость в том, чтобы как-нибудь облегчить трудоемкую для них работу вычислений. И в Китае, и в России, и в Италии, и в других странах в глубокой древности были созданы различные приспособления для облегчения счета. Всем известны русские счеты, наиболее удачные из всех простейших счетных машин.

Но в русских счетах, да и в других подобных счетных устройствах, вся работа производится вручную. Человек уже давно задумывался над тем, как бы придумать такую машину, которая считала бы «сама». Уж если не все, то выполняла бы быстро и точно хотя бы сложение.

Такую машину впервые изобрел в 1641 г. 18-летний французский ученый Блез Паскаль (1623—1662).

Отец юноши был сборщиком налогов в Руане и часто подолгу засиживался за своими записями, подсчитывая собранные суммы налога. Чтобы облегчить труд отца, юный Паскаль придумал примитивную машину, при помощи которой можно было производить сложение.

В 1694 г. немецкий ученый Лейбниц также изобрел суммирующую машину, несколько отличную от машины Паскаля. Машина Лейбница была также еще не совершенной, и потому распространения не получила.

В течение следующих почти двухсот лет было изобретено несколько счетных машин, но ни одна из них не завоевала признания, так как они были громоздки, неудобны в употреблении, допускали ошибки и т. д.

Первая счетная машина — арифмометр, получившая всемирное признание, была изобретена в 1874 г. петербургским инженером В. Однером. Арифмометры В. Однера просты в изготовлении, просты и надежны в работе, невелики по размерам. Первая фабрика по производству таких арифмометров была построена в Петербурге в 1891 г.

Конструкция арифмометра Однера оказалась совершенной. Даже в наши дни она не претерпела принципиальных изменений.

Потребности математики, статистики и бухгалтерии вызвали изобретение новых, более сложных машин. Их изобретали в Германии, во Франции, Италии, США, Англии и других странах.

Созданы машины, которые за несколько часов могут сделать больше, чем хороший вычислитель на самом лучшем арифмометре за всю свою жизнь.

Для чего употребляются такие машины? Приведем несколько примеров.

При составлении метеорологического прогноза специалисты учитывают у поверхности Земли и на разных высотах температуру, давление воздуха, скорость и направление ветра, влажность и т. д. Все это принимается во внимание не только для данного места, но учитывается и по многим другим местам. Ведь погода, скажем, в Ташкенте завтра зависит в какой-то мере от того, какая была погода в Астане, Самарканде и других городах вчера. При составлении метеорологического прогноза приходится производить до 800000 умножений. Если их производить вручную по одному умножению в минуту, то одному человеку потребуется для этого 1666 рабочих дней (5 лет).

Примерный план по использованию элементов историзма в целях повышения эффективности обучения математике в начальных классах

№	Название изучаемой темы	Ход урока	Ожидаемый результат	Источники формирования исторических понятий
1	Нумерация натуральных чисел и арифметические действия над ними	Жизненная необходимость нумерации чисел и их отображение в народном творчестве	Значение трактата ал-Хорезми "Об индийском счете" в патриотическом воспитании учащихся	Устное народное творчество, пословицы, поговорки, загадки и учение великих мыслителей.
2	Величины: длина, площадь, время, масса, емкость и единицы их измерения.	История возникновения каждой величины, использование их в повседневной жизни. Обучение учащихся логическому и абстрактному мышлению.	Использование десятичной позиционной системы счисления в измерении величин.	Различные единицы измерения величин у разных народов, их названия. Различные приборы измерения (часы, палетка, весы, линейки и т.д.)
3	Элементы алгебры. Числовые и буквенные выражения. Решение неравенств и уравнений.	История возникновения алгебраических понятий. Углубление математических знаний. Обучение логическому и абстрактному мышлению.	Сознательное понимание элементов алгебры, знание, понимание, знакомство с творчеством великих ученых Востока. Воспитание чувства национального самосознания.	Произведение ал-Хорезми "Ал-джабр ва ал-мукобала" и его значение. Информация, полученная из древнеегипетских папирусов, учение ученых Древней Греции, творчество Омара Хайяма
4	Элементы геометрии: прямая линия, отрезок, угол, треугольник, многоугольник, круг, квадрат, площадь фигур и т.д.	Умение начертить геометрические фигуры, измерение, решение геометрических задач, применение их в повседневной жизни.	Развитие пространственных представлений учащихся. Образование практических навыков.	Произведение Евклида "Начала". Научная школа Пифагора, его творчество. Научная деятельность среднеазиатских ученых.
5	Понятие доли и дроби.	История появления понятий доля и дробь. Мнения разных народов об этих понятиях.	Правильное применение дроби в решении задач повседневной жизни. Патриотическое воспитание.	Учение о дроби в Древнем Египте, Вавилоне. Труды ученых Средней Азии, в частности, произведение ал-Каши "Ключ арифметики". Творчество Ибн Сино, Беруни.
6	Решение задач.	Обучение логическому мышлению, применение анализа и синтеза. Обучение сравнению, обобщению, конкретизации.	Применение математических знаний в практике. Решение воспитательных проблем при помощи задач.	Различные источники, начиная с древнеегипетских папирусов до наших дней.

ГЛАВА IV
МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ ШКОЛЫ

Одно из центральных мест в дидактике (общей теории обучения) и в методике преподавания математики занимают методы обучения. Знание методов обучения математике необходимо для организации эффективного обучения школьников.

Как учебный предмет математика обладает многими лишь ей присущими чертами. Главной из них является высокая степень обобщенности изучаемых понятий, которая проявляется буквально сразу, при первом же знакомстве с математикой на уроках. В силу этого, в процессе обучения необходимо использовать различные методы, отражающие эту особенность и при формировании математических понятий, и при знакомстве с задачами, возникающими при использовании этих понятий в практической и учебной деятельности. Надо отметить, что методы обучения способствуют развитию мышления школьников, повышают их общую культуру, способности к переносу понятий и приемов, сформированных на уроках математики, в процесс изучения других учебных предметов. Это происходит потому, что к числу методов обучения математике принадлежат такие важнейшие теоретические методы, как использование наблюдения, сравнения и аналогии, применение индуктивных и дедуктивных умозаключений, анализ и синтез. В этой главе описаны перечисленные здесь методы, а также рассмотрены специальные методы обучения математике.

Особо актуальной стала проблема методов обучения в связи с переходом школы на новое содержание образования. От организации и методов обучения всецело зависит, будут ли реализованы развивающие возможности, заложенные в содержание математики, или им не придется раскрыться.

В современных работах по дидактике и методике в подавляющем большинстве случаев методы обучения трактуются как способы совместной деятельности учителя и учащихся, при помощи которых достигается овладение последними знаниями, умением и навыками, формируется мировоззрение учащихся, развиваются их способности.

Таким образом, методы обучения выполняют три основные функции: усвоение, воспитание и развитие.

В современной дидактике существуют различные подходы к классификации методов обучения. Методы организации учебно-познавательной деятельности; методы стимулирования учебно-познавательной деятельности; методы контроля над эффективностью учебно-познавательной деятельности.

Методы организации учебно-познавательной деятельности можно разбить, применительно к математике в начальных классах, на несколько подгрупп, в частности, их можно квалифицировать по:

I. источнику приобретения знаний учащимися: словесные методы (объяснение, беседа, рассказ, работа с книгой и т.д.), наглядные методы (наблюдение предметов и явлений окружающей действительности), практические работы учащихся;

II. пути движения мысли ученика: индукция и дедукция, сравнение и аналогия;

III. степени педагогического воздействия управления, степени самостоятельности учеников в учебе; методы учебной работы под руководством учителя и методы самостоятельной учебной работы школьников;

IV. уровню самостоятельной активности учеников — проблемное изложение знаний, репродуктивный, частично-поисковый и исследовательский методы.

V. по форме взаимодействия – пассивный, активный, интерактивный.

Словесные, наглядные и практические методы

Словесные методы. К ним относятся объяснение, беседа, работа с учебникам.

Словесные методы позволяют в кратчайший срок передать наибольшую по объему информацию, поставить перед учениками проблемы, показать пути их развития. Они способствуют развитию абстрактного мышления учащихся.

Объяснение. Сущность метода объяснения знаний состоит в том, что учитель излагает материал, а ученики воспринимает его, т.е. приобретают знания в готовом виде.

Изложение материала должно быть четким, доступным, непродолжительным по времени. При рассмотрении целого ряда вопросов начального курса математики связное изложение знаний оказывается совершенно необходимым. Так, объяснение учителя совершенно необходимо в тех случаях, когда речь идет о каком-то принципиально новом для учеников материале, рассмотрение не может быть построено как соответственное развитие имеющихся уже у них знаний.

Беседа. Беседа — один из самых распространенных и ведущих методов обучения, который может применяться на различных этапах урока, с различными учебными целями. При проверке домашнего задания, самостоятельных работ, при объяснении нового материала, закреплении и повторении. Беседа — это вопросно-ответный метод обучения, при котором учитель, опираясь на усвоение знаний и практический опыт, путем строго продуманный системы вопросов и ответов подводит учеников к решению поставленных образовательных и воспитательных задач. Беседу проводят в тех случаях, когда есть основание для беседы, т.е. когда ученики имеют некоторые сведения и знания об изучаемом материале. В методической литературе метод беседы чаще всего рекомендуется использовать при ознакомлении с математическими понятиями (числа, арифметические действие и т. п.), с теоретическими знаниями типа закономерностей (свойства арифметических действий) связи между компонентами и результатами арифметических действий т.п.

В обучении используется беседа двух видов: катехизическая и эвристическая.

Катехизическая беседа строится на системе таких вопросов, которые требуют простого воспроизведения ранее усвоенных знаний, формулировок. Используются они в основном при проверке и оценке знаний, при закреплении нового материала и повторении.

Эвристическая беседа (от греческого слова «эврика» — нахожу, открываю) — вопросно-ответная форма обучения, при которой учитель не сообщает ученикам готовых знаний, а умело поставленными вопросами заставляет их самих, на основе уже имеющихся знаний, наблюдений, личного жизненного опыта подходить к новым понятием, выводам и правилам. Приведем пример использования эвристической беседы. С этой целью рассмотрим фрагмент урока по теме: «Вычитание вида 56−20 и 56−2».

Основная цель урока: познакомить учеников с новым вычитанием. Первые 4–6 минут урока посвящаются решению удобным способом примеров вида (60+9)−30 и (80+7)−4, а также работа по замене двузначных чисел суммой разрядных слагаемых (38=30+8, 46=40+6, 74=70+4 и т.д.). На доске записан пример: 56−20. Ученики читают его, а затем иллюстрируют числа с помощью полосок с кружочками из приложения к учебнику − все на партах, один ученик на доске. Затем на доске делается такая запись: 56−20=(50+6)−20.

— Объясните, что я делаю на доске?

(Заменили число 56 суммой разрядных слагаемых 50 и 6, получился пример: из суммы чисел 50 и 6 вычесть 20).

Получив правильный ответ, учитель продолжает запись: 56−20=(50+6)−20= =(50−20)+6. Можно ли сделать такую запись? Что она означает? — вновь ставит вопрос учитель. Получив правильный ответ, учитель предлагает детям самостоятельно закончить решение примера. Таким образом, опираясь на те знания, которыми ученики уже владеют, учитель умело поставленными вопросами подводит детей к овладению новым материалом. Из приведенного выше фрагмента урока видно, как в процессе учебной работы учитель постоянно обращается к ученикам с вопросами, имеющими цель выявление уровня понимания учениками существа изучаемого вопроса. Эти вопросы, так или иначе, заставляли учащихся не просто механически давать ответы, а думать, сопоставлять; они направлены на активизацию познавательной деятельности учащихся. Конечно, в ходе обучения учителю приходится задавать разнообразные вопросы. В ряде случаев обязательны вопросы, заставляющие учеников воспроизводить фактическую сторону дела (вопросы катехизического характера): описание фактов, формулировка определений или правил и т.п.

Однако злоупотреблять такими вопросами репродуктивного (т.е. воспроизводящего) характера не следует: они, как правило, в большей степени активизируют не мышление, а память. На что как не на память направляется внимание ученика, когда ему задают вопросы типа: «Что называется?», «Как называется?», «Какое это действие?», «Что мы сделали?», «Расскажи» и т.п. При наличии только таких вопросов ученик привыкает к механической деятельности, к зубрежке. Чтобы вопросы активизировали мыслительную деятельность учащихся, они должны заставлять их сравнивать и сопоставлять явления или факты, расчленить или группировать их, отыскивать зависимости между ними. Именно к этому призывают вопросы: «Почему? Что это означает?», «Откуда это вытекает?», «Как это можно еще сделать?», «Как это понимать?» и т.п.

Работа учащихся с учебником — один из видов словесных методов обучения. Книга является одним из важнейших источников знаний: в учебниках и учебных пособиях излагается систематический курс основ наук, содержится материал для самостоятельной работы учащихся. Работа с учебниками и книгой проводится на всех этапах обучения, однако она требует от учащихся известного навыка и помощи со стороны учителя. На первых порах работа по книге используется в начальных классах в качестве работы, подкрепляющей объяснение, проведенное в устной форме. Сначала учитель разъясняет какое-то положение, иллюстрируя его доступными, понятными детям примерами, выясняя по ходу изложения, все ли понятно учащимся, а на следующем этапе работы учитель предлагает детям рассмотреть, как же излагается тот же вопрос в учебнике. По мере овладения навыками чтения необходимо привлекать учеников к самостоятельному чтению текстов, помещенных в книге.

Наглядные и *практические методы* относятся к эвристическим методам обучения, т.е. методам, способствующим открытиям. Они должны быть направлены на создание в учебном процессе специальных ситуаций и предоставление учащимся возможности извлечь из них очевидные закономерности. Например, при проведении таких работ на различных учебных предметах, мы тем самым помогаем вскрывать естественные связи между ними, развиваем у учащихся способность к обобщению. Вот одна из лабораторных работ межпредметного характера:

Измерьте в сантиметрах длину и ширину учебника математики (природоведения, родного языка и т.п.). Начертите в тетради план учебника и вычислите площадь получившегося прямоугольника. При выполнении подобных работ ученики используют комплекс знаний, приобретенных на уроках природоведения и математики: вычерчивание плана требует применения знаний, приобретенных на уроках природоведения, нахождение площади — математических знаний. Работа может выполняться как на уроках математики, так и на уроках природоведения.

Индукция, дедукция, сравнение и аналогия

Различие этих методов зависит от особенностей тех умозаключений, которые лежат в каждом случае в основе приобретения новых знаний.

Метод индукции есть такой путь познания, в котором мысль ученика движется от единичного знания к общему знанию, от частных суждений к выводу. Индуктивное умозаключение — умозаключение от частного знания к общему. Пользуясь этим методом, учитель тщательно подбирает примеры, задачи, наглядный материал для выявления тех или иных закономерностей или вывода правил. В тесной связи с методом индукции в начальных классах применяется и метод дедукции. Границы использования метода дедукции значительно расширились в связи с переходом начальных классов на новую программу. Традиционная методика ориентировала учителя на исключительное использование индуктивного метода и предупреждала об ограниченности применения дедуктивного метода.

Дедукция — это переход от общих положений к частным примерам и конкретным положениям. Приведем примеры индуктивного и дедуктивного рассуждения. Рассмотрим, как можно познакомить учеников первого класса со связью между суммой и слагаемыми, подводя их к выводу индуктивным путем. Используя наглядность (кружочки разного цвета), находят сначала, сколько всего кружков 4+3=7 (4 красных и 3 синих). Затем отодвигают 4 красных кружка, изображающих первое слагаемое, и дети убеждаются, что останется 3 синих кружочка, т.е. второе слагаемое (7−4=3). Затем также убеждаются, что если из 7 кружков вычесть 3 синих кружка, изображающих второе слагаемое, то останется 4 красных кружка, т.е. первое слагаемое (7−3=4). Далее выполняется еще ряд подобных упражнений с другими числами и другим наглядным материалом, и дети сами формулируют общий вывод: если из суммы вычесть первое слагаемое, то получится второе, а если из суммы вычесть второе слагаемое, то получится первое.

Вывод, который получили дети индуктивным способом, затем используется для дедуктивных рассуждений при рассмотрении вычитания чисел 5, 6, 7, 8, 9. Например, нужно решить пример нового для учеников вида 7−5. Вспоминаем, что число 7 можно рассмотреть как сумму чисел 5 и 2, если же из суммы (7) вычесть одно из слагаемых (5), то получим другое слагаемое (2). Таким образом, дети получают новое частное знание (знание того, как решаются примеры вида 7−5) на основе знания правила взаимосвязи суммы и слагаемых. В рассмотренном выше примере индуктивного умозаключения вывод получен с помощью неполной индукции. Однако неполная индукция не гарантирует истинности вывода. Например, полученный таким образом вывод, что сумма всегда больше одного из слагаемых верен для всех чисел натурального ряда, но для расширенного ряда чисел, имеющего число 0 (нуль), он оказался бы ложным. В связи с этим важно не упускать ни одного случая в процессе обучения, чтобы показать детям, при каких условиях полученный вывод достаточно доказателен и при каких может оказаться неверным.

Сравнение и аналогия — логические приемы мышления, используемые как в научных исследованиях, так и в обучении.

С помощью сравнения выявляется сходство и различие сравниваемых предметов, т.е. наличие у них общих и различных свойств. Например, сравнение треугольника и четырехугольника раскрывает их общие свойства: наличие сторон, вершин, углов, столько же вершин и углов, сколько сторон, а также различие: у треугольника три стороны, у четырехугольника — четыре. Сравнение подготавливает почву для применения аналогии.

Аналогия — умозаключение, при котором исходя из сходства предметов в одних признаках, делается предположительный вывод о сходстве этих предметов в некоторых других признаках. Аналогия-умозаключение «от частного к частному», от одних конкретных фактов к другим. На применении аналогии основано, например, перенесение письменных приемов сложения и вычитания трехзначных чисел на сложение и вычитание многозначных чисел. С этой целью в методической литературе рекомендуется при ознакомлении с письменным сложением и вычитанием многозначных чисел решать такие примеры, где каждый последующий включает в себя предыдущий, например:

$$+\begin{array}{r}854\\ \underline{134}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}1\,854\\ \underline{2\,134}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}31\,854\\ \underline{52\,134}\end{array}\qquad -\begin{array}{r}748\\ \underline{324}\end{array}\qquad -\begin{array}{r}9\,748\\ \underline{5\,324}\end{array}\qquad -\begin{array}{r}59\,748\\ \underline{45\,324}\end{array}$$

После решения таких примеров ученики сами сделают вывод о том, что письменное сложение и вычитание многозначных чисел выполняют так же, как письменное сложение и вычитание трехзначных чисел. В основе использования рассмотренных выше методов (индукция, дедукция, сравнение, аналогия) лежат умственные операции: анализ, синтез, обобщение и абстрагирование.

Прием мышления, направленный на расчленение целого на составляющие части, называется *анализом.*

Прием мышления, направленный на установление связи между предметами или явлениями, называется *синтезом*. Приведем примеры использования анализа и синтеза.

Отвечая на вопрос учителя, как называется число, состоящее из одного десятка и четырех единиц, ученики пользуются синтезом (один десяток и четыре единицы это число 14); отвечая же на вопрос учителя, сколько в числе 76 десятков и единиц, учащиеся выполняют анализ числа.

Анализ и синтез взаимосвязаны между собой. Эти взаимосвязанные приемы мышления находят широкое применение при решении математических задач. Рассмотрим для примера простую задачу: «С одного куста собрали 7 коробочек хлопка, а с другого — 5 коробочек. Сколько всего коробочек хлопка сорвали с двух кустов?»

Анализ задачи — расчленение ее на данные и искомые. Синтез — объединение чисел 7 и 5 при ответе на вопрос задачи. Необходимо обратить внимание на необходимость полноты анализа, т.к. неполный анализ может привести к ошибочному синтезу. Приведем пример. Известно, что ученики нередко ассоциируют сложение со словами «принесли, прилетели, купили» и т.д., вычитание — со словами «унесли, убежали, улетели, потеряли» и т.п. Опора на эти слова при выборе действия для решения задачи (т.е. производят неполный анализ) зачастую приводит к ошибкам, т.е. к ошибочному синтезу. При формировании новых понятий, законов в математике дети сталкиваются с обобщением.

Обобщение — это выделение общих, существенных свойств изучаемых объектов и отвлечение от несущественных свойств.

Необходимым условием формирования правильных обобщений учащихся является изменение несущественных признаков, свойств при постоянстве существенных. Это правило исключительно важно при формировании математических представлений и понятий. Так, чтобы подвести детей к представлению о прямоугольнике, надо варьировать несущественные для данного понятия признаки: цвет прямоугольников, материал, из которого они изготовлены, положение на плоскости, соотношение длин сторон и т.д. Неизменными же надо оставлять существенные признаки, т.е. все углы должны оставаться прямыми и противоположные стороны равными.

Методы учебной работы под руководством учителя и самостоятельной работы учащихся

В начальных классах, особенно на первоначальной стадии обучения, широко используется учебная работа под непосредственным руководством учителя, который должен умело направлять действия учеников в нужное русло. Однако в настоящее время все больше и больше внимания уделяется самостоятельной работе учащихся, как действенного метода способствующего повышению эффективности обучения. Самостоятельная работа учащихся наблюдается сейчас на всех этапах обучения и в том числе на этапе сообщения новых знаний. Это качественно важное явление еще раз подчеркивает нацеленность современного обучения на общее развитие учащихся.

Самостоятельные работы различаются по:

а) дидактическим целям, они могут быть направлены на подготовку учеников и восприятие нового материала;

б) материалу, над которым самостоятельно работают ученики, т.е. работа с учебной книгой, дидактическим материалом, тетрадью на печатной основе и т. д.;

в) характеру деятельности, которую они требуют от учашихся. С этой точки зрения различают работы по заданному образцу, по заданному правилу и др.;

г) способу организации: общая классная, когда все учащиеся класса выполняют одну и ту же работу; групповая, когда различные группы учащихся работают над различными заданиями; индивидуальная, когда каждый ученик работает по особому заданию.

Методы, классифицируемые по уровню самостоятельной активности учеников

Репродуктивный метод. Главным признаком репродуктивного метода является воспроизведение, т.е. повторение способа деятельности по заданиям учителя. При помощи этого метода у учащихся формируются умения и навыки, развивается память.

Проблемное изложение знаний. При таком изложении учитель не только сообщает ученикам те или иные положения, но, рассуждая вслух, ставит проблему и показывает процесс ее решения. Такое объяснение является более доказательным, учит детей мыслить.

Частично поисковый или эвристический метод. В этом случае учитель выдвигает перед учениками проблему, сам излагает учебный материал, но в ходе изложения ставит перед учениками вопросы, которые требуют от них включиться в процесс, самостоятельно решить ту или иную познавательную задачу.

Исследовательский метод обучения. При работе этим методом, осознав поставленную задачу, ученики сами намечают план работы, строят предположение, т.е. гипотезу, обдумывают способ проверки, проводят наблюдения, опыты, сравнивают, классифицируют, обобщают факты и делают выводы. В процессе проблемного изложения поиск ведет учитель, давая ученикам образец научно-доказательного мышления, а ученики лишь следуют за ходом его рассуждения, за движением мысли, направленной на решение проблемы.

Проблемное изложение знаний, частично-поисковый и исследовательский методы являются методами, с помощью которых осуществляется так называемое проблемное обучение, которое интенсивно, в течение ряда лет, изучается как в нашей стране, так и за рубежом.

Самая существенная черта проблемного обучения — создание проблемных ситуаций. Как, какими приемами можно создавать проблемные ситуации? Анализ учебно-методической литературы, опыта работы передовых учителей, а также учет содержания программы по начальной математике, позволяют наметить наиболее характерные для практики обучения начальной математике приемы создания проблемных ситуаций. Перечислим основные приемы:

Прием 1. Побуждение учащихся к проведению наблюдений, анализа, сопоставления, противопоставления с целью выявления общего и различного предметов и явлений и предварительного обобщения фактов.

Прием 2. Создание новых для детей условий, которые могут быть преобразованы известными способами, и предъявление требования провести необходимые преобразования.

Прием 3. Столкновение учеников с практическими задачами, побуждающими детей к анализу фактов несоответствия между системой знаний и теми требованиями, которые предъявляются к ним при решении новых задач.

Прием 4. Использование жизненных ситуаций, возникающих при самостоятельном выполнении учениками практических задач, и их анализ с целью формулировки проблемы.

Прием 5. Столкновение учеников с новыми практическими условиями использования уже имеющихся знаний. В этом случае дети должны осознать возможность переноса действий с известной ситуации в новую ситуацию.

Прием 6. Привлечение ряда факторов, относящихся к изучаемому материалу, с целью нахождения рационального способа вычисления или решения задачи.

Прием 7. Использование задач с недостающими данными. Чтобы решить задачу, нужно найти недостающие данные. Так возникает проблемная ситуация, разрешить которую можно лишь при условии, если ученики поняли новый материал.

Прием 8. Проблемную ситуацию создает и вопрос, поставленный к условию конкретной задачи. Конкретизируем лишь некоторые из приведенных приемов создания проблемных ситуаций примерами.

Конкретизация приема 2. Например, ученикам второго класса предлагается рассмотреть два уравнения — одно нового для них вида, другое — знакомое $4 \cdot x = 20$ и $4 \cdot x = 50 - 30$. Нужно подвести учеников к выводу о том, что после арифметических вычислений данное уравнение можно записать как уравнение знакомого им вида, а затем решить его. С этой целью ученики сравнивают предлагаемые уравнения, выясняют, чем они похожи и чем отличаются. Затем ставится вопрос: «Что нужно сделать, чтобы уравнение $4 \cdot x = 50 - 30$ приняло знакомый вид?»

Конкретизация приема 8. Работу можно начать с решения текстовой задачи, являющейся в данном случае проблемной задачей, представляющей собой форму реализации проблемной ситуации, например, такого содержания: «В буфет привезли 3 ящика яблок по 10 кг в каждом и 14 кг винограда. Сколько всего килограммов фруктов привезли в буфет?» Для решения задачи составляется выражение $10 \cdot 3 + 14$ и выясняется, что надо сначала выполнить действие умножения $(10 \cdot 3)$ и лишь затем действие сложения. Детям на примере этой задачи можно наглядно продемонстрировать недопустимость выполнения первым действием действие сложения: $3 + 14$ (получится, что к ящикам прибавляются килограммы).

Последнюю классификацию методов по форме взаимодействия учителя и учащихся рассмотрим подробнее в следующей главе.

Таким образом, проблема методов обучения решается с учетом целей обучения, структуры содержания (как учебного предмета в целом, так и отдельных его разделов) и особенностей мыслительной деятельности учащихся, состояния уже полученных ими в процессе предшествующего обучения знаний, умений, навыков.

ГЛАВА V
ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ МЕТОДОВ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В системе образования Республики Узбекистан проводятся широкомасштабные реформы в соответствии с целями и задачами Национальной программы по подготовке кадров. Одна из них — освоение педагогических технологий нового направления в мировой педагогической науке.

Являясь результатом эволюционного развития педагогики, педагогическая технология базируется на достижениях психологии, кибернетики, логики и ряда других наук.

Когда речь заходит о применении новых педагогических технологий, возникает вопрос о целесообразности их применения в обучении математике.

Для ответа на этот вопрос необходимо четко определить сущность новых педагогических технологий и законы их функционирования в рамках учебного процесса.

Педагогическая технология — это проект системы последовательного развертывания педагогической деятельности, направленный на достижение целей образования и развития личности.

Структура педагогической технологии включает разработку:

— концептуальной основы;

— содержания образовательного процесса;

— технологию процесса.

Критерием применения педагогической технологии является принцип системности, который заключается:

— в обосновании логики процесса;

— во взаимосвязи частей (темы, периодов обучения), достижении целостности рассматриваемой единицы учебного процесса и реализации самой технологии.

В настоящее время известно множество различных педагогических технологий — «мозговой штурм», «кубик», «инсерт», «диаграмма Венна», «круглый стол», «зигзаг», «кластер», различные виды деловых и ролевых игр, технологии принятия решения, развития критического мышления и др. Методы обеспечения данных технологий — методы смыслового, образного, символического введения образной картины, метод прогнозирования, взаимообучения и др. Педагогу, ориентирующемуся в данных педагогических технологиях, следует производить их отбор в соответствии с целями и задачами обучения, а также с учетом специфики своего предмета.

Многие методические инновации в настоящее время связаны с применением интерактивных методов обучения. Слово «интерактив» от английского слова «interact». «Inter» — «взаимный», «act» — действовать. Следовательно, интерактивное обучение — это диалоговое обучение, в ходе которого осуществляется взаимодействие учителя и ученика.

Интерактивное обучение — это особая форма организации познавательной деятельности, которая имеет конкретные цели. Одна из таких целей состоит в создании оптимальных условий обучения, таких, при которых обучающийся чувствует свою интеллектуальную состоятельность, что делает эффективным сам процесс обучения.

Традиционные методы обучения основывались в основном на получении информации через органы зрения и слуха (наглядные методы, беседа т.д.). В приведенном ниже рисунке видно, что начиная с «что обсуждаем с другими», «что лично переживаем», «чему обучаем других», процент обучения резко возрастает (70%, 80%, 95%). Интерактивные методы основаны именно на этих действиях, а в их основе лежит грамотная техника проведения дискуссий.

Как выучиваем?

10% —  что прочитываем

20% —  что слышим

30% —  что видим

50% —  +  что слышим и видим

70% —  что обсуждаем с другими

80% —  что переживаем лично

95% —  чему обучаем других

Тонка грань между дискуссией содержательной, динамичной и выливающейся в бесконечный монолог учителя, в то время как ученики сидят и скучают.

Как организовать первую? Как не скатиться во вторую? Лучше всего проходят дискуссии, тему и направленность которых задают сами ученики, их природная любознательность. Роль учителя: критико-стимулирующая. Чтобы дискуссия не «буксовала» и оставалась при этом в руках учеников, рекомендуются следующие приемы для использования учителем:

1) Утверждения. Это способ отреагировать, подтвердить понимание или выразить недоумение по поводу сказанного. Утвердительные фразы звучат менее жестко, чем вопросы, и поэтому часто побуждают к более свободному ответному высказыванию. Учитель может сказать: «Насколько я понимаю, вы говорите __________», или: «Мне это напомнило ____________, ранее сказанное», или: «Погодите-ка, вы утверждаете, что ___________», или: «Мне непонятно __________».

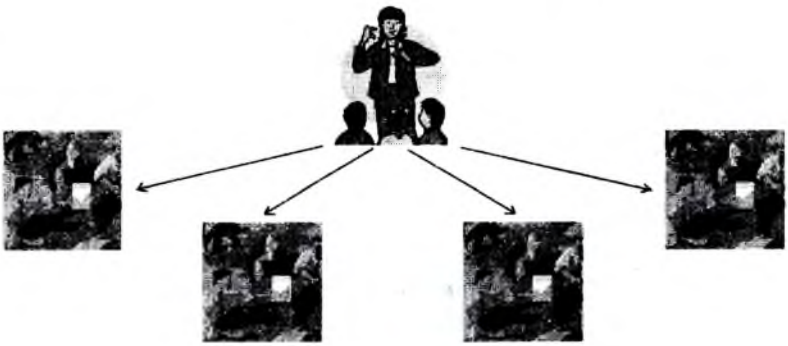
2) Вопросы. Учащиеся будут с большим энтузиазмом обсуждать свои вопросы, а не вопросы учителя. Поэтому надо стараться всячески их на эти вопросы провоцировать. Вот несколько возможных подсказок: «Так что можно спросить по содержанию этого текста?», «Чего мы пока не коснулись в нашем обсуждении?», «Что осталось неясным в этом тексте?», «С чем вам хотелось бы согласиться?», «...не согласиться?».

3) Сигнал. Поскольку комментарий учителя зачастую оказывается чересчур весомым, лучше руководить дискуссией с помощью жестов и сигналов и ничего не произносить вслух. Недоуменное выражение лица учителя для учащихся сигнал: требуется разъяснение. Руки, как бы взвешивающие два предмета («что перетянет»), подают сигнал учащимся сравнить предложенные идеи и решить, с какой из двух они согласны. Выражение доброжелательной заинтересованности ободряет ученика, который с трудом подыскивает слова, чтобы выразить свои мысли.

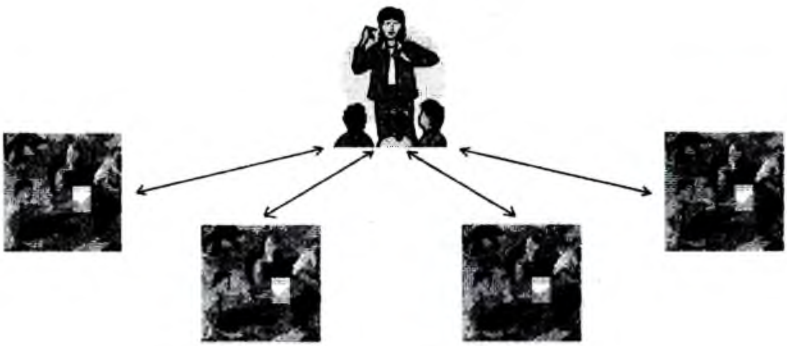
4) Молчание. Когда вопрос задан, дайте время на размышление. Молчание, длящееся три, четыре или пять секунд, — могучий стимул заполнить паузу. Если ее не заполняет учитель, добровольцы найдутся наверняка.

На следующих схемах наглядно представлены различия между традиционным, проблемным и интерактивным обучением:

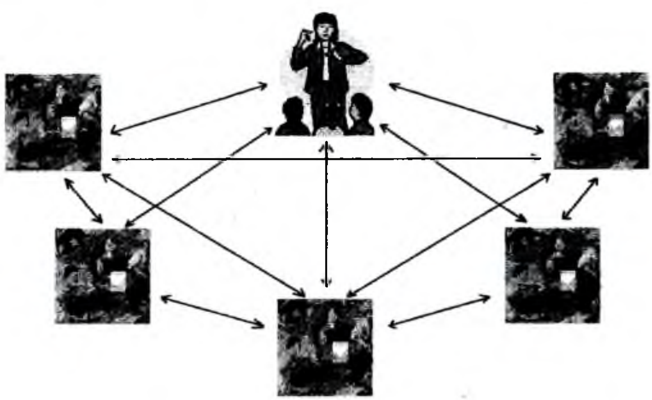
Традиционное обучение



Проблемное обучение



Интерактивное обучение



В педагогической практике используется несколько типов уроков, один из которых **модельный урок**. Урок проходит несколько ступеней обучения: подготовка к усвоению новых знаний, умений, их закрепление и систематизация применения на практике. Этапы модельного урока, разложенные на отрезки времени, выглядят так:

— Организационная работа;
— Стадия вызова;
— Стадия осмысления;
— Стадия размышления (рефлексия);
— Задания на дом.

На данном уроке учитель может достигнуть нескольких целей. Этапы урока могут быть скомбинированы в любой последовательности, что делает урок гибким и применимым для решения очень широкого круга учебно-воспитательных задач.

Жизнестойкость модельного урока определила и то, что он лучше других типов согласуется с закономерностями учебно-воспитательного процесса, представляет педагогам больше возможности приспособиться к конкретным условиям. В содержание модельного урока входят 3 стадии:

— Вызов;
— Осмысление;
— Размышление.

Стадия вызова. На этой фазе осуществляются несколько важных познавательных видов деятельности. *Во-первых*, обучающий активно участвует в восстановлении того, что он знает по теме. Это заставляет его анализировать собственные знания и думать о той теме, которую скоро начнут разбирать во всех подробностях, обучаемый определяет уровень собственных знаний, к которым могут быть добавлены новые знания.

Вторая цель фазы вызова активизация обучаемого. Учащиеся сознательно и критически подходят к пониманию новой информации, они должны принимать активное участие в процессе учения. Обучение становится активнее тогда, когда учащийся целенаправленно думает, выражает мысли собственными словами. Демонстрация знаний происходит при активной мыслительной деятельности, с помощью устной или письменной речи. Таким образом, полученные ранее знания выводятся на уровень осознания, они могут стать базой для усвоения новых знаний. Это даст учащимся возможность эффективнее увязывать новую информацию с известной ранее.

Третья цель фазы вызова — вызов интереса к рассмотрению предлагаемой темы. На этой стадии вызывается интерес и определяется цель. Интерес и цель важны для поддержания активной деятельности.

Стадия осмысления. Эта фаза, на которой обучаемый вступает в контакт с новой информацией. Этот контакт может принимать форму: чтения текста, просмотра фильма, прослушивания выступлений и т.д.

Первая цель этой фазы состоит в поддержании активности, интереса созданного во время фазы вызова.

Вторая цель — поддержание усилий обучаемых по отслеживанию собственного понимания.

Стадия размышления. Эта фаза является важной, ее упускать из виду нельзя. Учащиеся закрепляют новые знания, перестраивают свои представления, с тем чтобы включить в них новые понятия. В этой стадии запланировано достижение нескольких важных целей. В первую очередь учащиеся пытаются выражать новые идеи и информацию собственными словами. Второй целью этой стадии является обмен идеями между учащимися.

Общие методические рекомендации по применению интерактивных методов обучения

Правило первое. В работу должны быть вовлечены все ученики. С этой целью полезно использовать технологии, позволяющие включить всех участников в процесс обсуждения.

Правило второе. Надо позаботиться о психологической подготовке участников.

В этой связи полезны разминки, постоянное поощрение учащихся за активное участие в работе, предоставление возможности для самореализации учащегося.

Правило третье. Количество участников и качество обучения могут оказаться в определенной зависимости. Важно, чтобы каждый был услышан, каждой группе предоставлена возможность выступить по проблеме.

Правило четвертое. Аудитория должна быть подготовлена с таким расчетом, чтобы участникам было легко пересаживаться для работы в больших и малых группах. Другими словами для учащихся должен быть создан физический комфорт.

Правило пятое. Договориться о том, что все участники будут проявлять терпимость к любой точке зрения, уважать право каждого на свободу слова, уважение его достоинства.

Правило шестое. Деление учеников на группы лучше построить на основе добровольности.

Как работать в группе

Человеку в своей деятельности приходится практически ежедневно контактировать с группами людей. Такими группами являются семья, класс, друзья, а в будущем — коллеги по работе. Для того чтобы комфортно чувствовать себя в такой группе, важно знать, как организовать в ней успешную работу — с пользой для себя и других. Эти знания сделают группу работоспособней, а пребывание в ней как можно более приятным.

Чтобы эффективно работать в группе, надо следовать следующим *правилам*:

Убедиться, что члены группы понимают задачу, стоящую перед ними. Группы обычно формируются для выполнения какой-либо специальной задачи. Например, учитель может создать в классе группы для разработки какого-либо проекта. Очень важно, чтобы члены группы понимали их цели и задачи. Если этого не случится, отсутствие согласованности может помешать достижению цели.

Спланировать групповые встречи. Этот план будет включать перечень основных вопросов, которые необходимо рассмотреть. Такой план полезен для того, чтобы настроить группу на выполнение задачи. Так, повестка дня первого занятия может включать выборы лидера группы, обсуждение путей достижения целей и поручение для каждого.

Выбрать лидера группы. Так как состав группы очень неоднороден, необходим лидер. Лидер сможет помочь групповой дискуссии сосредоточиться на главном и довести ее работу до конца. Роль лидера состоит в том, чтобы предоставить всем членам группы возможность высказать свои идеи.

Научиться находить контакты в группе. Общение в группе предполагает взаимное умение слушать друг друга и обсуждать. Не перебивать других членов группы. Выражаться ясно, так, чтобы слова были понятны всем. Когда говорят другие, внимательно слушать то, о чем они говорят. В ходе обсуждений делать записи.

Стремиться достигнуть компромисса при принятии решений. В группу входят люди, обычно имеющие разные взгляды на способы достижения целей. Как достигнуть единства и согласия всех членов группы в процессе работы? Ответ таков: для достижения согласия необходим компромисс. Компромисс может быть достигнут лишь тогда, когда каждая из сторон будет уверена в том, что другая сделает шаг навстречу.

Таким образом, группа сможет достигнуть единства даже в том случае, когда принятое ею решение будет устраивать далеко не всех ее членов. Достижение компромисса необходимо, так как компромисс — это обязательное условие демократических процессов.

Эти знания работы в группе, а также умение правильно организовать дискуссию поможет учителю в применении методов — круглый стол, трехступенчатое интервью, зигзаг, мозговой штурм, кластер, инсерт, кубик и др.

Круглый стол

Круглый стол (устный или письменный) — это метод обучения сообща, структура которого может быть использована для сбора идей путем мозгового штурма и обобщения большого количества ответов на один вопрос или группу вопросов.

Как это делать?

Шаг 1. Учитель задает вопрос или задание (предположим, что это решение круговых примеров, т.е. когда ответ первого примера является началом следующего примера и т.д.)

Шаг 2. Один листок бумаги и одна ручка на группу.

Шаг 3. Первый учащийся пишет один ответ.

Шаг 4. Первый ученик передает бумагу своему соседу, сидящему по левую сторону, тот пишет свой ответ и т.д.

Шаг 5. Работа продолжается по кругу, до конца отведенного времени.

Шаг 6. Группа заканчивает работу, когда истекает время.

Советы учителю. Ключом здесь является вопрос или проблема, вынесенная на рассмотрение. Это должен быть такой вопрос, который потенциально может иметь несколько верных ответов. Соотнесите вопрос с тематикой курса, чтобы каждый учащийся мог сделать свой вклад в обсуждение. Как только время вышло, определитесь, что бы вы хотели, чтобы учащиеся сделали с полученными ответами. Например, они могут продолжать обсуждать разнообразные ответы или решения или же могут поделиться своими ответами с остальными членами класса.

Не забудьте, что при проведении устного круглого стола участникам необходимы конверты и карточки для записи ответов.

Трехступенчатое интервью

Трехступенчатое интервью — это метод обучения сообща, который может быть использован в начале занятия или тренинга, для того чтобы глубже ознакомиться с проблемой или заданием через разделение ролей между учащимися, или как «ледокол» для знакомства членов группы друг с другом.

Как это делать?

Шаг 1. Между учащимися распределяются роли или же учащиеся могут импровизировать сами.

Шаг 2. Ученик *А* интервьюирует ученика *Б* в течение нескольких минут, слушая внимательно и задавая наводящие вопросы.

Шаг 3. По сигналу учащиеся меняются ролями и ученик *Б* интервьюирует ученика *А* столько же минут.

Шаг 4. После сигнала каждая пара поворачивается к другой паре, формируя группу из четырех.

Шаг 5. Каждый член группы представляет своего партнера, отмечая самые интересные моменты.

Советы учителю. Можно заранее раздать вопросы интервью. (Например, это могут быть вопросы о правилах нахождения неизвестных компонентов арифметических действий). Это даст возможность избежать заминок в работе в случае неподготовленности учеников.

Группа из 4-х человек.

Шаг первый

$\boxed{А}$ $\boxed{Б}$ $\boxed{В}$ $\boxed{Г}$

Шаг второй

$\boxed{А} \rightarrow \boxed{Б}$ $\boxed{В} \rightarrow \boxed{Г}$

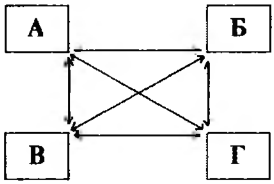
Опрашивающий Отвечающий Опрашивающий Отвечающий

Шаг третий

А ← Б　　　　В ← Г

Отвечающий　Опрашивающий　　Отвечающий　Опрашивающий

Шаг четвертый и пятый



Учащиеся делятся ответами друг с другом.

Зигзаг

Это метод совместного обучения, который позволяет учащимся проработать большое количество учебного материала в течение короткого времени.

Как это делать?

Шаг 1. Подберите материал и разбейте его на логически законченные части (4–6 частей).

Шаг 2. Сформируйте группы по 4–6 человек, в зависимости от количества частей в подобранном материале. Каждому члену этой (родной) группы дайте номер, соответствующий той части материала, которую он будет изучать.

Шаг 3. Распределите материал для изучения.

Шаг 4. Сформируйте (экспертные) группы. Учащиеся с одинаковыми номерами объединяются в группу. Задача (экспертной) группы изучить материал и определить самый лучший способ презентации в (родной) группе.

Шаг 5. Ученики возвращаются в (родные) группы и обмениваются информацией. Задача (эксперта), чтобы каждый член группы усвоил ту часть материала, за которую он отвечает.

В результате работы каждый член группы будет знаком со всем материалом.

Шаг 6. Проверьте понимание и подведите итоги.

Виды проверок:

— Презентации экспертов;
— Письменные работы;
— Ответы на вопросы;
— Тестовые задания.

Мозговой штурм

Мозговой штурм — хорошо известный, используемый метод решения проблем. Он стимулирует участников использовать свое воображение и творчество. Он помогает найти большое число решений к любой заданной проблеме. Что я должен делать в этой ситуации? Как мы должны преодолевать это препятствие? Мозговой штурм помогает в выборе ценностей и выяснении альтернатив.

Правила для проведения мозгового штурма.

1) В процессе обдумывания не позволяется делать никаких оценок. Если вы даете оценку идеям в процессе их обдумывания, участники сосредотачиваются на защите своих мыслей и идей, а не на обдумывании новых и лучших. Оценка должна быть исключена из правил.

2) Надо поощрять всех на обдумывание большого круга самых неожиданных идей. И действительно, если на мозговом штурме не возникает неожиданных идей, то становится очевидным, что отдельные участники пересматривают свои собственные мысли. Они долго размышляют до того, как представить идею из-за боязни, что они, возможно, выступят с глупой идеей, которая и звучит смешно.

3) Количество идей поощряется. Почти всегда количество перерастает в качество. Когда в быстрой последовательности возникает огромное количество идей, оценка обычно исключается. Участники вольны дать большой размах своему воображению, в результате чего появятся хорошие мысли.

4) Каждый может основываться на чужих идеях и изменять их. Сочетание или изменение ранее предложенных идей часто приводит к новым идеям, которые лучше тех, вдохновивших.

Шаги для эффективного мозгового штурма.

1. Участники рассаживаются в непринужденной манере.
2. Готовится доска или листы для записи идей.
3. Определяется проблема.
4. Определяются правила работы: а) никакой оценки идей, б) полная свобода мыслей; в) чем больше идей, тем лучше (стремиться к количеству).
5. Спрашивается об идеях и быстро записывается по мере их поступления.
6. Когда лист бумаги заполнен, перевешивается на стену.
7. Не допускаются: смех, ироничные комментарии или насмешки над идеями других.
8. Продолжается как можно дольше, пока поступают идеи.

В учебном процессе мозговой штурм может применяться на любых типах уроков. Этот метод позволяет включить всех обучаемых в процесс поиска решения проблемы, активизирует их, снимает утомление. Рекомендуется его проведение на стадии вызова модельного урока.

Кластер

Разбивка на кластеры — это педагогическая стратегия, которая помогает учащимся свободно и открыто думать по поводу какой-либо темы. Она требует выделения лишь тех структур, которые дают возможность стимулировать размышление о связях между идеями. Это не линейная форма мышления. Она тесно связана с тем, как работает наш мозг.

Разбивка на кластеры используется как на этапе вызова, так и на этапе размышления. Разбивка на кластеры очень проста и легко запоминается:

1) напишите ключевое слово или предложение в середине большого листа бумаги, на классной доске или другой поверхности, которую можно использовать для письма;

2) начните записывать слова или предложения, которые приходят вам на ум в связи с данной темой;

3) по мере того, как у вас возникают идеи и вы записываете их, начните устанавливать те связи между идеями, которые вам кажутся подходящими;

4) выпишите столько идей, сколько придет вам на ум, пока не закончится время или пока не будут исчерпаны все ваши идеи.

Существует несколько основных правил при применении кластеров:

1) записывайте все, что приходит вам на ум. Не судите о качестве этих мыслей, просто записывайте их;

2) не обращайте внимания на орфографию и другие факторы, сдерживающие письмо;

3) не переставайте писать, пока не выйдет время. Если идеи вдруг перестанут приходить вам на ум, то порисуйте на бумаге, пока у вас не появятся новые идеи;

4) постарайтесь построить как можно больше связей. Не ограничивайте количество идей, их поток и связи между ними;

5) когда вы в первый раз вводите разбивку на кластеры, выберите такую тему, которая будет знакома всей группе. В целях демонстрации может использоваться такая тема, как Узбекистан, ученик и другие.

После разработки кластера составляется категориальный обзор. Категория — это группа явлений, предметов, понятий, объединенных общими признаками. Категориальный обзор позволяет учащимся систематизировать факты, идеи, которые возникли при проведении мозгового штурма и составлении кластера. (Например, в 4 классе в целях повторения основных изученных величин и единиц их измерения целесообразно составить кластер на тему величины и категориальный обзор).

Инсерт

Большие возможности в обучении, особенно в преподавании математики, имеет так называемый метод инсерт. Данный метод нацелен на то, чтобы студенты отмечали собственное понимание читаемой информации, используя при этом интерактивную систему пометок на полях. Это развивает активное, вдумчивое чтение; способность увязывать ранее известный материал с новым; навык эффективной работы с текстом; стимулирует дальнейшее изучение темы.

Виды пометок:

«V» — ставится в том случае, если то, что вы читаете, соответствует тому, что вы знаете;

«–» — (минус) ставится в том случае, если то, что вы читаете, противоречит вашим знаниям;

«+» — (плюс) ставится в том случае, если то, что вы читаете, является для вас новым;

«?» — (вопрос) ставится в том случае, если то, что вы читаете, непонятно, т.е. требуются дополнительные сведения.

Таблица инсерт

V	–	+	?

Методические рекомендации по применению инсерт.

Шаг 1. Провести мозговой штурм.

Шаг 2. Индивидуальное чтение с использованием пометок «инсерт».

Шаг 3. Соотнесение и обсуждение итогов «мозгового штурма» с результатами чтения, в парах или в малой группе.

Шаг 4. Систематизация полученной информации на основе таблицы «Инсерт». Данный вид работы можно провести в парах или в малой группе.

«Кубик»

«Кубик» — это методика, которая облегчает рассмотрение темы с помощью различных подсказок для мышления. Изготовляется куб из плотного картона. Длина ребра – 20 см. На каждой грани сделаны следующие надписи:

1. Опишите это.
2. Сравните это.
3. Дайте ассоциацию к этому.
4. Проанализируйте это.
5. Дайте аргументы за или против этого.
6. Примените это.

Учителями задается тема, затем учеников просят подумать о теме, описать ее, тщательно рассмотреть предмет и описать его так, как они его видят: цвет, форму, черты, признаки и т.д. Учащиеся пишут письменно ответы на предложенную тему.

1) Затем читается первый вопрос. Опишите предмет (посмотрите внимательно на предмет).

2) Сравните это, на что это похоже, от чего отличается.

3) Дайте ассоциацию, о чем он заставляет вас подумать, что приходит вам на ум. Дайте волю вашему воображению и подумайте, с чем у вас ассоциируется этот предмет.

4) Проанализируйте это. Скажите, как его можно сделать (можно придумать).

5) Приведите аргументы за или против, постарайтесь найти убедительные доводы.

6) Примените это. Скажите, что вы можете сделать с ним. Как его можно использовать.

Используйте любые аргументы.

После этой письменной работы ученики делятся своими ответами по каждой стороне этого кубика в парах, читают партнеру.

Весь этот процесс можно провести и устно.

Для начальной школы можно использовать другие слова и вопросы на гранях кубики:

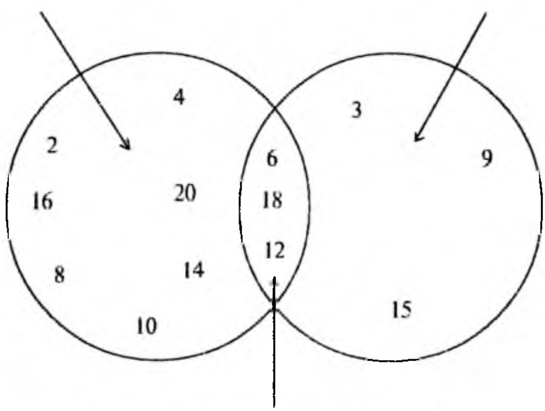
1. Как выглядит (опишите это)?
2. На что похоже, от чего отличается?
3. О чем заставляет вас думать (дайте ассоциации)?
4. Из чего это сделано (проанализируйте это)?
5. Это хорошо или плохо (дайте доводы за и против этого)?
6. Как можно использовать (примените это)?

Для маленьких детей можно рассматривать только три стороны кубика, раскрасив в разные цвета. Кубик можно использовать на стадии осмысления и вызова.

В целях повышения активности и сознательности усвоения знаний, большое значение имеет метод **«Диаграмма Венна»** Этот метод дает возможность использовать анализ и синтез при рассмотрении двух и более аспектов, имеющих общие и различные признаки. Диаграмма чертится на двух и более пересекающихся кругах, использовать этот метод можно на стадиях вызова и размышления.

Покажем, как это можно использовать в начальных классах, при изучении темы «Признаки делимости чисел». Основная цель занятия — это закрепить знания учеников о делимости чисел на число 2 и на число 3. Вывести признак делимости чисел на число 6. Рассмотрим это в пределах 20.

Числа, которые делятся на 2. **Числа, которые делятся на 3.**



Числа, которые делятся на 6

Таким образом, в общей части двух кругов расположены числа: 6,12, 18, т.е. которые делятся без остатка и на 2 и на 3. Учитель обращает внимание учащихся, что числа, которые делятся на 2 и на 3, делятся и на 6 (признак делимости на 6).

Рассмотрим методику применения методов «Зигзаг», «Круглый стол», «Кубик» при изучения темы «Прямоугольник» в начальных классах.

Класс: 2

Тема: Прямоугольник.

Цели:

— Сформировать понятие о прямоугольнике.

— Научить отличать от других фигур.

— Научить чертить прямоугольник.

Ход урока.

Организационный момент.

Минутка чистописания.

Устный счет.

— Здравствуйте.

— Сегодня у нас на уроке новая тема.

I. Вызов. Метод «Зигзаг».

Давайте разделимся на группы по 4 человека. У каждого из вас будет номер 1, 2, 3, 4. Ребята с номерами «1» читают внимательно часть текста под номером 1.

Ребята с номерами «2», «3», «4» читают части текста с соответствующими номерами.

Сказка о прямоугольнике.

В царстве-государстве геометрических фигур жил-был прямоугольник (показать картинку). Он все время завидовал квадрату.

— Я такой неуклюжий! — жаловался он. — Если поднимусь во весь рост, становлюсь высоким и узким, вот таким (показать картинку)! А если лягу на бок, становлюсь низким и толстым, вот таким (показать картинку). А ты всегда остаешься одинаковым, сказал он, обращаясь к Квадрату. — И стоя, и лежа, и сидя. (1)

— Да уж! — с гордостью отвечал Квадрат. — У меня все стороны равны! И Квадрат переворачивался с боку на бок, но его рост и ширина при этом не изменялись. А однажды случилось вот что. Один Человек заблудился в лесу. Он шел наугад и встретил Квадрат и Прямоугольник. Поскольку у Квадрата был очень важный вид, Человек обратился к нему: «Можно я заберусь на вас и посмотрю, где мой дом?» (2)

Квадрат согласился и подставил Человеку свои бока. Человек сначала забрался на одну сторону, но ничего не увидел из-за деревьев. Потом он попросил Квадрат перевернуться, но и на этот раз ничего не увидел, поскольку все стороны Квадрата равны.

— Господин Квадрат! — взмолился Человек. — Помогите мне хотя бы через речку перебраться! (3)

Квадрат подошел к речке и попытался дотянуться до другого берега, но... Плюх! — и упал в воду.

— Может быть, я смогу помочь вам? — скромно спросил Человека Прямоугольник. Он встал во весь рост, Человек забрался на него и оказался выше деревьев! Он увидел свой дом и узнал, куда идти. Тогда Прямоугольник лег на бок и стал мостом.

— А вы, оказывается, полезная фигура! — с удивлением сказал Квадрат Прямоугольнику.

— Ну, что вы! — скромно ответил Прямоугольник. — Просто мои стороны разной длины: две длинные и две короткие... (4)

Через три минуты все ребята под №1 садятся вместе и обсуждают свой материал. Обсудите лучший способ презентации в своей группе. (Аналогично и №2, №3, №4.)

— Теперь каждый из вас должен рассказать свой изученный материал своим согруппникам.

Итак:

— Что же такое прямоугольник? Квадрат?

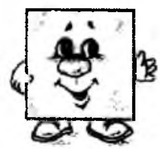
— Чем прямоугольник оказался лучше квадрата?

Знакомство с новым материалом.

— Я расскажу вам сказку. Она необычная, математическая и называется **«Родственники».**

Жила на свете важная фигура. Важность ее признавалась всеми людьми, так как при изготовлении многих вещей форма ее служила образцом. Кого бы ни встретила она на своем пути, всем хвалилась: «Посмотрите, какой у меня красивый вид: стороны мои все равны, углы все прямые. Красивее меня нет фигуры на свете!»

Учитель показывает рисунок.



— Назовите эту фигуру, ребята!

Д. Квадрат.

У. Как вы узнали?

Д. Стороны равны, углы прямые.

У. Ходил Квадрат по свету и стало тяготить его одиночество: не с кем побеседовать и потрудиться в хорошей и дружной компании. Ведь весело и легко бывает только с друзьями. И решил Квадрат поискать родственников: «Если встречу родственника, то сразу его узнаю, — думал Квадрат, — ведь он должен быть похож на меня». Однажды встречает он на пути такую фигуру:

Пригляделся Квадрат к ней и увидел что-то знакомое. «Как тебя зовут?» — спрашивает.

Узнали, дети?

Д. Это прямоугольник.

У. У него все углы прямые.

Осуществляется проверка у доски. Измерение углов прямым углом линейки.

У. Давайте измерим длину сторон. Что вы о них скажете?

Д. Стороны, которые лежат одна против другой, равны.

Учитель на доске фиксирует свойства прямоугольника.

У. Называются эти стороны противоположными. Сформулируйте вывод о противоположных сторонах прямоугольника.

Д. Противоположные стороны прямоугольника равны.

У детей на партах по два прямоугольника разного цвета. Длина красного прямоугольника больше длины синего, а ширина одинакова.

У. В этом можно также убедиться, не измеряя стороны по линейке. Предложите такой способ.

Д. Наложением.

У. Накладываем одну фигуру на другую и замечаем, что противоположные стороны равны.

В чем же отличие квадрата от прямоугольника?

Д. У квадрата все стороны равны, а у прямоугольника — только противоположные.

У. У прямоугольника та сторона, которая длиннее, называется «длина». Сторона, которая короче, называется «ширина».

II. Осмысление. Метод «Круглый стол».

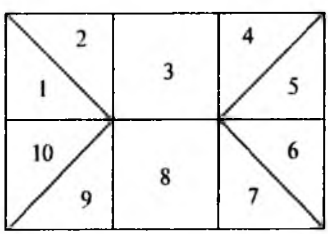
— Делимся на 3 команды по рядам.

Решение круговых примеров, написанных на геометрических фигурах. Каждый следующий пример начинается с ответа на предыдущий пример.

1) $10 + 21 =$
2) $\square - 15 =$
3) $\square + 2 \cdot 4 =$
4) $\square - 3 \cdot 5 =$
5) $\square \cdot 2 + 12 =$
6) $\square - 18 : 6 =$
7) $\square - 12 : 4 =$
8) $\square : 8 + 10 =$
9) $\square + 29 =$
10) $\square - 4 \cdot 8 = 10$

Задание.

— Вы должны расположить фигуры с примерами на трафарет так, чтобы получилась цепочка из примеров и геометрическая фигура.



— Какая у вас получилась фигура?

— Подумайте, можно ли из этого прямоугольника получить квадрат так, чтобы цепочка с примерами не нарушилась?

— Каким способом?

— Какие примеры можно убрать? (4, 5, 6, 7)

Д. У квадрата все стороны одинаковой длины.

Физкультминутка

Дети выполняют движения.

Погляди скорей вокруг,
Опиши руками круг.
Треугольник опиши
И квадрат нам покажи.
На одной ноге постой-ка,
Будто ты солдатик стойкий.
Смотрим вверх и смотрим вниз,
На носочки поднялись.
Вдох и выдох. Тихо сели.
Мы урок продолжим смело.

Закрепление нового материала.

— Дети выполняют задание по учебнику.

А теперь послушайте продолжение сказки.

— А мы не родственники с тобой?

— Я бы тоже был бы рад узнать об этом, — говорит Прямоугольник. — Если у нас четыре признака, по которым мы похожи, значит, мы с тобой близкие родственники и у нас одна фамилия.

Давайте поможем фигурам найти такие признаки, обобщим полученные знания.

Д. У фигур по четыре угла, все углы прямые, также у фигур по четыре стороны, противоположные стороны равны.

У. А какая же у них общая фамилия?

Д. Прямоугольники.

У. Обрадовались фигуры, что нашли друг друга. Отдыхают вместе, трудятся. Один раз гуляли на полянке, и прямо к ним направляется фигура, имеющая такой вид:

Вежливо поздоровавшись, говорит: «Долго я искал представителей нашего старинного рода. Наконец-то я нашел своих близких родственников!»

— А как же тебя зовут?

— Четырехугольник.

— Как же доказать, что мы твои родственники?

— Мы имеем два общих признака.

Они были названы.

А вы, ребята, сможете их назвать?

Д. Четыре угла, четыре стороны.

У. Так встретились и жили одной дружной семьей три родственные фигуры, которые назывались четырехугольники.

III. Размышление. Метод «Кубик».

1. Опишите прямоугольник.
2. Сравните с другими фигурами.
3. Дайте ассоциации.
4. Проанализируйте.
5. Где в жизни встречается прямоугольник.
6. За и против.

Подведение итогов.

Выставление оценок.

Это был сценарий урока применения методов «Зигзаг», «Круглый стол», «Кубик» при изучении темы «Прямоугольник» для учащихся начальных классов.

Теперь рассмотрим использование интерактивных методов «Кластер», «Категориальный обзор», «Инсерт» при изучении темы «Методика изучения основных величин в начальных классах. Формирование представлений о времени» для будущих учителей начальных классов, т.е. студентов направления начального образования.

Занятие на тему:

«Методика изучения основных величин в начальных классах. Формирование представлений о времени».

План:

1. Понятие интерактивного метода. Модельный урок («ВОР» — Вызов, Осмысление, Размышление).

2. Формирование представлений о времени.

А) Вызов — «Кластер» на тему «Время».

Б) Осмысление — «Категориальный обзор».

В) Размышление — таблица «Инсерт».

3. Методика изучения величины «Время» по методической схеме.

I. Понятие интерактивного метода. Модельный урок.

Занятие начинается с обсуждения раздатки «Как выучиваем?» Обращается внимание студентов на то, каким образом человек усваивает информацию. Так, например, при прочитывании запоминается только 10%, посредством слуха усваивается 20%, зрительно — 30%, усвоение информации при участии зрения и слуха одновременно — 50%. При обсуждении информации с другими — 70%, лично переживаемая информация усваивается на 80%, обучая других, мы сами способны усвоить 95% информации.

Термин «интерактивный» означает «взаимодействие», слово английского происхождения «interact». «Inter» — «взаимный», «act» — действовать, т.е. диалоговое обучение.

Далее поясняется, что интерактивные методы обучения предполагают обсуждение информации с другими (70%), лично переживаемой (80%) и обучение других (95%).

(Разработка «Как выучиваем?» прилагается).

Далее раскрывается понятие модельного урока.

(Разработка «Модельный урок» прилагается).

II. Формирование представлений о времени.

Эта часть плана урока начинается с разъяснения метода разбивки на кластеры.

(Разработка «Метод разбивки на кластеры» прилагается).

Разъяснив данный метод, приступаем непосредственно к формированию представлений о времени.

А) Вызов — «Кластер» на тему «Время» выглядит следующим образом. (См. рис. 2).

Б) Осмысление — «Категориальный обзор». Все, что студенты наработали на стадии вызова построения «Кластера» на тему о времени, приводим в определенную систему.

Единицы измерения времени: секунда, минута, час, сутки, неделя, месяц, квартал, год, век, тысячелетие (миллениум).

Приборы для измерения времени, т.е. часы: механические, электронные, солнечные, песочные и др.

Названия дней недели: понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье. Названия месяцев года: январь, февраль, март, апрель, май, июнь, июль, август, сентябрь, октябрь, ноябрь, декабрь.

Пословицы о времени: «Делу время — потехе час»; «Тише едешь — дальше будешь»; «Поспешишь — людей насмешишь», «Время не вернешь назад», «Семеро одного не ждут».

В) Размышление. На этой стадии используется стратегия «Инсерт»: каждый студент получает раздатку №4 «Как научились люди измерять время». Вся группа делится на 4 команды.

Студенты внимательно читают текст. В процессе чтения они делают пометки карандашом на полях, т.е. против каждого абзаца текста. На доске вывешивается таблица со знаками инсерт.

Таблица инсерт

Знаки инсерт	1 команда	2 команда	3 команда	4 команда
V				
+				
—				
?				

Затем студенты каждой команды между собой, обсуждают знаки инсерт, суммируют по каждому знаку и заполняют общую таблицу. Например: в 1 команде знаку «V» соответствует 15, знаку «+» — 21, знаку «—» — 3, знаку «?» — 2.

Зима, Весна, Лето, Осень
Новый год
Навруз
Солнечные часы
Механические часы
Секундомер
Времена года
Праздники
Календарь
Часы
Измерительные приборы
Песочные часы
Раньше, позже
ВРЕМЯ
Перемена, урок
Пословицы
Семеро одного не ждут
Временные представления
Названия дней недели
Единицы измерения времени
Поспешишь – людей насмешишь
Время не вернешь назад
Названия месяцев года
Время – деньги
Понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье
Делу время, а потехе – час
Неделя
Секунда
Век
Месяц
Квартал
Миллениум
Январь, февраль, март, апрель, май, июнь, июль, август, сентябрь, октябрь, ноябрь, декабрь
День, ночь
Час, минута
Год
Сутки

Рис.2

Аналогично поступают все другие команды. Затем один представитель от каждой команды выходит к доске и рассказывает о полученных сведениях по знакам инсерт. Особое внимание уделяется знаком «–», и «?».

В конце обсуждений преподаватель-тренер резюмирует все сказанное по всем командам и подробно объясняет все, что оказалось неясным («?») и что противоречивого в том, о чем узнали студенты («–»).

Таким образом, посредством стратегии «инсерт» осуществляется как индивидуальная (каждый студент сам читал текст и делал пометки знаков инсерт), так и групповая работа в аудитории.

Как научились люди измерять время

Еще в глубокой древности люди заметили, что смена дня и ночи происходит через какой-то определенный период. Чередование труда и отдыха в своей деятельности человек тесно связал с этим явлением. Так появилось представление о *сутках*, первой естественной единице измерения времени.

В соответствии с числом пальцев на одной руке, затем на двух руках зародилась в начале пятидневная «малая неделя», а позже десятидневная — «большая неделя». Простые наблюдения за периодически изменяющимся видом луны — *фазами* — привели ко второй естественной единице измерения времени — *месяцу*, т.е. промежутку времени от одного новолуния до следующего. Издавна луну называли месяцем не только на русском, но и на других европейских и восточных языках. На основе суток и месяца были составлены первые лунные календари древних китайцев, вавилонян и других народов. Месяц равнялся одно время 29,5 суток. Семидневная неделя установилась как промежуток времени от одной лунной фазы до другой, от новолуния до первой четверти.

С переходом людей от кочевого к оседлому образу жизни, с развитием земледелия возникла потребность отличать периодичность чередования весны, лета, зимы и осени, связанную с движением солнца. Появилась более крупная единица измерения времени — *год*. Так постепенно создавался *солнечный календарь*.

Продолжительность года определялась в начале очень неточно. Древние египтяне, например, принимали за год промежуток времени от одного разлива Нила до следующего, и лишь затем — от одного предутреннего восхода яркой звезды Сириуса до другого. Постепенно они установили продолжительность солнечного года в 365 дней. В связи с тем, что в основу измерения времени было положено вращение Земли вокруг своей оси, при построении календарей возникали большие трудности. Ведь ни лунный месяц, ни солнечный год не содержат целого числа суток. Продолжительность первого — 29 суток, 12 часов, 44 минуты и 3 секунды, а второго — 365 суток, 5 часов, 48 минут, 46 секунд. Поэтому издавна ввели условный календарный месяц с целым числом суток и условный календарный год, стремясь к тому, чтобы год по возможности меньше отличался от истинного года (продолжительность полного оборота Земли вокруг Солнца).

На протяжении многих веков были неоднократные попытки улучшить календарь. Одна из важнейших реформ календаря в древности была предпринята в 46 году до н.э. по указанию римского императора Юлия Цезаря. Календарь, созданный тогда группой ученых во главе с астрономом Созигеном, в честь Цезаря был назван юлианским. По юлианскому календарю (ныне — «старый стиль») год содержал 365 суток, но каждый четвертый год — високосный — 366 суток. Так как средняя продолжительность года была, таким образом, 365 суток 6 часов, то календарный год оказался длиннее солнечного на 11 минут 14 секунд. Каждые 128 лет накапливалось расхождение в целые сутки, а когда в XVI в. была предпринята новая реформа календаря, то это расхождение составило уже 10 суток.

По рекомендации комиссии специалистов Папа Римский Григорий XIII одобрил в 1582 году проект нового календаря, предложенного итальянским ученым Алоизия Лилио. Этот календарь назван григорианским («новый стиль»). День после 4 октября 1582 года был объявлен 15 октября, чтобы поправить ошибку в 10 дней, накопившуюся до тех пор. Новый стиль отличается от старого тем, что в каждые 400 лет имеется меньше на 3 високосных дня, а именно, годы, оканчивающиеся двумя нулями, считаются високосными тогда, когда они делятся без остатка на 400. Например, 1600, 2000 — високосные годы, 1700, 1800, 1900 — простые.

Таким образом, разница в 1 сутки накапливается не за 128 лет, как в старом стиле, а за 3300 лет. Календарный год нового стиля стал значительно ближе к истинному солнечному году.

Из-за религиозных соображений многие не католические государства долгое время сопротивлялись введению календаря нового стиля. В XX в. расхождение между старым и новым стилем составило уже 13 дней.

Многие календарные термины берут свое начало от древних римлян. Само слово «календарь» означало в Риме долговую книгу. Должники платили проценты в день *календ* — так назывался первый день каждого месяца. Первый месяц года был назван *январем* в честь двуликого бога Януса, одно лицо которого было обращено вперед (в будущее, к новому), а другое — назад (к старому, прошлому); *февраль* происходит, как предполагают, от латинского «februm» — очищение. Это был месяц религиозного покаяния. В честь бога войны Марса был назван месяц март. В апреле на деревьях раскрываются почки, слово «aperire» и означает «раскрытие». Месяц весны май был назван по имени бога Majus, покровитель роста, июнь — по имени богини неба Юноны. Июль и август были названы в честь римских диктаторов Юлия Цезаря и императора Августа. Первоначально римский год состоял из 10 месяцев. Последние четыре из них назывались:

September — «седьмой» (Сентябрь)
October — «восьмой» (Октябрь)
November — «девятый» (Ноябрь)
December — «десятый» (Декабрь).

Названия дней недели в некоторых языках издавна связаны с названием небесных тел: Солнца, Луны, Марса, Меркурия, Юпитера, Венеры. «Неделей» (не делать) называли в старину, а в некоторых славянских языках и теперь еще называют, день отдыха. Первый день после «недели» был назван «понедельником». Второй — «вторником», четвертый — «четвергом», пятый — «пятницей». Середина недели была названа «средой». «Суббота» происходит от древнееврейского «шабат» — покой, отдых. Согласно Библии этот день был «днем отдыха бога». С религиозной верой в мифическое «воскресение» Христа связано название воскресного дня.

Применяемый ныне почти во всех странах мира календарь нового стиля тоже не лишен крупных недостатков, из которых самыми главными являются: неравенство месяцев, четвертей года и полугодий и отсутствие согласованности между разными единицами измерения времени. Так, например, ни месяц, ни год не имеют целого числа недель, месяц не имеет постоянного числа дней, одни и те же числа месяца приходятся на различные дни недели и т.п.

III. Далее приступаем к 3 пункту нашего плана, а именно «Методике изучения величины «Время».

На доске вывешивается «Методическая схема изучения величин», которая является единой для изучения любой величины, изучаемой на уроках математики в начальной школе: длина, время, масса, емкость, площадь. Так как на предыдущем занятии по программе предусматривалось изучение величины «Длина» и данная методическая схема была рассмотрена, студенты знают, как использовать эту схему для изучения понятия «Время».

Особое внимание уделяется введению новых единиц измерения времени, соответственно изучению концентров чисел (десяток, сотня, тысяча, многозначные числа).

Занятие заканчивается экскурсом, посвященным научному наследию великих среднеазиатских ученых, которые внесли свою уникальную лепту в совершенствование измерения времени, в создание точных календарей. Это в первую очередь Мухаммед ал-Хорезми, Абу Райхон Беруни, Омар Хайям, Насреддин ат-Туси, Улугбек, Гияседдин ал-Каши и другие.

ГЛАВА VI
УРОК И ДРУГИЕ ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Сущность урока математики. Основной формой организации учебно-воспитательной работы с учащимися является урок. Сущность его раскрывается в дидактике.

Понятие «урок» имеет следующие характеристики: цель, содержание, средства и методы обучения, организация учебной деятельности.

Главную роль среди основных характеристик играют цели урока: образовательные, воспитательные и развивающие.

К образовательным целям относятся формирование математических знаний, умений и навыков.

Но формировать надо не только математические, но и общеучебные знания, умения и навыки, позволяющие более рационально организовать обучение математике.

В единстве с обучением осуществляются цели воспитания и развития личности школьника.

Типы уроков. В зависимости от основной дидактической цели урока, которая подчиняет все другие цели, выделяются следующие типы уроков: урок изучения нового материала; урок закрепления знаний, умений, навыков; урок контроля и учета знаний, умений, навыков. Если урок имеет несколько равноправных дидактических целей, то такой урок называют комбинированным.

Комбинированные уроки наиболее распространены в 1—4 классах, что объясняется возрастными особенностями младших школьников, а также особенностями построения начального курса математики.

Структура уроков комбинированного типа: проверка знаний ранее изученного материала; изучение нового материала; закрепление этого материала; задание на дом; или: изучение нового материала; закрепление изученного на данном уроке и ранее пройденного; задание на дом; подготовительная работа к изучению следующей темы.

На уроке комбинированного типа тратится примерно одинаковое время на повторение, проверку ранее изученного и на изучение нового, его закрепление. При этом часто одновременно с закреплением ранее изученного учитель проверяет, как дети усвоили этот материал; попутно с изучением нового материала ведется закрепление знаний, умений и навыков по новому материалу, закрепление сочетается с подготовкой к изучению следующей темы и т. п. Этим обеспечивается активная работа учащихся на протяжении урока.

Уроки изучения нового материала. В младших классах специальных уроков математики, целиком посвященных изучению нового материала, нет. Новый материал небольшими частями рассматривается почти на каждом уроке. Но бывают уроки, на которых изучение нового материала является основной дидактической целью. Этой работе отводится большая часть урока, при этом другие части урока также подчинены изучению нового. Для того чтобы установить связь нового материала с изученным, включить новые знания в систему, повторяют те разделы и вопросы, которые подготавливают учащихся к восприятию новых знаний, помогают им сделать самостоятельные выводы и заключения. Помимо знакомства с новым материалом на таком уроке происходит первичное закрепление полученных знаний.

Структура данного типа урока может быть такова:

1) повторение материала, необходимого для сознательного усвоения новых математических знаний;

2) изучение нового материала;

3) первичное закрепление изучаемого материала;

4) задание на дом.

Последовательность структурных элементов урока может быть и другой, но в любом случае основная часть урока данного типа посвящается работе над новым материалом.

Уроки закрепления знаний, умений и навыков. Основное место на уроках данного типа занимает выполнение учащимися различных тренировочных упражнений и творческих работ. Предлагаются упражнения в определенной системе. Большое место на этих уроках отводится самостоятельной работе учащихся. Структура этих уроков, как правило, следующая:

1) воспроизведение учащимися знаний, умений и навыков, которые потребуются для выполнения заданий;

2) самостоятельное выполнение учащимися различных упражнений;

3) проверка выполнения работы и подведение итогов;

4) задание на дом.

С целью развития знаний, умений и навыков на таких уроках иногда включаются элементы нового. Кроме того, попутно или с помощью специальных упражнений проводится подготовительная работа к изучению следующих тем. Но эти дидактические цели подчиняются основной цели урока — закреплению изученного материала. В начале учебного года или четверти проводятся уроки закрепления изученного с целью повторения и систематизации тех знаний, которые необходимы для изучения новых тем. В конце изучения темы или раздела на уроках закрепления включаются упражнения обобщающего и систематизирующего характера.

Контрольные или учетные уроки. Основное место на таких уроках отводится устной и письменной проверке усвоения изученного материала. Проверка, как правило, сочетается с закреплением знаний, умений и навыков. Самостоятельные письменные работы занимают от 15 до 30 мин, остальное время отводится на закрепление ранее изученного материала. В конце урока, если проверка проводилась в устной форме, учитель, как правило, дает краткую характеристику знаниям, умениям и навыкам учащихся, указывает на достижения, недостатки и пути их преодоления. Если проверка проводилась в письменной форме, то последующий урок посвящается анализу результатов контрольной работы, исправлению типичных ошибок, повторению и закреплению тех разделов, которые оказались хуже усвоенными.

Каждый урок математики является отдельным звеном в системе уроков по той или иной теме. Систему уроков учитель намечает, составляя тематическое планирование (на отдельную тему или на определенный период — месяц, учебную четверть). Планируя работу по теме, учитель делит материал этой темы на небольшие части (уроки), намечает основные дидактические цели каждого урока. Тематическое планирование, составленное опытными учителями-методистами, систематически публикуется в методической литературе. Опираясь на это планирование и учитывая особенности своего класса, учитель составляет свой календарный тематический план.

Рассмотрим урок.

Тема урока: «Устная нумерация чисел в пределах 20».

Дидактические цели урока: изучение нового материала и закрепление ранее изученного.

Задачи урока:

1) ознакомить детей с десятком как новой счетной единицей (раскрыть его образование из единиц, показать, что десятки можно считать так же, как простые единицы);

2) закреплять навыки сложения и вычитания в пределах 10 и умение решать простые задачи изученных видов;

3) учить делать обобщения и выводы;

4) учить применять в жизни приобретенное умение считать десятки.

Оборудование: палочки (по 2 десятка палочек у детей, несколько десятков палочек у учителя), 3 полоски с приклеенными на них кружками (по десять на каждой).

Ход урока.

1. Устные упражнения. а) Решение примеров детьми устно с показом ответов разрезными цифрами: найдите сумму чисел 2 и 8; найдите разность чисел 9 и 6; увеличьте 7 на 2 и уменьшите полученный результат на 4. б) Устное решение задач с показом действия соответствующим знаком, а ответа задачи — числом: «Девочка принесла в школу 2 кг макулатуры, а мальчик на 3 кг больше. Сколько килограммов макулатуры принес мальчик?»; «Девочка принесла в школу 2 кг макулатуры, а мальчик — 5 кг. На сколько килограммов макулатуры больше принес мальчик, чем девочка? На сколько килограммов макулатуры меньше принесла девочка, чем мальчик?» в) Составление задач по выражению: 8 — 5. г) Счет тетрадей десятками — 20 штук (вызвать несколько учеников продолжать счет).

2. Работа над новым материалом. Объяснение цели урока — будем учиться считать предметы, когда их больше десяти.

а) Подготовительные упражнения. Отложить 10 кружков, разложить их парами. Сколько пар? (Сосчитать хором.) Разложить пятками. Сколько пятков? (Спросить нескольких учеников.) Сложить все вместе — это 10, или 1 десяток. (Выставить на наборное полотно полоску с 10 наклеенными кружками.) Сколько десятков кружков на наборном полотне?

б) Образование десятка из единиц. Отсчитать 10 палочек и завязать их в пучок-десяток. Обвести 10 клеток и раскрасить их.

Работа по учебнику.

в) Счет десятками. Сколько десятков палочек я показываю? (2.) Это больше, чем 2 палочки? Сколько десятков кружков стоит на наборном полотне? (3.) А отдельных кружков здесь больше, чем 3? Сосчитайте, сколько десятков палочек есть у мальчиков, которые сидят в этом ряду. Что считают десятками?

г) Сравнение чисел, полученных при счете десятков: где больше десятков кружков: в левой или в правой руке? Где больше десятков палочек: у Вити или у Саши?

д) Сложение и вычитание десятков. Сложите вместе пучки палочек, которые у вас есть на одной парте. Сколько стало десятков палочек? Сложите вместе пучки-десятки, выставленные на наборном полотне. Решите задачу: «Купили 5 десятков яиц. За неделю съели 2 десятка. Сколько десятков яиц осталось?»

Вывод: когда предметов много, их можно считать десятками.

е) Самостоятельная работа. Обвести и раскрасить 2 десятка клеток. При проверке сосчитать, сколько отдельных клеток обведено (вызвать того, кто умеет считать).

3. Работа над ранее изученным материалом.

а) Решение задачи. Дать прочитать задачу детям и рассмотреть рисунок в учебнике. Что значит «тяжелее», «легче»? Как узнать, на сколько одно число больше или меньше другого? Решение задачи записать самостоятельно. Проверка решения: «Какую гирю поставим на ту чашу весов, где лежит кочан капусты, чтобы стало поровну на обеих чашах весов?»

б) Самостоятельная работа: решение по вариантам примеров из учебника.

На приведенном уроке решались две основные дидактические цели: знакомство с новым материалом и закрепление ранее изученного материала. Следовательно, это урок комбинированный. Структура урока такова: закрепление ранее изученного, знакомство с новым материалом, закрепление новых знаний. При проведении урока учитель стремится выполнить намеченный план и добиться усвоения материала всеми детьми. По ходу урока можно внести изменения, если в этом будет необходимость. Например, если все намеченные упражнения выполнены, но материал еще не усвоен детьми, выполняются дополнительно новые упражнения. Этой главной задаче — добиться усвоения материала учащимися — подчиняется вся работа на уроке, контроль темп работы, число упражнений, смена видов деятельности.

Большую помощь в овладении методикой проведения уроков оказывает посещение уроков опытных учителей с последующим анализом просмотренных уроков, а также анализ собственных уроков. При этом, прежде всего учитывается тема урока, его дидактические цели, образовательные, развивающие и воспитательные задачи, структура и тип урока. Рассматривается содержание каждой части урока и методика ее проведения: научность и идейная направленность материала, связь с жизнью и опора на личный опыт детей, доступность материала, дифференциация учебной работы, соответствие методов обучения содержанию и целям работы, направленность метода на активизацию и самостоятельность мыслительной деятельности учащихся.

Получившее в последние годы широкое распространение проблемное обучение привело к появлению нового типа урока, который получил название проблемного.

Проблемный урок предполагает наличие проблемной ситуации. Такой урок должен удовлетворять общим дидактическим требованиям и может включать в себя все составные части традиционного урока: проверка домашнего задания, специальные устные упражнения, постановка цели урока перед учениками, подготовка к изучению нового материала и ранее пройденного, итоги урока и задание на дом. Как при традиционном, так и при проблемном обучении математике вопрос о структуре урока должен решаться с учетом целей, содержания, методов обучения, возрастных и индивидуальных особенностей учеников. На проблемном уроке можно выделить следующие этапы:

1. Создание проблемной ситуации. Этот этап является подготовительным по отношению к следующим этапам и предполагает подведение учеников к уяснению сущности проблемы, заинтересованность учеников в ее решении.

2. Решение поставленной проблемы. Предлагается: а) обсуждение проблемы, выдвижение частных проблем и гипотез, разбор целесообразных направлений ее решения; б) выбор сведений, необходимых для решения проблемы, и их систематизация; в) детализация намеченного плана решения; г) подведение итогов решения и получение окончательных результатов.

Роль учителя на данном этапе состоит в том, чтобы побуждать учеников к поисковой деятельности, руководить их работой поискового характера.

3. Практическое применение новых знаний при выполнении специально подобранных упражнений.

4. Подведение итогов проделанной работы.

Приведенный схематический план организации проблемного урока математики динамичен в зависимости от конкретной характеристики той или иной учебной проблемы. Он выполняется полностью или частично, отдельные пункты плана могут объединяться вместе и т.п.

Рассмотрим для примера фрагмент проблемного урока по ознакомлению учеников 2 класса со случаем внетабличного деления вида 42 : 3.

1. Создание проблемной ситуации. Вы умеете, например, разделить 46 на 2. Для этого заменяем число 46 суммой его разрядных слагаемых (40 и 6), а затем используем правило деления суммы на число. Сейчас мы рассмотрим несколько более трудный пример. Пусть надо 42 разделить на 3. Попробуем

применить известный нам прием: заменим 42 суммой его разрядных слагаемых (40+2). Мы видим, что ни число десятков (4), ни число единиц (2) не делится на 3. Значит, знакомый нам прием деления в данном случае применить не удается. Может быть, число 42 вообще не делится на 3? Проблемная ситуация создана.

2. Решение поставленной проблемы.

Для решения проблемы проводятся примерно такие рассуждения: не будем торопиться с выводами. Попробуем найти иной подход к решению. Обратимся к палочкам: число 42 состоит из 4 десятков (4 пучка) палочек и двух отдельных палочек. 4 десятка на 3 не делятся, выделим 3 десятка, их можно разделить на 3 равные части. Разложим 42 на 2 слагаемых: 3 десятка — одно из них, а второе — 1 десяток и 2 единицы. Значит, как же можно разделить 42 на 3? Сначала берем из этого числа столько десятков, чтобы их число делилось на 3, а затем делим все оставшиеся единицы. В этом случае мы тоже заменим делимое суммой, а потом, как и раньше, делим эту сумму на делитель. Поскольку разрядные слагаемые в этом случае не подходят, выбираем более удобные так, чтобы одно из них содержало столько десятков, сколько делится на делитель без остатка.

Записать весь ход рассуждения можно так:

$$(42 : 3) = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14$$

3. Практическое применение новых знаний. Новые знания получают практическое применение при решении примеров типа: 72 : 6, 52 : 4 и т.п.

4. Подведение итогов проделанной работы. В результате решения нескольких примеров нового вида дети под руководством учителя делают вывод о том, что при решении подобных примеров надо делимое представлять в виде суммы удобных (а не разрядных) слагаемых. Причем, удобные слагаемые выбираются таким образом, чтобы одно из них содержало столько десятков, сколько делится на делитель без остатка.

Для овладения методикой проведения урока большое влияние оказывает посещение и анализ уроков опытных учителей, а также анализ собственных уроков.

Анализ урока математики может осуществляться по следующим направлениям:

1. Установление роли и места данного урока в системе уроков по данной теме, что поможет правильно оценить содержание урока, его структуру, методы и приемы работы.

2. Выяснение и обоснование основных дидактических целей, образовательных и воспитательных задач урока.

3. Анализ содержания каждой части урока и методики ее проведения, соответствие содержания материала урока образовательно-воспитательным целям, соответствие программе, научность и идейная направленность материала, посильность и доступность знаний, учет возрастных пробелов в знаниях, умениях и навыках. В первом случае ликвидация пробелов осуществля-

ется через различные формы внеклассной работы по математике, во втором организуются индивидуальные или групповые учебные занятия по мере надобности с теми детьми, у которых обнаружилось отставание по предмету и они не могут далее продвигаться вперед вместе с классом.

Пробелы в знаниях, умениях и навыках могут появиться у ученика в результате пропуска уроков по болезни, а также в результате систематического отставания ученика на уроке. Пониженная работоспособность, недостаточное внимание к работе ученика со стороны учителя, особенность нервной системы и другие причины могут влиять на отношение ученика к обучению. К внеурочным занятиям учитель тщательно подбирает материал, продумывает методику работы. Особенно ценны упражнения с наглядными пособиями, которыми оперирует сам ученик, а также упражнения с пояснением приемов, решением примеров и задач с помощью рисунков, схем, чертежей. Наметившиеся сдвиги в знаниях и умениях во время самостоятельных работ — результат специально подобранных упражнений.

Домашняя работа учащихся

Домашняя работа — это форма организации самостоятельной индивидуальной работы учеников во внеурочное время.

В ходе домашней работы не только закрепляется или повторяется тот или иной материал начального обучения, но и, что особенно важно, формируются важные умения и навыки самостоятельной деятельности учеников. В результате правильно организованного самостоятельно выполняемого домашнего задания формируются и развиваются такие качества и стороны личности, как усидчивость, трудолюбие, организованность, дисциплинированность, аккуратность, ответственность за порученное дело. Совершенствуются умения планировать свою деятельность, навыки самоконтроля и др.

Требования к организации домашних заданий:

1. Домашнее задание должно быть доступным и посильным для учеников. Для этого необходимо, во-первых, учитывать то, что для выработки навыков самостоятельной работы учащихся требуется определенное время. Поэтому запрещаются домашние задания для учеников 1 класса в течение первого полугодия. Во-вторых, задания для домашней работы должны быть более простыми и доступными, чем те, которые выполнялись в классе. Задание на дом трудных заданий приводят к перегрузке учеников, к тому, что они не в состоянии выполнить их без посторонней помощи.

2. Домашнее задание следует задавать систематически. Исключение составляют выходные и праздничные дни.

3. Объем домашних заданий должен исходить из определенных норм времени для их выполнения по всем предметам: в 1 классе до 1 часа на все предметы, во 2 классе до 1,5 часа, в 3 классе до 2 часов. Время выполнения заданий по математике должно составлять в среднем 20 минут.

4. Младшим школьникам необходимы инструктивные указания о том, как выполнять домашнее задание. Прежде всего важно, чтобы ученику была ясна цель домашнего задания. Учитель должен не только указать детям, что

нужно сделать дома, но и разъяснить, на что обратить внимание, как преодолеть встречающиеся трудности, какова должна быть запись примеров и задач, как следует самому проверить выполненное задание.

5. Домашняя работа должна быть проверена учителем.

6. Важным требованием к организации домашней работы является разнообразие ее видов. В домашнюю работу следует включить не только решение примеров и задач, но и другие виды заданий: сравнение выражений, решение уравнений, задания геометрического характера и другие задания. Для того чтобы придать домашней работе творческий характер, вызвать у учащихся интерес к ней, в содержание заданий на дом следует включать выполнение заданий проблемного характера, решение задач различными способами, составление и преобразование задач и т.п. Очевидно, что предлагать указанные выше задания для домашней работы можно лишь после соответствующей подготовки в классе. Предлагаемые задания должны выполнять в основном следующие функции: способствовать закреплению знаний и практических умений; содействовать систематизации, обобщению и творческому применению приобретенных знаний; подготавливать учеников к усвоению нового материала на последующих уроках.

Индивидуальные и групповые занятия учителя с учащимися во внеурочное время

Эти занятия организуются с целью оказания ученикам помощи в устранении имеющихся пробелов, предупреждения и ликвидации отставания школьников в учении. Они обычно бывают индивидуальными или групповыми. Для успеха в данном случае совершенно необходимо точное знание причин отставания того или иного ученика, учет допускаемых ими ошибок. При занятиях с ребенком, в знаниях которого обнаружен тот или иной пробел, учителю чаще всего приходится обращаться к рассматривавшимся ранее способам рассуждения, приемам вычислений, используя при этом различные средства обучения. При этом очень важно провести ученика снова по всем основным ступеням в овладении соответствующим материалом. Это поможет выяснить, на которой из них он «спотыкается», что именно оказалось недостаточно усвоенным, чтобы обратить специальное внимание именно этим вопросам.

Большую ошибку допускает учитель, если увидев, что ученик не справляется с каким-то новым видом упражнения, требующим, например, использования нового вычислительного приема, в ходе индивидуальной работы с ним предлагает ему лишь упражнения, аналогичные тем, которые выполняются в классе. Как правило, гораздо больше пользы дает выполнение упражнений, которые являются подготовкой к пониманию нового материала. Лучшим результатом индивидуального занятия с ребенком в таких случаях будет, если он после соответствующей подготовки сможет сам справиться с той работой, которая оказалась для него непосильной на уроке.

Если речь идет об обобщении, которое ребенок не понял на уроке, то в данном случае, наоборот, потребуются в ходе индивидуальных занятий рассмотреть еще раз примеры, аналогичные тем, которые разбирались в классе, чтобы подвести ученика к соответствующему выводу.

Для того чтобы предотвратить возникновение пробелов в знаниях учеников, весьма важно проводить индивидуальные и групповые занятия предупредительного характера. На таких занятиях со слабыми учениками проводится подготовительная работа к овладению новым материалом, который будет рассмотрен на ближайших уроках. Следует отметить, что индивидуальные и групповые занятия с учениками не должны проводиться систематически. Основная работа должна выполняться в классе.

Самостоятельная работа

Особое внимание на уроках уделяется развитию у детей интереса к математике и воспитанию у них навыков самостоятельной работы. Интерес к предмету и умственная самостоятельность тесно взаимосвязаны. Когда детям интересно на уроке, тогда они проявляют большую активность и самостоятельность в учебной работе. В свою очередь активность и самостоятельность, проявленные детьми в приобретении знаний, возбуждают у них интерес к предмету.

Для воспитания умственной самостоятельности и развития интереса к математике большое значение имеет правильный отбор методов обучения.

На уроках математики самостоятельные работы проводятся с целью подготовки к изучению нового материала, при ознакомлении с несложным новым материалом, закреплении знаний, умений и навыков, а также для проверки усвоения изученного материала.

При изучении нового материала важно создать такие условия, чтобы дети стали непосредственными участниками добывания новых знаний. С этой целью можно перед началом изучения нового материала предложить учащимся практическую задачу, для решения которой недостаточно имеющихся у детей знаний, нужны новые знания, которые и становятся затем предметом изучения на данном уроке, т. е. создается «проблемная ситуация», «ситуация затруднения».

Внеклассная работа по математике

Под внеклассной работой по математике понимаются организованные занятия школьников во внеурочное время по материалу, связанному с программой. Эти занятия основаны на принципе добровольности.

Основные задачи внеклассной работы следующие: углублять и расширять знания и практические навыки учеников, развивать их логическое мышление, смекалку, математическую зоркость, усиливать интерес к математике; выявлять одаренных и способных детей; воспитывать настойчивость, волю, любовь к труду, самостоятельность, организованность и коллективизм.

Внеклассная работа по сравнению с классно-урочной формой имеет ряд особенностей.

1. По своему содержанию она строго не регламентирована государственной программой. Однако математический материал должен предлагаться в соответствии со знаниями и умениями учащихся.

2. В начальных классах еще рано говорить о сложившихся интересах детей к математике. Поэтому выделять для внеклассной работы по занимательной математике отдельную группу «более интересующихся математикой», проявляющих «большие способности» к ней детей, было бы неправильным. Задача этой работы — повысить интерес к математике у всех детей.

Внеурочные занятия могут способствовать пробуждению интереса к математике у тех детей, которые сначала его и не проявляют. Отсутствие интереса в этом возрасте чаще всего связано просто с недостатком знаний, с трудностями, возникающими при выполнении предлагаемых заданий.

Нередко бывает и так, что ученик не всегда успешно справляющийся с учебной работой на уроках математики, на уроках по занимательной математике проявляет завидную смекалку, находчивость. Это укрепляет в нем веру в свои силы, у ребенка проявляется желание проявить себя не хуже и на уроке, он в общем начинает лучше заниматься. В связи со сказанным, внеурочные занятия по математике в начальных классах лучше проводить в основном в форме одновременных занятий со всеми учениками класса.

3. Внеклассная работа строится на принципе добровольности (хотя и целесообразно проводить ее со всем классом). Но принуждать детей к этой работе нельзя. Здесь учащимся не выставляют оценки, но обоснованность суждений, смекалка, быстрота вычислений, использование рациональных способов решений должны поощряться.

4. Внеклассные занятия в зависимости от содержания и формы проведения могут быть рассчитаны и на 10—12 минут и на целый час, в то время как уроки планируются на 45 минут.

5. Внеклассная работа характеризуется многообразием форм и видов (часы занимательной математики, кружки, викторины и т.д.), разнообразием содержания. Так, среди традиционных материалов для внеклассных занятий значительное место могут занимать разнообразные занимательные текстовые задачи, задачи на смекалку, задачи-шутки, задачи с недостающими и лишними данными, курьезы, арифметические ребусы, игры, фокусы, головоломки и т.д.

В помощь учителю узбекской студией документальных фильмов выпущены диафильмы, которые могут быть использованы при проведении внеклассной работы.

За последнее десятилетие в программу средней школы по математике включены элементы аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, викторины, элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики, элементы математической логики. В этих условиях целесообразным представляется рассмотрение на внеклассных занятиях, кроме традиционных упражнений, задания, которые знакомили бы детей с некоторыми основными идеями современной математики: теории множеств, логики, комбинаторики, теории вероятностей.

Рассмотрим виды внеклассных занятий. В школьной практике встречаются следующие виды внеклассной работы по математике: математические десятиминутки, часы и вечера занимательной математики, математические кружки, утренники, викторины, конкурсы, олимпиады. К внеклассной работе относятся также выпуск математических газет, оформление математического уголка. Некоторые из указанных выше видов внеклассной работы носят систематический характер (десятиминутки, часы занимательной математики, кружки), другие — эпизодический (викторины, конкурсы, олимпиады, утренники и др. виды). Рассмотрим, как организовывается и проводится внеклассная работа в 1 классе. Основой систематической работы в этом классе являются математические десятиминутки. Обычно они проводится раз в неделю с полным составом класса. Весьма ценно, чтобы занятия на десятиминутках не ограничивались стенами класса, а выносились за его пределы, например, во время отдыха в группе продленного дня, во время экскурсии на природу, на школьную площадку и др. Так как речь идет о минутах занимательной математики, то для возбуждения интереса задания должны быть не похожими на обычные математические задания, предлагаемые на уроках, смысл заданий должен быть понятен детям, содержание доступно; ответы должны получаться быстро, вычисления выполняться устно.

1. Развитие навыков счета в пределах 10. Учитель читает, а лучше рассказывает сказку «Репка» (эту сказку можно заменить сказкой «Терем-теремок» и др.). При чтении всякий раз, когда появляется в сказке новый герой, учитель спрашивает детей, сколько стало участников. Например, после слов «Крикнула бабка внучку. Внучка за бабку, бабка за дедку, дедка за репку. Тянут, потянут — не вытянули репку». Учитель спрашивает; «Сколько человек тянуло репку? Вытянули они репку?» После того как дети прослушают сказку, учитель может предложить рассказать ее снова одному из участников. В конце занятия предлагаются детям некоторые упражнения, например, посчитать, сколько в тетради листов, сколько парт в одном ряду и т.д.

2. Развитие навыков счета. Сложение и вычитание в пределах 10. (Занятие проводится на школьной площадке).

По предложению учителя все дети выстраиваются в одну шеренгу. Учитель объявляет: «Сегодня мы будем учиться считать свои шаги». Затем командует: «Шаг вперед». При этом сам ведет счет: «Один, два, три». На следующем этапе детям предлагается отсчитать самим 5 шагов. Дальше сделать под свой счет еще 4 шага. Узнать, сколько шагов сделали (5+4). Для проверки этого надо повернуться назад и отсчитать 9 шагов. После ряда таких упражнений предложить определить на глаз в шагах расстояние до какого-то предмета (в пределах 10—15 шагов), а затем проверить.

3. «Час занимательной математики». Проводится после уроков со всеми учениками класса. В первом классе эти занятия проводятся эпизодически. Во 2 и 3 классах — систематически, но не чаще 1—2 раз в месяц, т.к. для их проведения требуется большая подготовка. Продолжительность занятий в 1 классе 20—25 мин; во 2 классе 25—35 мин. Материалом для проведения занятий могут служить различные занимательные задачи геометрического и арифметического содержания, задачи повышенной трудности, задачи-шутки, логические задачи, задачи на составление уравнений, занимательные квадраты, ребусы, загадки и др. При проведении внеклассных занятий необходимо тщательно продумать применение наглядности. Наглядность должна быть и занимательной, и содействовать пониманию детьми сущности решения того или иного вопроса.

4. Математический кружок является одним из самых распространенных видов систематической внеклассной работы по математике. Основное его назначение — углубленная работа с учениками, проявляющими особый интерес к математике. Работа математического кружка отличается от проведения часов занимательной математики следующим:

1. Кружки создаются на добровольных началах. В школе нередко функционируют несколько кружков по различным предметам, участие одного и того же ученика в работе нескольких кружков нежелательно, так это может привести к перегрузке. Поэтому при подборе учеников в математический кружок нужно учитывать особый интерес ученика к математике, его возможности. Опыт показывает, что целесообразна организация кружковой работы со второго полугодия 1 класса. Но обычно такую работу проводят с учениками 2—3 классов, 2—3 раза в месяц, продолжительность одного занятия 30—45 мин.

Кружки могут создаваться для учащихся параллельных классов одной школы, а иногда и для учеников нескольких школ: «Клуб юных математиков».

2. Часы занимательной математики готовит и проводит сам учитель. При подготовке и проведении кружкового занятия ученики проявляют большую самостоятельность и инициативу: они выступают с краткими сообщениями, например, по вопросам истории математики. Самостоятельно изготавливают наглядные пособия (абаки, карточки с примерами для некоторых игр и т. д.), выпускают математические газеты, ведут подготовку к проведению математических вечеров. На занятиях математического кружка ученики решают задачи повышенной трудности, логические задачи, отгадывают ребусы, загадки, с ними проводятся дидактические игры и т. п. При подборе материала для кружковых занятий следует, прежде всего, руководствоваться программой. Материал, требующий умений и навыков, выходящих за пределы программы, для кружковых занятий не подходит. Однако на занятиях кружка программный материал можно несколько углубить и разнообразить. Для работы математического кружка необходимо заранее составить тематический план. Приведем для образца примерные планы некоторых занятий кружка в 1 классе во втором полугодии.

Занятие 1.

1. Отгадывание ребусов.
2. Занимательная задача на сложение.
3. Упражнение на проверку знаний нумерации в пределах 100.
4. Задача-смекалка.
5. Задача-шутка.

6. Загадки.
7. Игра «Веселый счет».
Занятие 2.
1. Отгадывание ребусов.
2. Задача в стихах на смекалку.
3. Упражнение на распознавание геометрических фигур.
4. Задача — смекалка.
5. Задача — шутка.
6. Игра: «Число дополняй, а сам не зевай».
Занятие 3.

1. Разрезание геометрических фигур на части. Получение из них новых фигур.

2. Коллективная работа членов кружка по выпуску математической газеты и т. д.

После того, как план намечен, наступает наиболее ответственная часть работы — подбор из различных источников конкретного материала, тем, литературы по теме.

5. Особое значение имеет проведение КВН — Клуб веселых и находчивых. До сих пор считается, что КВН по математике можно проводить со старшеклассниками. Мы считаем возможным проведение КВНов в начальных классах: например в 4-ом классе и назвать это внеклассное мероприятие КВМ (Клуб веселых математиков).

Сценарий КВМ для учащихся 4 класса

За месяц до проведения КВМ школьники по желанию делятся на две команды. Каждая команда получает задание: приготовить название, девиз, эмблему, приветствие команде соперников, приветствие жюри, приветствие болельщикам, иметь отличное настроение и верить в победу.

ЦЕЛИ:
1) повышение интереса к предмету математика;
2) развитие логического мышления;
3) обучение решению нестандартных задач.

ВЕДУЩИЙ:
Мы рады приветствовать вас в Клубе веселых математиков.

В обычный день, в урочный час
На КВМ зовут всех нас.
Ведь знает каждый школьник,
Как важен треугольник.
Со свойствами его дружи,
Задачи трудные реши.
Жюри вам не помеха.
Добьетесь вы успеха.
Почему торжественность вокруг?

Слышите, как быстро смолкла речь?
Явился гость — царица всех наук,
И не забыть нам радость этой встречи.
Две команды есть у нас
Их приветствия сейчас.

Приглашается первая команда для приветствия:
Вас приветствует команда БАМ.
Наш девиз: «Будем активно мыслить».

Мы веселые ребята,
И не любим мы скучать.
С удовольствием мы с вами
В КВМ будем играть.
Мы отвечаем дружно,
И здесь сомненья нет.
Сегодня будет дружба —
Владычицей побед.
И пусть острей кипит борьба,
Сильней соревнование,
Успех решает не судьба,
А только наши знания.
И соревнуясь вместе с вами,
Мы останемся друзьями.
И так пусть борьба кипит сильней,
И наша дружба крепнет с ней.

Приветствие второй команды:
Вас приветствует команда ПУПС.
Наш девиз: «Пусть ум победит силу».
Соперникам нашим огромный привет.
Везенья и счастья,
Улыбок букет.
Ведь в знаниях — сила.
Хотя противники сильны,
Но мы не лыком шиты тоже.
Хоть Пифагора мы моложе,
Зато удалы и сильны!
Мы очень рады видеть вас,
Мы будем петь и веселиться.
Смешить других, шутить, острить.
И пусть жюри определит
Того из нас, кто победит.

ВЕДУЩИЙ:
Веселым и добрым будет вечер.
И в память об этой сказочной встрече. Приносят свои сувениры команды.

Вперед, друзья!
Не робеть, капитаны!

Капитан БАМ вручает термометр со словами: «Чтоб судьи измерили пыл наших болельщиков».

Капитан ПУПС вручает линейку со словами: «Чтоб судьи измерили меру наших страданий».

ВЕДУЩИЙ: представляет жюри и просит выставить оценки за приветствие(1–5 баллов).

ВЕДУЩИЙ:
1. Сейчас разминку начинаем.
И победителей узнаем.
Здесь загадки и шарады.
За загадку все награды.
За каждый правильный ответ — 1 балл.

1. На руках 10 пальцев. Сколько всего пальцев на 10 руках? (50).

2. В доме 100 квартир. Сколько в нем квартир с номерами, содержащими цифру 9? (19).

3. Если в 12 часов ночи идет дождь, то можно ли через 72 часа ожидать солнечную погоду? (нет, будет ночь)

4. Одно яйцо варят 4 минуты. Сколько минут варят 5 яиц? (4 минуты).

5. В одной семье 2 отца и 2 сына. Сколько человек в семье? (3 человека).

6. В семье 5 сыновей и у каждого есть сестра. Сколько детей в этой семье? (6 детей).

ВЕДУЩИЙ:
Сейчас узнаем результаты разминки.

2. Числовые головоломки:

I команда: пользуясь пятью двойками и знаками действий, запишите число 28. $(22 + 2 + 2 + 2 = 28)$

II команда: пользуясь четырьмя пятерками и знаками действий, запишите число 26. $(5 \times 5 + 5 : 5 = 26)$

ВЕДУЩИЙ:
Третий конкурс начинаем,
Капитанов приглашаем.
Будут трудные задачи,
Пожелаем им удачи!
Каждому капитану выдаются задания:

А) Подберите числа и запишите их в свободные клетки так, чтобы сумма чисел в любом направлении была равной (магические квадраты):

Капитану 1 команды:

6	1	
	5	3
2		4

Капитану 2 команды:

10	8	
5	9	
	11	4

Пока капитаны решают задания, члены команды читают стихи, которые сочинили про квадрат (это задание дается заранее, на заданную тему перед началом игры КВМ).

1) Квадрат! Как много в этом слове
Для математика слилось.
В его душе отозвалось,
И на бумаге отразилось...

2. Но мне-то что, скажи на милость?
Квадрат иль круг... Мне все равно!
Ну, ты не прав! Гляди — окно,
Почти квадратное оно.
Куда бы ты ни кинул взгляд,
Везде господствует квадрат!

Б) Слова во фразе стоят на своих местах, но буквы внутри каждого слова переставлены местами. Поставьте буквы на свои места и запишите получившуюся пословицу.

Капитану 1 команды:
Пшьопешис — йюдле Шесамьшин.
(Поспешишь — людей насмешишь)
Капитану 2 команды:
Дебут недь — тудеб ищап.
(Будет день — будет пища)

ВЕДУЩИЙ:
Эстафету начинаем,
Самых быстрых выявляем.

Задание очень простое. На доске висят часы, на циферблате вместо чисел буквы. Для каждой команды столбиком записаны примеры. Команды по очереди их решают. Решив пример, записывают не ответ, а букву, которая находится на циферблате часов, соответствующую числу и передают мел следующему. Если все примеры решены верно, и ответы правильно заменены буквами, то болельщики каждой команды прочитают слово «Молодцы».

$324 : 54 = 6$	$168 : 28 = 6$
$144 : 12 = 12$	$96 : 8 = 12$
$800 : 80 = 10$	$200 : 20 = 10$
$126 : 14 = 9$	$117 : 13 = 9$
$171 : 57 = 3$	$186 : 62 = 3$
$96 : 12 = 8$	$200 : 25 = 8$
$98 : 14 = 7$	$91 : 13 = 7$

Пока жюри подводит итоги, свои сценки показывают команды БАМ и ПУПС.

1-ая сценка «ЖИВОПИСНАЯ», команда БАМ:

Намалевал Малевич картину,
О ней слава идет теперь по миру.
А нарисовал он на картине в аккурат
Абсолютно черный квадрат!
Квадрат нам строить и жить помогает,
А уравненье по жизни ведет,
Тот, кто его без запинки решает,
Тот никогда и нигде не пропадет!

2-ая сценка «СКАЗОЧНАЯ», команда ПУПС.

Жил на свете школьник по фамилии Репка. Рос, рос... И вырос! Совсем пребольшой: уже в 4-м классе учится. Стал Репка решать уравнение. А решить не может. Крикнул он дедку, бабку, папку, мамку, жучку, кошку. Собрались они и стали исследовать уравнение и не могут решить. Позвали тогда они мышку, и вытащила она Репку из неминуемой двойки. А на прощание мышка сказала Репке: «Читай книги мудрые по математике, а не жди, когда тебя учителя, да дедка с бабкой всему научат!»

ВЕДУЩИЙ:
Вот закончилась игра.
Результат узнать пора.
Кто же лучше всех трудился,
В КВМе отличился?

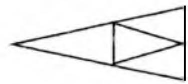
Председатель жюри объявляет результаты, называет лучших игроков и вручает призы. На следующем кружковом занятии по математике учитель проводит анализ мероприятия КВМ, отмечает все положительные моменты, а также обсуждает допущенные недочеты, ошибки участников. Лучшие игроки поощряются, получают призы.

6. Математические конкурсы. Математические конкурсы представляют собой своеобразные занятия по решению задач повышенной трудности и выполнению заданий, требующих смекалки, сообразительности. Проводятся, в основном, с целью выявления лучшей группы ребят, лучшего класса. Тема конкурса и время его проведения намечаются заранее. Например, решение задач, устные и письменные вычисления, геометрические задания и др. Практика показывает, что проведение математических конкурсов возможно уже с учениками 2-х классов. Приведем для примера содержание одного из конкурсов для 2 класса (3 четверть).

1. Из двух клубков шерсти можно связать 3 шапочки. Сколько таких клубков нужно, чтобы связать 9 таких же шапочек. (Написать только ответ).

2. У Садыка и Наимы вместе было 30 конфет. Когда они съели поровну, у Садыка осталось 9 конфет, а у Наимы 5 конфет. Сколько конфет они съели?

3. Сколько треугольников на чертеже?



4. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Складывая по 3 числа из этого ряда, получить как можно больше примеров с ответом 15.

7. Математические олимпиады в отличие от конкурсов проводятся в более широком масштабе, охватывая учащихся не только одного класса, а всех классов школы. Олимпиады проводятся раз в год и преследуют цель — выявить наиболее способных к математике учеников. В начальных классах олимпиада проводится только с учениками 3–4 классов. В зависимости от состава участников олимпиады могут быть внутришкольными, районными, городскими и т. д. Внутришкольные олимпиады проводятся, в основном, в два тура. В первом туре (он проводится в конце первого полугодия) участвуют обычно все ученики 3–4 классов и предлагаются здесь более легкие задания. Те ученики, которые набирают примерно 8 очков из 10, допускаются к участию во 2 туре, который проводится во втором полугодии. Во втором туре, по сравнению с первым, предлагаются гораздо более сложные задания, которые выполняются только письменно. На олимпиаде все ученики должны быть поставлены в одинаковые условия. Это обеспечивается тем, что всем участникам дают одни и те же задания, но каждый из участников сидит за отдельным столом. Руководство школьной олимпиадой осуществляет комиссия, утвержденная директором школы. Комиссия определяет содержание заданий, условия отбора участников, устанавливает время проведения олимпиады. Проведению олимпиад обычно предшествует некоторая подготовительная работа. Вот примерное содержание заданий для проведения внутришкольной олимпиады.

1 ТУР

1. Периметр листа картона, имеющего форму квадрата, равен 32 см. Сколько квадратных сантиметров содержит его площадь. (3 очка).

2. Врач дал больной Мавлюде 3 таблетки и велел принимать их через каждые полчаса. Мавлюда строго выполнила указание врача. На сколько времени хватило прописанных врачом таблеток? (2 очка).

3. Не вычисляя, сравнить два выражения и поставить знак:

$>$, $<$ или $=$.

1248 : 600 416 : 200. Объяснить. (2 очка).

4. Если сложить уменьшаемое, вычитаемое и разность, то получим 120. Найти уменьшаемое, вычитаемое и разность, если разность меньше уменьшаемого на 24. (3 очка).

8. Математическая печать: газеты, викторины в начальных классах содержат преимущественно занимательный материал в форме загадок, головоломок, ребусов и имеют своей целью повышение интереса учеников к математике. Математическая газета для начальных классов имеет красочное оформление; задачи и примеры даются в рисунках, имеют занимательный характер. Организатором выпуска математической газеты может быть кружок, тогда она будет органом этого кружка. Во всех случаях газета выпускается под руководством учителя, а в 1–2 классах первые номера обычно готовит сам учитель, привлекая к оформлению учеников старших классов, родителей. Для выпуска газеты создается постоянная редколлегия из 7–9 человек. Газету поочередно может выпускать и группа ребят (каждая один раз в год). Необходимо, чтобы учитель помог детям подобрать интересное название для газеты: «Почемучка», «Считалкин», «Плюскин» и др. В отличие от газет математические викторины содержат только задачи и вопросы, предлагаемые учащимся для решения. Ответы в течение определенного времени подаются учителю письменно. По истечении срока полученные ответы рассматриваются, выявляются ученики-победители. Математическая газета, викторины вывешиваются обычно в математическом уголке. В уголке могут содержаться наглядные пособия по математике, альбомы с вырезками из газет и другим материалом, отражающим числовые данные о достижениях нашей Родины, о скоростях разных машин, о ценах на наиболее известные детям товары и продукты и т.д. Сборник интересных математических сведений под названием: «Знаете ли вы?». Например, рост человека в течение дня изменяется от 1 до 6 см; самая длинная в мире железная дорога протянулась от Москвы до Владивостока на 9302 км. В водах мирового океана содержится около 13 300 млн т. серебра. Метр как единица длины был утвержден в марте 1791 г. во Франции. В математическом уголке хранятся и по необходимости выдаются различные инструменты, материалы (бумага, краска, кисточки и др.), отдельные наглядные пособия для внеклассной работы. Организация математического уголка проводится учителем при активном участии учеников и их родителей. Из числа учеников класса назначаются ответственные за математический уголок, которые следят за порядком, вносят необходимые изменения в оформление уголка и т. д. Такой уголок желательно иметь в каждом классе.

9. Математические экскурсии преследуют цели привлечения конкретных жизненных фактов, впечатлений, полученных путем непосредственного ознакомления детей с этими фактами в жизни. Проведение экскурсий с учениками начальных классов представляет существенную трудность и требует от учителя тщательной подготовки. Учитель заранее должен договариваться о месте проведения экскурсии, проинструктировать экскурсовода о форме, в которой будут даваться объяснения, о времени проведения. Очень важно, чтобы ученикам была ясна цель, с которой проводится экскурсия, чтобы они заранее знали, что они должны делать и как себя вести. Экскурсии с учениками проводятся в зависимости от места нахождения школы — в мастерские, на фабрику, комбинат, ферму. Ученики наблюдают труд рабочих, фермеров, использование машин и современной техники. Дети фиксируют цифровой материал, характеризующий объем продукции, расход сырья, производительность труда отдельных рабочих, бригад, звеньев, их борьбу за повышение производительности труда, за экономию материала и времени и т. д. «Живые» числа, полученные на экскурсии, служат основой для составления и решения учениками задач, изготовления наглядных пособий и т. д. Материал, полученный, например, на стройке, можно с успехом использовать не только на уроках математики, но и на уроках по другим учебным предметам. Так, на уроках математики можно составлять и решать задачи об использовании материалов при выполнении различных работ, об использовании машин, рабочей силы и т. д. Вот примеры некоторых таких задач:

1. За час экскаватор вырыл котлован длиной 4 м. Какой длины котлован он выроет за 7 часов при такой же производительности труда?

2. На подвозе материалов к стройке работают 4 автомашины. На каждой из них заняты один шофер и два грузчика. Сколько всего людей работают на подвозке материалов?

Принесенные с экскурсии образцы стройматериалов могут быть использованы на уроках труда для изготовления стенда, здесь же могут быть использованы и макеты заданий. На уроках родного языка записываются в словари слова, с которыми ученики познакомились на экскурсии; придумываются и записываются предложения с этими словами, составляются небольшие рассказы, пишутся изложения и сочинения по итогам наблюдений. На основе зрительных представлений ученики на уроках рисования выполняют композицию по данной теме. На материале экскурсии может быть проведена и воспитательная работа, в частности беседа, направленная на воспитание любви к труду, уважения к людям труда.

ГЛАВА VII
СРЕДСТВА НАЧАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В процессе обучения математике учитель использует различные средства обучения: учебник, учебные пособия для учащихся (тетради на печатной основе, карточки с математическими заданиями, справочники и т. п.); инструменты (линейка, угольник, циркуль и др.); специальные наглядные пособия (предметы и их изображения, модели геометрических фигур, счетные палочки, разрезные цифры и т. п.), а также технические средства обучения. Использование средств обучения делает процесс овладения знаниями, умениями и навыками более эффективным.

В системе средств обучения учебник является основой, вокруг которой группируются все другие учебные средства.

Учебник и учебные пособия.

Учебник математики — книга, излагающая основы научных знаний по математике в соответствии с целями обучения, определенными программой и требованиями дидактики.

Применительно к уровню образовательной подготовки учащихся в учебнике фиксируются объем и система знаний, подлежащих изучению.

Содержание и построение учебника определяется задачами преподавания математики и спецификой предмета.

В связи с этим учебник математики должен:

а) содействовать формированию диалектического мировоззрения, развитию логического мышления;

б) давать систематическое, научно обоснованное, доступное для учащихся данного возраста изложение основных теоретических сведений по математике;

в) включать достаточное количество разнообразных задач и упражнений, расположенных в целесообразной с методической точки зрения последовательности.

Своим содержанием и методическим аппаратом учебник оказывает решающее влияние на мышление учащихся, на развитие памяти, интереса, на выработку умения самостоятельной работы с учебником.

Анализ предъявляемых к учебнику математики требований приводит к выводу о том, что эта книга не имеет одного определенного адресата.

Прежде всего, она предназначена ученику, так как содержание текста, подбор примеров, язык, уровень формализации и т. д. рассчитаны непосредственно на ученика соответствующего возраста. Вместе с тем, в учебнике легко обнаружить и такой материал, который не является необходимым для ученика в условиях классно-урочной системы обучения, однако он необходим учителю для организации учебного процесса. Этот материал позволяет учителю увидеть методический замысел автора и эффективно реализовать его. Учебник по математике для школы строится на основе определенных логических принципов, он учитывает возрастные особенности учащихся, определенный для данного возраста уровень строгости изложения, поставленные цели обучения и т. д.

Например, содержание школьного учебника по математике для младших классов, как правило, опирается на ближайшее окружение учащихся, знакомое им из собственного опыта.

Однако по мере расширения познаваемой среды она становится недоступной непосредственному восприятию ребенка. Поэтому необходимыми становятся описания и словесные объяснения, дающие готовые знания, излагаемый материал в большей мере строится в логической последовательности, в результате чего наступает переход систематичности, обусловленной средой, к логической систематичности. Именно по такому принципу вводится, например, геометрический материал в курс математики младших классов средней школы.

В учебниках по математике при наличии одинакового содержания, вводимого поочередно на низших и высших уровнях обучения, используется концентрическая систематичность. Каждый из этих уровней составляет определенный цикл.

Такое своеобразное повторение материала на более высоких уровнях облегчает его запоминание и понимание, а также овладение все более сложными функциями мышления. Функции, приобретенные на низших циклах, подготавливают к выполнению функций, необходимых на высших циклах.

Учебники математики составляются в строгом соответствии с программой по математике для начальных классов, причем для каждого класса издается отдельный учебник.

Учебники включают теоретический материал (определения некоторых понятий, свойства, правила, математическая терминология и др.), который располагается в определенной системе и является логическим стержнем курса. С ним связываются вопросы практического характера. Это вопросы, которые раскрываются на основе теоретических знаний (обоснование приемов вычислений, приемов решения уравнений, неравенств и т. п.). Кроме того, учебник включает и систему упражнений, с помощью которой учащиеся должны усвоить как теоретические знания, так и приобрести умения и навыки, определяемые программой. Таким образом, учебник является одновременно и сборником упражнений.

Система изложения в учебнике теоретического материала и вопросов практического характера определяется требованиями программы. В соответствии с этими требованиями при раскрытии в учебнике каждого вопроса предусматривается подготовка к введению нового материала, ознакомление с новым материалом, его закрепление. На каждой из этих ступеней предусматривается система специальных упражнений, выполнение которых учащимися должно обеспечить осознанное и прочное усвоение теоретических знаний, выработку умений и навыков.

Упражнения предлагаются в различных формах, что стимулирует активность детей, возбуждает интерес. Часто задания носят занимательный характер. С помощью упражнений предупреждаются ошибки, допускаемые учащимися в результате смешения сходных вопросов курса; в этом случае предлагаются различные задания на сравнение (сравнение задач, приемов вычислений и т. п.). Многие упражнения, предлагаемые в учебниках, носят комплексный характер.

При подготовке к уроку учителю очень важно увидеть назначение каждого упражнения и правильно использовать их.

Почти все новые вопросы начального курса математики вводятся на основе практических операций над множествами, поэтому в учебниках много иллюстративного материала, который должен помочь детям перейти от конкретных представлений к абстрактному мышлению. В зависимости от содержания материала и подготовленности детей, иллюстрации от класса к классу изменяются: если в 1 классе даны преимущественно предметные картинки, то в 3 классе и особенно в 4 — преимущественно схематические рисунки, таблицы и чертежи. В учебниках даются образцы записи: решение примеров с объяснением, решение уравнений, нахождение значений выражений при заданных значениях букв в выражениях и др. Ученик в случае необходимости всегда может обратиться к образцу, данному в учебнике.

Материал в учебниках раскрывает темы, которые определены программой. Темы разделены на небольшие, логически законченные части, каждая из которых предназначается для изучения на одном уроке.

В учебнике в поурочной разбивке представлен материал для большинства, но не для всех уроков, отводимых на изучение курса. Материал для остальных уроков подбирает сам учитель в соответствии с особенностями класса. Эти уроки отводятся на закрепление знаний, умений и навыков. Для таких уроков в учебниках также предусмотрен материал, который дан в специальных разделах «Упражнения для закрепления». Материал из этих разделов может быть использован и для дифференцированных заданий.

К учебнику для каждого класса издаются в помощь учителю методические пособия, в которых дается: тематическое планирование по каждому разделу курса; требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся по каждой теме и по всему материалу за год; материал для устных упражнений и указания к проведению большинства уроков. Планирование уроков является примерным, т. е. учитель, сообразуясь со своим классом, может вносить изменения в порядок ведения вопросов, изменять время, отводимое на изучение той или иной темы. Однако при этом должен быть на соответствующем уровне изучен материал, предусмотренный программой на каждый учебный год.

Кроме учебников, издается ряд дополнительных учебных пособий как для учащихся, так и для учителей. Это тетради на печатной основе, сборники упражнений, которые может использовать учитель, проводя устные упражнения на уроках, предлагая самостоятельные и контрольные работы, а также индивидуальные задания.

Издаются также материалы для индивидуальной работы с учащимися, которые оказывают помощь учителю в осуществлении дифференцированного обучения. Это различные дидактические материалы, представляющие собой систему упражнений по темам программы. Эти упражнения оформляются на отдельных карточках, которые использует учитель для индивидуальной работы с детьми, учитывая различный уровень их подготовленности.

Издается также литература для проведения внеклассной работы по математике с учащимися начальных классов.

Начинающему учителю полезно осваивать опыт преподавания математики лучших учителей, который освещается в методических журналах «Начальная школа», «Бошлангич таълим» и др.

Наглядные пособия.

Осуществление принципа наглядности на уроках математики опирается, с одной стороны, на восприятие учащихся, а с другой — на их представления. В первом случае необходимы наглядные пособия, во втором можно обойтись без наглядных пособий, тогда необходимо активизировать прошлый опыт детей, накопленные ими ранее представления. Например, знакомя детей с треугольником, учитель использует модели различных треугольников, подчеркивающие существенные признаки фигур такой формы (3 угла, 3 вершины, 3 стороны). Вместе с тем, учитель предлагает детям вспомнить, какие предметы имеют форму треугольника. Таким образом, при обучении математике используют непосредственные восприятия в сочетании с представлениями учащихся. Правильное использование наглядности на уроках математики способствует формированию четких пространственных и количественных представлений, содержательных понятий, развивает логическое мышление и речь, помогает на основе рассмотрения и анализа конкретных явлений прийти к обобщениям, которые затем применяются на практике.

При обучении математике определены такие вопросы, как формирование кругозора учеников, их индивидуальных способностей, логического мышления и математической грамотности.

В связи с этим, разрабатываются учебники и учебные пособия, целью которых является воспитание подрастающего поколения умными, зрелыми и достойными гражданами своей страны. Издаваемые сегодня учебные и наглядные пособия полностью отвечают этой цели и помогают учителям грамотно и интересно проводить уроки, в соответствии с требованием времени.

Сегодня имеется множество возможностей вести образовательный процесс на высоком мировом уровне, опираясь на передовые технологии и требования государственных стандартов.

Наглядность является одним из основных дидактических принципов обучения. Она имеет свои специфические особенности. Наглядность, применяемая в математике, существенно отличается от наглядности, применяемой в других науках. Наглядный материал при обучении математике часто служит приему обучению счету, тогда как наглядность по чтению или природоведению описывает или показывает какие-либо события и явления.

Не стоит забывать и о применении разнообразных технических средств, которые также являются видами наглядных пособий.

Функции наглядных пособий и технических средств обучения разнообразны, но в основном, они заключаются в том, чтобы помогать раскрывать содержание новых понятий, закреплять изучаемый материал, быть средством контроля, обеспечивать активную самостоятельную учебную деятельность детей.

Первые занятия математикой, проводимые в дошкольных учреждениях, богаты наглядным материалом, т.к. они рассчитаны на детей 6-летнего возраста. Занятия здесь, в основном, проводятся в игровой форме. Они разнообразны по типам, в них применяется также много иллюстрированного материала.

Придя в школу, детям тяжело перестраиваться на новый учебный процесс, требующий от них большей сосредоточенности и серьезности. Вот поэтому учителю следует применять на начальном этапе обучения достаточное количество наглядных пособий и игровых дидактических заданий. Надо использовать красочный дидактический материал, настенные таблицы, иллюстративные наборные полотна, наборы трафаретов, изображающих животных, птиц, овощи, фрукты и т.д., а также картинное домино, кубики, мозаику, строительные конструкторы, предметы реальной действительности.

В возрасте 6—7 лет наглядность — это чувственное восприятие увиденного, а также практическая деятельность.

Наглядность — основа осознанного усвоения знаний, лучшее средство развития мышления детей.

Учитывая неустойчивость внимания в начальный период обучения, быструю утомляемость, расторможенность и возбудимость одних детей, пассивность и инертность других, учителя наряду с использованием разнообразных методов обучения стараются применить различные средства наглядности с максимальной их пользой.

В начальный период обучения математике учитель широко использует методы, применяемые в дошкольных учреждениях:

— работа по подражанию;
— совместная деятельность ученика и учителя;
— работа по образцу;
— работа по словесной инструкции;
— дидактические игры и занимательные задания.

Наряду с этими методами используется показ-демонстрация действий с пояснением учителя, вводятся и показываются приемы счета, ведется беседа по картинкам, наблюдение по сюжетам демонстрируемых мультфильмов, ведутся практические работы — обводка, штриховка, раскрашивание (учитель демонстрирует на доске, учащиеся повторяют в тетрадях).

В процессе усвоения знаний средства наглядности могут содействовать переходу от восприятия конкретного (единичного) к абстрактному (общему) и от абстрактного к конкретному. Накопление ребенком на данном этапе обучения конкретных знаний имеет важное значение, так как эти знания являются дальнейшей базой для активной мыслительной деятельности.

Но частое использование учителем наглядного пособия может задержать естественное развитие абстрактного мышления у ребенка.

В зависимости от степени подготовленности учащихся своего класса учитель должен своевременно ограничить применение средств наглядности, заменить на другую форму, т. е. конкретные виды наглядности (сюжетные и предметные картинки) заменить абстрактными (схемы, таблицы, чертежи).

Наглядное пособие должно обеспечить формирование у учащихся первичных обобщений и установление простых связей. Наглядность должна способствовать переходу от наблюдения жизненных ситуаций и явлений к сущности изучаемого понятия. Поэтому наглядность важно уметь правильно использовать и сочетать с другими видами учебного оборудования. Учителю важно при этом глубоко понимать особенность, место и время применения каждого из них. Это понимание предполагает анализ математической сущности, дидактических возможностей учебного пособия и средств наглядности.

Методистами начальных школ разработаны и предлагаются различные виды наглядности:

— наглядность действительная — это предметы, которые учащиеся видят и исчисляют в окружающем мире;

— изобразительная наглядность — это предметы действительности, заменяемые картинками, рисунками, моделями предметов;

— математическая наглядность — это схемы, чертежи, таблицы, диаграммы и другие;

— доски, наборные полотна, демонстрационные экраны для технических средств наглядности;

— разнообразные трафареты с геометрическими фигурами.

В последнее время значительно увеличилось количество разнообразных средств наглядности. Учителю следует выбирать из них те, которые активизируют процесс обучения в классе. Приспосабливая обучение к психологическим особенностям детей младшего школьного возраста, учитель может использовать любые наглядные пособия по изучаемой теме, делая главный упор на их подвижность, конкретность и элементарность содержания.

К наглядным пособиям и дидактическому материалу, применяемым в начальный подготовительный период относятся следующие демонстрационные средства:

1. Доска, разлинованная в клетку. Она обязательна для учащихся 1 классов, так как у детей в данный период обучения не сформированы еще пространственные представления и нет навыков работы с математической тетрадью.

2. Наборное полотно. Оно предназначено для работы с предметными картинками, подвижными цифрами, которые показывают приемы счета, сложения, вычитания и сравнения предметов.

3. Магнитная доска. Она выполняет аналогичную наборному полотну работу, т. е. демонстрирует математические действия и отношения.

4. Красочные наборные полотна с прорезями, в которые вставляются отдельно вырезанные изображения предметов. Они служат формированию и закреплению навыков устного счета, могут также применяться и при письменном счете.

5. Наборы предметных картинок, геометрических фигур разного размера и цвета, необходимые при формировании навыков счета, при введении и знакомстве с геометрическими фигурами.

6. Наборы счетных палочек. Это наиболее удобный демонстрационный материал, применяемый при сложении и вычитании, пересчете предметов, соотнесении сюжетных картинок наборного полотна, с количеством разложенных детьми палочек, при составлении геометрического узора, а также во время минуток перерыва можно проводить игры с палочками. Счетные палочки — один из самых простых и ценных средств обучения. Их можно широко применять при изучении первого и второго десятков и темы «Сотня». С их помощью наглядно объясняется образование и состав чисел натурального ряда, изучаются арифметические действия. Счетные палочки применяются и при пропедевтике (знакомстве) геометрии. Из палочек учащиеся строят геометрические фигуры, выкладывают какие-либо предметы.

7. Касса цифр и чисел. Это демонстрационное пособие очень удобно и может во многом заменить наборные полотна. Пособие можно использовать и в начальный подготовительный период обучения, до введения чисел и цифр. В этом случае можно использовать специально вырезанные из вкладыша предметные картинки. Используются как учителем, так и учащимися.

8. Набор объемных пособий. Это могут быть кубики, пирамиды, конусы, конструкторский набор «Лего». Данное пособие помогает формированию навыков конструирования и построения различных объектов.

9. Классные и индивидуальные счеты. Методистами начальных школ рекомендуется оставлять не более 2—3 проволок с костяшками на счетах. Это делается для того, чтобы младшие школьники, изучающие первый десяток, а затем и первую сотню, не отвлекались на большее число косточек. Счеты являются одним из основных наглядных пособий, формирующих абстрактное мышление. Счеты можно широко применять на протяжении всего периода обучения математике в начальных классах.

Во время подготовительного периода косточки счетов могут быть использованы в качестве основного счетного материала при усвоении последовательности натурального ряда чисел в прямом и обратном направлении.

Упражнения, выполняемые на счетах, способствуют сознательному, прочному и более быстрому овладению навыком счета. Расположение косточек параллельными, горизонтальными рядами можно использовать для сравнения двух множеств, для быстрого усвоения понятий о равенстве и неравенстве.

Например, используя счеты, можно проводить упражнения по сравнению двух множеств, в одном из которых содержится больше элементов, чем в другом.

На счетах могут быть проиллюстрированы свойства сложения и вычитания: прибавление суммы к числу, вычитание суммы из числа, вычитание числа из суммы, вычислительные приемы, основанные на применении этих свойств.

При изучении нумерации чисел в пределах сотни каждая проволока с косточками предназначена для иллюстрации определенного разряда (разряд единиц, разряд десятков), а каждая косточка соответствует единице каждого разряда.

10. Наборы цветных палочек. Они изготовлены с сечением в 1 $см^2$ и длиной от одного до 10 см. Эти палочки дают возможность формировать у первоклассников важнейшие представления о натуральном числе, об измерении, о составе чисел. Учащиеся наглядно могут увидеть состав любого числа в пределах 10 и заменить одни палочки на другие. Например: палочку длиной в 7 см можно заменить двумя, тремя и т.д. (5 см + 2 см = 7 см; 1 см +6 см = 7 см; 3 см + 4 см = 7 см). Такое пособие помогает лучше проводить работу по изучению именованных чисел.

11. Математические абаки. Они могут быть двух видов: числовой и нечисловой.

Математический абак, в котором числа не используются, делается из двух полос разных цветов. Его целесообразно использовать при сравнении чисел на первых шагах обучения. Затем вводятся числовые абаки. Они раскрывают состав двухзначных чисел, указывая количество десятков и единиц в заданных числах.

Нечисловые абаки служат, в основном, пересчету каких-либо предметов. (например, два красных и один синий кружок, три яблока и четыре груши).

Сложение чисел с переходом через десяток поясняется на бесчисловом абаке, что позволяет представить наглядно не только сумму и ее десятичный состав, но и слагаемые. При использовании этого абака учащиеся видят, сколько конкретно недостает до полного десятка, происходит произвольное запоминание состава чисел в пределах 10.

Эти абаки легко могут быть изготовлены самими учащимися с участием в работе родителей и учителя.

12. Учебные таблицы. Формирование осознанных знаний и прочных умений и навыков в самостоятельной практической деятельности учащихся способствуют таблицы по математике. Учебные таблицы могут быть использованы, при устном счете, в решении задач. Иногда они могут подменять сами примеры. Это может выглядеть так:

<table>
<tr><td rowspan="2">10</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
</table>

Такие таблицы наглядно показывают состав чисел, они предваряют решение задач и примеров с неизвестными компонентами сложения и вычитания.

Применение таблиц приносит большой эффект лишь в том случае, когда их демонстрация точно определена по времени.

13. Числовая лесенка. Данное наглядное пособие является одним из основных при изучении вопросов нумерации чисел в пределах 10. Использовать это пособие нужно так, чтобы и «числовая лесенка» строилась на глазах у детей, постепенно, по мере ознакомления с новыми числами. Работа с этим пособием создает условия для формирования обобщений, служит системности получаемых детьми знаний. Каждый раз при изучении нового числа «лесенка» дополняется новыми столбиками-ступеньками, иллюстрирующими рассматриваемые числа. Она дает возможность рассмотреть с опорой на наглядность все те вопросы, которые связаны с изучением нумерации чисел. Данное пособие отодвигает на задний план предметные картинки, меняет характер наглядной иллюстрации, обеспечивая плавный переход от более конкретных форм к более абстрактным.

14. Наглядные пособия, формирующие представления и понятия у учащихся о размерах предметов.

Формирование представлений о размерах различных предметов требует тщательного отбора наглядных пособий и дидактического материала. Для первых уроков по формированию таких понятий нужно подобрать пособия, которые отличались бы друг от друга только одним признаком, выступающим наиболее контрастно. При знакомстве с понятием длины предметов подбираются ленты, полоски бумаги, тесьма, нитки, которые отличаются только по длине, а все другие признаки могут быть одинаковыми. Уточнение понятия длины должно проходить на раздаточном материале, натуральных предметах для наиболее успешного закрепления вводимого понятия.

15. Линейка и угольник. Следующей ступенью в постепенном переходе к использованию наглядности более абстрактного характера является использование линейки с нанесенной на нее сантиметровой шкалой.

Линейкой можно пользоваться для измерения длины, ширины, высоты; можно чертить; отмечать черточками каждый отложенный сантиметр. Рядом с каждой отмеченной черточкой стоит число, показывающее, который по порядку сантиметр отложен.

Например: от 0 до 1 отложен 1 сантиметр, от 1 до 2 — еще один сантиметр, т.е два сантиметра.

Знакомясь с линейкой, детям объясняют значение измерения предметов и говорят о том, что с помощью линейки можно точно измерить длину любого предмета, беря за эталонную (образцовую) меру — 1 сантиметр. Также при знакомстве с приемами использования линейки вводится понятие «именованное число» и «отвлеченное число». В ходе проводимых упражнений учащиеся наглядно видят, что именованные числа — это числа, рядом с которыми стоит обозначение меры.

С помощью линейки учащиеся могут применить изученные математические действия: сложение и вычитание. Например, при сложении «прошагать» от заданного числа вправо. При вычитании «прошагать» от заданного числа влево.

Умение пользоваться линейкой — один из основных навыков в обучении геометрическим навыкам, т.к. это умение необходимо в повседневной жизни, а также в дальнейшем изучении курса математики.

Угольник используется учащимися 1 класса, наряду с использованием обычной линейки, но особенно он необходим при ознакомлении с темами «Прямые углы», «Многоугольники».

Многие методисты рекомендуют сначала пользоваться линейками, которые изготавливаются на плотном картоне, с вклеиванием на него листа бумаги в клеточку. На этих линейках наносятся только сантиметровые деления без применения миллиметровых делений, т.к. они более мелкие и отвлекают учащихся. Цифры рекомендуется также не ставить. Это делается для того, чтобы учащиеся сами отсчитывали, сколько раз отложилась единица измерения «сантиметр».

Этими линейками учащиеся могут пользоваться при измерении отрезков, черчении отрезков на линованной бумаге.

Особое внимание обращается учителем на то, что отсчет измерения производят от нулевого показателя измерения.

16. Таблицы правильного начертания цифр. Данные таблицы должны находиться постоянно перед глазами учащихся в период ознакомления с числами, так как учащиеся могут забывать написание каких-либо цифр и чисел или путать правильность их написания (см. в Приложении).

Эти таблицы должны занимать место не на передней стене класса (у доски), а на боковой, потому что на передней стене вывешивается таблица состава чисел или таблица сложения и вычитания чисел в пределах 10, демонстрационное полотно.

17. Таблица сложения и вычитания в пределах 10. Это хорошее пособие, но находиться в поле зрения учащихся оно должно недолго, так как в дальнейшей работе младшие школьники должны знать ее наизусть.

Стрелками в данной таблице показываются приемы сложения и вычитания чисел.

Данная таблица сложения и вычитания является наиболее удобным пособием при формировании обобщения и закрепления письменного и устного навыков применения арифметических действий. Поэтому она и не должна быть постоянно перед глазами учащихся. Точное знание учащимися состава чисел первого десятка должно со временем заменить данную таблицу.

18. Таблицы, используемые при решении задач. Данные таблицы могут вводиться после закрепления навыков сложения чисел в пределах 10. В них размещается краткая запись задачи, после чего ее решение значительно облегчается.

Дети наглядно видят соотношение между предметами, действия с ними или результат использования этих чисел. Поэтому применение таких таблиц методически оправданно. Данные таблицы помогают в организации первичного восприятия учащимися условия задачи и ее анализа. Главной положительной стороной применения таблиц при решении задач является то, что это хорошо продуманное и заранее подготовленное пособие.

Графическое моделирование математической ситуации, т.е. таблица давно применяется в школьной практике, что объясняется пониманием важной роли данного вида наглядности в обучении и развитии учащихся. Таблицы служат важным этапом в формировании абстрактного мышления у детей.

19. Инструктивные таблицы алгоритмов арифметических действий. Эти таблицы применяются при рассмотрении и решении различных видов уравнений. Так как в 1 классе само понятие «уравнение» не вводится, а учащиеся решают деформированные примеры (примеры с неизвестным компонентом сложения или вычитания), данные таблицы наглядно показывают приемы решения этих примеров:

$2 + \ldots = 10$

В таблице дается указание нахождения неизвестного слагаемого: нужно из суммы чисел вычесть известное слагаемое. Эта таблица дается для того, чтобы учащиеся не вставляли в клеточку число методом подбора или догадки, а знали конкретную операцию (алгоритм) его нахождения.

20. Таблицы законов последовательности выполнения арифметических действий. Данная таблица раскрывает законы последовательности выполнения арифметических действий. В ней также показана последовательность решения примера с двумя или более арифметическими действиями. Например: $2 - (6 - 5) = 1$

По данному примеру и методическому объяснению его выполнения учителем учащиеся постигают закон последовательности выполнения арифметических действий. Они наглядно видят, что сначала выполняются действия в скобках, а затем и последующие действия. Эта таблица должна быть постоянно в поле зрения учащихся в связи с дальнейшим изучением действий умножения и деления.

21. Таблицы мер длины, объема, веса.

Данные таблицы помогают систематизировать полученные знания о единицах измерения длины, веса и объема.

Учащиеся легко воспринимают, осознают и фиксируют в памяти всю информацию, изложенную в таблице, так как она не содержит ничего лишнего, а значит и не отвлекает внимание учащихся. Объяснение и применение такого вида пособия — наиболее экономные способы передачи знаний учащимся. Эффективность применения таблиц проверена многолетней практикой.

22. Наглядные пособия, используемые при знакомстве с понятием «емкость». Перед введением понятия «емкость» учитель выясняет, знают ли учащиеся, какими мерами пользуются, когда покупают молоко, растительное масло, бензин, разливают воду или какую-либо жидкость.

Затем он показывает детям литровую кружку с водой. Так, дети знакомятся со стандартной, эталонной мерой емкости — одним литром.

Наглядными пособиями для измерения емкости могут служить также металлические мерные кружки, банки и бутылки разной вместимости.

При этом недостаточно выяснять, что именно измеряется литрами. Нужно, чтобы учащиеся сами в результате наблюдений и измерений определили, например, сколько стаканов воды содержится в одном литре, сколько литров вмещается в ведро, бидон. Такие занятия, по измерению объемных предметов, можно проводить в школьном буфете, столовой.

На основе таких конкретных, наглядных наблюдений и практических измерений емкостей различных сосудов и объемных предметов (ведер, бидонов, кастрюль и т.п.) учащиеся более осмысленно смогут решать текстовые сюжетные задачи с использованием именованных величин.

23. Модель часов. Развитие временных представлений у учащихся имеет огромное жизненно практическое значение. Поступающие в первый класс дети не знают дней недели, почти не владеют элементарной временной терминологией. Знакомство с часами происходит параллельно со знакомством нумерации чисел первого десятка. В процессе изучения нумерации чисел в пределах 10 в учебник вводится изучение показателей часовых стрелок в пределах 10, но учителю следует сказать о том, что время суток делится на 12 часов дня и 12 часов ночи. Поэтому и на часовом циферблате расставлены часы от 1 до 12.

На данном этапе обучения учителем должна широко использоваться модель часов с минутной и часовой стрелками. В ходе работы учитель должен закрепить элементарные знания учащихся о движении часовых стрелок, умение определять время по малой часовой стрелке.

24. Макет «Суточный домик». Этот макет представляет собой ленту, на которой последовательно соответствующим цветом (утро — розовое, день — желтый, вечер — синий, ночь — черная) отмечается каждая часть суток. Лента вставляется в прорезь окошка и движется постепенно. Одна часть суток приходит на смену другой. Учащиеся называют эти части, закрепляя их последовательность и наблюдая «текучесть» времени.

При применении данного макета можно использовать и вставлять в прорезь — «окошко» картинки, на которых изображены наиболее характерные виды деятельности детей и взрослых в разные части суток. Такие занятия с применением данного макета уточняют и закрепляют временные представления у учащихся, а также обогащают их словарь, что способствует развитию понятия о сутках.

25. Календарь. Работа по формированию знаний о календаре в начальный период обучения начинается с опережением. Учитель ежедневно знакомит учащихся с днями недели и их последовательностью. Можно начать работу с отрывным календарем. Так наглядно учащиеся могут увидеть смену дней в течение недели. Можно использовать и обычный настенный календарь, отмечая на нем каждый учебный день. В результате использования календаря учащиеся усваивают порядковый номер дня недели. Например: пятница — это пятый день недели, суббота — шестой день и т.д. Учащиеся легко могут понять, как этот номер отражается в названии дня недели. Например, четверг — четвертый по счету день недели, вторник — второй и т.д.

Применяя календарь в ежедневной работе, учащимся дается понятие о пройденной неделе: если от данного дня пройдет 7 дней, то пройдет неделя. Наблюдая смену дней, смену недель по календарю, учащиеся знакомятся и со сменой месяцев, года. Желательно выбрать такие календари, которые ярко и красочно обозначают месяцы года и иллюстрируют сезонные изменения в природе.

26. Набор карточек с числовыми фигурами, иллюстрирующих числа от 1 до 10. Данное наглядное пособие должно применяться наряду с использованием карточек с сюжетными картинками, а со временем (после ознакомления чисел от 1 до 10) полностью заменить их. Данные карточки закрепляют знания печатных цифр, помогают соотносить цифру и число предметов. Опираясь на данную наглядность, учащиеся смогут воспринимать на слух и сравнивать зрительно изучаемые цифры и числа. Среди данных карточек должны быть обязательно карточки с цифрами, а также математическими знаками «больше—меньше», «плюс—минус», «равно». Данное наглядное пособие служит переходу мышления учащихся от конкретного к абстрактному.

27. Наборы карточек с сюжетными картинками. Применяются при решении задач. Они иллюстрируют предметы, о которых говорится в задаче, показывают отношения между величинами.

28. Плакаты настенные с названием компонентов сложения и вычитания. Данный плакат имеет следующий вид:

7	+	2	=	9
Слагаемое		Слагаемое		Сумма
9	–	4	=	5
Уменьшаемое		Вычитаемое		Разность

Данное настенное наглядное пособие помогает учащимся в использовании математических терминов сложения и вычитания. Оно находится в поле зрения учащихся до тех пор, пока учитель не убедится, что каждый учащийся класса может использовать их в своем словаре.

Основное назначение всех используемых наглядных пособий состоит в организации усвоения информации учащимися. Они отражают совместную деятельность учителя и учеников.

Объяснение нового материала значительно облегчается за счет того, что учитель сообщает готовую информацию разными средствами, с применением наглядности, а учащиеся воспринимают новый материал, осознают, запоминают новое более глубоко, так как помимо вербального (слухового) происходит визуальное запоминание (зрительное).

Сообщение новой информации и ее закрепление учитель осуществляет с помощью устного слова (объяснения), печатного слова (учебника), раздаточного материала — карточек, других дополнительных пособий и наглядных средств (карточки-картинки, схемы, таблицы, иллюстрации), натуральных объектов (кубики, шары, пирамиды, флажки и т.д.), практического показа способов деятельности (отмеривание линейкой, отсчитывание на счетах, показ способа решения задачи).

Учащиеся при работе с наглядностями выполняют деятельность, необходимую для первого уровня усвоения знаний — слушают, смотрят, просчитывают, читают, наблюдают, соотносят новую информацию с ранее усвоенной и запоминают ее.

Объяснение нового материала и применение при этом большого числа наглядностей — наиболее экономный способ передачи учащимся обобщенных и систематизированных знаний.

В педагогике прошлых лет для передачи знаний чаще использовалось живое слово учителя, учебные книги (учебники) и очень редко учебно-наглядные пособия. Сегодня же открылись широкие возможности для передачи учебной информации современными техническими средствами.

Совершенствование учебного процесса и проведение занятий в соответствии с требованием времени немыслимо без широкого использования технических средств обучения (ТСО), рационализирующих и оптимизирующих содержание и процесс обучения.

Внедрение технических средств в учебный процесс приводит к совершенствованию научно-теоретических, методических, технических и организационных проблем обучения, а также связано с необходимостью повышения педагогического мастерства.

Под техническими средствами обучения понимают разнообразные устройства, предназначенные для упорядочения учебно-познавательной деятельности и учебного процесса в целом. Используются они в комплексе с дидактическим и другим учебным материалом.

Среди различных технических средств обучения выделяют звуковые (аудиокассеты, диски), визуальные (видеокассеты, видеодиски), динамические, экранные, электрофоны, проигрыватели, магнитофоны, приставки и радиоприемники, компьютерные устройства.

Очень часто среди технических средств обучения в математике используются экранные средства, применяемые вместе с проекторами и другими приборами, помогающими отображать учебную информацию.

Применяя разнообразные технические средства наглядности, учитель распределяет систему упражнений, данную на учебных аудио- и видеокассетах и дисках. Этим учитель сможет значительно разнообразить и оживить занятия.

Параллельно с использованием технических средств можно использовать и сочетать с ними другие учебные пособия (чертежи на доске, таблицы). Это дает возможность одновременно с экраном использовать и классную доску, ученические тетради, чертежные инструменты, т. е. осуществлять разнообразные виды работ с учащимися.

Наряду с этим более широко применяется в школе демонстрация натуральных объектов, объемных макетов, моделей, т.к. помимо слухового и зрительного восприятия дается возможность изучения с помощью осязания.

Все это позволяет в более сжатые сроки дать учащимся в концентрированном виде значительный объем научной информации.

Использование наглядного пособия и объяснение материала предполагает их взаимную связь, т.е. устное и печатное слово увязываются с рассматриваемыми натуральными объектами, различными наглядными пособиями.

Здесь учитель может применить устное изложение, работу с учебником, использование разнообразного наглядного пособия, применение учащимися различного измерительного оборудования (линейка, весы, модель часов, объемные емкости).

Но при использовании всех этих разнообразных средств деятельность учащихся остается такой же — восприятие, осмысление, применение и запоминание материала.

Любое учебное наглядное пособие принесет ожидаемый эффект в том случае, если при планировании и подготовке к уроку учитель выполнит необходимую подготовительную работу: определит задачу, для решения которой нужно использовать пособие, а затем наметит методику работы с ним, стараясь предугадать вопросы учащихся и реакцию класса на пособие.

Изложение нового материала должно быть согласовано с используемым на уроке наглядным пособием, с материалом, который войдет в урок, не разделяя его на разрозненные части, являясь одним целым.

Включение в урок различных видов наглядного оборудования значительно снижает утомляемость учащихся на уроке, разнообразит урок, способствует поддержанию непроизвольного внимания у учащихся.

Но учителю следует помнить, что неправильное, избыточное применение наглядного пособия, может привести к противоположным результатам. И если учитель будет ограничиваться лишь обучением с помощью наглядности, то он будет задерживать естественное развитие мышления ребенка.

Отсюда можно сделать вывод, что учитель должен уметь в зависимости от степени подготовленности своего класса вовремя ограничивать применение наглядного пособия или заменить его формы в процессе сообщения новых знаний, формирования новых навыков и умений.

Виды наглядных пособий. Знание видов наглядных пособий дает возможность учителю правильно их подбирать и эффективно использовать при обучении, а также изготовлять самому или вместе с детьми необходимые наглядные пособия.

К натуральным наглядным пособиям, используемым на уроках математики, относятся предметы окружающей жизни: тетради, карандаши, палочки, кубики и т. п.

Среди изобразительных наглядных пособий выделяют образные: предметные картинки, изображения предметов и фигур из бумаги и картона, таблицы с изображениями предметов или фигур. Другой разновидностью наглядных пособий являются условные (символические) пособия: карточки с изображениями математических символов (цифр, знаков действий, знаков отношений), схематические рисунки, чертежи.

С точки зрения использования наглядные пособия бывают демонстрационными и индивидуальными. Демонстрационными пособиями пользуется сразу весь класс, индивидуальными — каждый ученик в отдельности. Часто демонстрационные и индивидуальные пособия бывают одинаковыми по содержанию и отличаются лишь размерами: модели геометрических фигур, разрезные цифры, чертежные инструменты и др. Важно правильно располагать пособия, чтобы ими было удобно пользоваться на уроках. Например, цифры хранят в общеклассных и индивидуальных кассах, модели фигур в конвертах и т. п.

К изготовлению наглядных пособий полезно привлекать детей. Это имеет большое образовательное и воспитательное значение, содействует сознательному и прочному овладению знаниями и умениями, помогает выработке определенных трудовых навыков. Так, изготовляя модель прямого угла из бумаги и модель подвижного угла из двух палочек, скрепленных кусочком пластилина, ученики получают представление об углах; изготовляя модели линейного и квадратного сантиметра, дециметра, метра, учащиеся получают наглядное представление о единицах длины и площади. Работая с пособиями, изготовленными своими руками, ребенок учится уважительно относиться к труду.

Знакомя с новым материалом, учитель часто использует наглядные пособия с целью конкретизации сообщаемых знаний. В этом случае наглядные пособия выступают как иллюстрация словесных объяснений. Например, помогая детям в поисках решения задачи, учитель делает схематический рисунок или чертеж к задаче; объясняя прием вычисления, сопровождает пояснение действиями с предметами и соответствующими записями и т. д. При этом важно использовать наглядные пособия своевременно, иллюстрируя самую суть объяснения, привлекая к работе с пособиями и пояснению самих учащихся. Раскрывая приемы вычислений, измерений, решений задач и т. д., надо особенно четко показывать движения (прибавить — придвинуть, вычесть — убрать, отодвинуть и т. п.). Сопровождая объяснение рисунком (чертежом) и математическими записями на доске, учитель не только облегчает детям восприятие материала, но и одновременно показывает образец выполнения работы в тетрадях. Например, как расположить чертеж и запись решения в тетради, как обозначить многоугольник с помощью букв и т. п. Поэтому чертежи и записи на доске необходимо выполнять грамотно, красиво располагать их на доске, следить за тем, чтобы они были хорошо видны всем детям.

На этапе закрепления знаний и умений широко используют для разнообразных упражнений справочные таблицы, таблицы для устного счета, рисунки, схемы, чертежи. Для выработки измерительных навыков включают упражнения в черчении и измерении с помощью чертежно-измерительных инструментов. Рекомендуется практиковать воспроизведение наглядно воспринятого путем моделирования, рисования, словесного описания.

Наглядные пособия используют для проверки знаний и умений учащихся. Например, чтобы проверить, как усвоили дети понятие многоугольник, можно предложить им с помощью палочек сложить многоугольник указанного вида или выписать их номера, рассмотрев соответствующий кадр из диафильма. Используя раздаточный дидактический материал (карточки с отрезками, с многоугольниками и др.), учитель проверяет умения измерять длину отрезков, площадь и периметр многоугольников и др.

Экранные средства обучения. К изобразительным наглядным пособиям относятся также экранные наглядные пособия: учебные фильмы, диафильмы, диапозитивы.

Их применение повышает эффективность учебной работы, помогает добиваться более прочных, осознанных знаний, а также содействует экономному расходованию времени урока. Все это достигается за счет разумного использования дидактических возможностей математических диафильмов. Укажем некоторые из них.

Диафильм дает возможность мгновенно подать на экран готовый, художественно оформленный и продуманный опытными авторами учебный материал (текст, рисунок, чертеж). Диафильм позволяет иллюстрировать рассказ (изложение) учителя или беседу, в ходе которой задания, поставленные в кадре, подвергаются всестороннему обсуждению. С опорой на фрагменты диафильма или отдельные кадры может быть организована и самостоятельная работа по изучению (чаще небольших) новых вопросов, а также практическая работа. Как правило, диафильмы могут быть использованы при повторении, а также в целях контроля знаний. Возможность задержать кадры диафильма на экране так долго, как это нужно, для того чтобы исчерпывающе разобрать изучаемый материал, позволяет учителю строить свою работу применительно к уровню подготовки данного класса, учитывая индивидуальные особенности учащихся.

Каждый диафильм представляет собой непрерывную ленту, содержащую 30—40 расположенных в определенном порядке кадров. Это позволяет автору излагать теоретический материал в диафильме последовательно, с позиций передовой методики. А так как порядок кадров, как правило, изменять методически нецелесообразно, то учитель, работая с диафильмом, ведет изложение программных вопросов, следуя автору диафильма. Таким образом, диафильм выступает в роли удобного методического образца изложения и оказывает помощь учителю в овладении новым содержанием, соответствующими методами обучения. Каждый диафильм содержит кадр «К сведению учителя», где даются краткие методические рекомендации. Содержание учебных диафильмов раскрывается через зрительный изобразительный ряд, связанный с субтитрами (подписями). Субтитры не должны перегружать зрение учащихся. Они, как правило, небольшие, содержат 2—3 строки текста, доступного и понятного детям при самостоятельном чтении. Изобразительный ряд строится с учетом особенностей восприятия младших школьников. Рисунки обычно отличаются высоким художественным качеством и правильным использованием цвета. Они не содержат лишних деталей и мелких планов, мешающих восприятию главного. Эти рисунки, естественно, обладают значительными преимуществами перед теми, которые учитель часто вынужден выполнять сам на доске или при изготовлении самодельных плакатов. Следует заметить, что диафильмы, как и все пособия, соответствуют программе и могут использоваться в органической связи с материалом учебника. Некоторое исключение составляют диафильмы из серии «Занимательная математика», в которых допускается включение материала, выходящего за рамки программы, но заведомо доступного для большинства учащихся.

Диафильмы применяются как самостоятельно, так и в комплексе с другими средствами обучения с учетом структуры урока, особенностей восприятия учащимися изображения с экрана. Это определяет как продолжительность времени их применения на том или ином уроке, так и выбор методов обучения. Наряду с уже сложившейся системой диафильмов, в настоящее время положено начало системе диапозитивов по математике для 1—4 классов. Диапозитивы по своему дидактическому назначению отличаются от диафильмов. Диафильм задает определенную последовательность кадров, снабженных объяснительными надписями, и потому отражает один из возможных подходов в обучении и, как правило, применяется преимущественно при объяснении нового материала. Кадры серии диапозитивов могут быть использованы в различном порядке, в зависимости от системы изложения, которая избрана учителем, так как они рассыпаны (не расположены на едином носителе-ленте). Кадры диапозитивов, в отличие от кадров диафильма, не содержат субтитров, поэтому все объяснения, задания, вопросы, связанные с кадром, дает учитель. Это открывает возможности творческого использования серии диапозитивов отдельными учителями. Для того чтобы помочь учителю в работе с диапозитивами, каждая серия снабжается специальной брошюрой с примерными методическими рекомендациями.

В настоящее время перечни средств обучения часто предусматривают создание на одну и ту же тему диафильма и диапозитивов. В таких случаях (например, по вопросу обучения решению простых и составных задач) в диафильме ведется первоначальное ознакомление с ходом и способом решения тех или иных задач, а серия диапозитивов на ту же тему содержит набор тренировочных упражнений и материал для контроля усвоения полученных знаний. Кинофрагмент по своему назначению стоит ближе к диафильму. Как правило, формат кадра диафильма 18×24 мм, формат же кадра диапозитива 24×36 мм, что дает возможность при одном и том же диапроекторе получить более яркое и крупное изображение на экране (или на доске-экране).

Серия диапозитивов создает хорошую возможность представлять табличный материал. Это могут быть таблицы-иллюстрации кратковременного пользования, таблицы-задания, например, для устного счета и т. п. Табличный материал длительного использования, например таблица мер и др., целесообразнее фиксировать и подавать с помощью плаката, таблицы на бумаге.

Кроме диафильмов и диапозитивов, в опыте школ находят применение эпидиаскоп и кодоскоп.

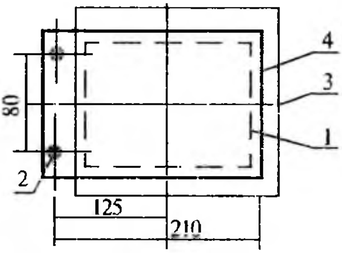
Материал для них как по содержанию, так и в художественном отношении подбирается и изготовляется самим учителем (этим работа с кодоскопом и эпидиаскопом отличается от показа диафильма или диапозитива).

Наиболее просто изготовить пособия для эпидиаскопа, так как это могут быть чертежи, рисунки, фотографии, тексты и иллюстрации из учебников, задачников и других печатных пособий размером не более 140×140 мм на непрозрачной основе. Эпидиаскоп позволяет показывать рисунки из книг, пособий, тетради и др. Неудобством их применения является то, что качественное изображение может быть получено только при полном затемнении помещения.

Самыми же простыми в изготовлении являются материалы для кодоскопа (классной оптической доски). Кодоскоп может использоваться в незатемненном или в слегка затемненном (в солнечный день) помещении.

При помощи кодоскопа изображение можно проецировать на доску и дополнять его непосредственно на доске, (или на кодопозитиве), т. е.

кодоскоп сочетает в себе возможности классной доски и диапроектора. Используя заранее подготовленные кодопозитивы с примерами, схемами, чертежами, рамками таблиц, образцами домашней работы и т. д., учитель на уроке освобождает себя от необходимости подготавливать к уроку на доске во время перемены тексты, условия задач и др., увеличивая тем самым рабочее время урока. В процессе такой работы накапливается материал, который долго сохраняется и многократно используется.



Кодоскоп снабжен также и специальной подвижной лентой; исписав рабочее поле, можно передвинуть ленту и писать снова. При необходимости можно вернуть ленту назад и показать ранее сделанные записи или чертежи (это выгодно отличает кодоскоп от классной доски: стертое с доски уже не восстановишь).

Очень важно, что при работе с кодоскопом учитель все время стоит лицом к классу и может наблюдать за его работой.

Остановимся кратко на особенностях подготовки урока с применением экранных средств.

Авторы, создавая то или иное пособие, предусматривают их комплексное применение. При этом каждое пособие, обладая своей дидактической самостоятельностью, предполагает его совместное использование с другими.

Так, при знакомстве с площадью геометрических фигур могут быть использованы таблицы из серии «Таблицы по математике для 3 класса», диафильмы «Геометрия в 3 классе» или «К урокам математики в 3 классе. Геометрический материал», «Прямоугольник, его периметр и площадь», «Измерение величин. Таблица мер», демонстрационный и раздаточный материал. Однако часто учитель не имеет всех пособий одновременно, а только часть из них. Исходя из этого, в каждом конкретном случае работа будет строиться по-разному.

Работа учителя с диафильмом будет строиться иначе, чем при помощи кодоскопа, так как для такой работы, с одной стороны, необходимо частичное или полное затемнение, что, естественно, ограничивает возможности организации практической и самостоятельной работы, и с другой — ее можно начать непосредственно по диафильму, а затем продолжить по учебнику. Когда же учитель располагает всеми пособиями по данному вопросу, то их можно использовать в комплексе. Если учитель для проведения урока выбрал диафильм, то прежде всего он должен ознакомиться с его содержанием и в первую очередь с кадром «К сведению учителя», который имеется в любом диафильме. Следует особо подчеркнуть, что только личный просмотр учителем избранного экранного пособия позволит наиболее точно наметить план урока, где будет использован экран. Во время просмотра пособия или его части учитель знакомится не только с содержанием, но и с темпом раскрытия содержания изучаемых фактов, манеры изложения, особенностей чертежей и иллюстраций и т.д. При подготовке к уроку необходимо:

1) Определить место и время демонстрации экранного пособия на уроке.

2) Наметить места остановок для проведения беседы (опроса, самостоятельной работы) и других видов работы.

3) Наметить и отобрать другие виды учебных средств обучения для возможного комплексного использования.

4) Наметить места, когда следует давать дополнительные объяснения в ходе демонстрации того или иного экранного пособия (особенно тщательно это следует сделать при подготовке к использованию фильмов) и содержание этих объяснений.

5) Определить содержание учебной работы в классе и дома, предшествующей демонстрации данного экранного пособия, в ходе его демонстрации и после завершения демонстрации.

Важно также установить, из какой точки класса нужно проецировать экранные пособия (от задней стены, с середины класса или со стола учителя), вести ли проекцию на экран или на доску, менять кадры самому учителю или специально подготовленным лаборантам. В настоящее время самым эффективным ТСО является компьютер. Возможности компьютера как для индивидуального, так и для группового обучения очень широки. Современный учитель должен уметь использовать компьютер в качестве незаменимого технического средства обучения.

ГЛАВА VIII
ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В МАЛОКОМПЛЕКТНОЙ ШКОЛЕ

Малокомплектная школа — это школа, в которой учитель работает одновременно с несколькими классами. Школа, в которой учитель работает одновременно со всеми классами, называется однокомплектной. Школа, в которой два учителя работают с тремя или четырьмя классами, называется двухкомплектной школой.

В Республике Узбекистан в сельских местностях имеются небольшие и отдаленные населенные пункты, при которых открываются малокомплектные школы при наличии числа детей 7-летнего возраста значительно меньше нормы, установленной для одного класса.

Работа в малокомплектной школе обусловлена для учителей и учеников рядом трудностей.

I. Учителю ежедневно приходится готовить и проводить не менее 6 уроков по разным предметам. Составить поурочный план в малокомплектной школе несравненно труднее, чем при работе с одним классом в массовой школе. Здесь приходится работать над восемью или девятью планами ежедневно. Немало времени требует и координация этих планов между собой, сочетание их друг с другом в единое целое таким образом, чтобы из этого получился оптимальный педагогический эффект. Все это требует от учителя помимо соответствующих знаний, максимального напряжения, собранности, настойчивости.

II. Учителю трудно распределять внимание между несколькими классами.

III. При выполнении самостоятельной работы ученики лишены возможности получать немедленную помощь со стороны учителя, так как он в это время занят работой с другим классом.

IV. Ученики одного, двух классов должны работать самостоятельно, несмотря на помехи со стороны класса, который в это время работает под руководством учителя. Однако у учителя малокомплектной школы есть и преимущества.

1. Малокомплектный состав классов (иногда 2—3 ученика). Это дает учителю возможность чаще спрашивать, обнаруживать и устранять недочеты в знаниях учеников.

2. Учитель малокомплектной школы меньше времени тратит на проверку тетрадей, ему легче установить, в чем и какие трудности испытывал ученик.

3. Ученики старших классов могут оказывать помощь ученикам младших классов, так как они ежедневно находятся в одной комнате. Большое значение по созданию оптимальных условий для учебно-воспитательной работы

имеет правильно составленное расписание. Опыт работы передовых учителей свидетельствует о том, что лучше составлять расписание так, чтобы во всех классах одновременно были уроки математики. Это не исключает возможность других сочетаний.

При планировании занятий с двумя классами учитель должен разрешить следующие вопросы:

1) как распределить время на занятия под руководством учителя;
2) как организовать самостоятельные занятия учащихся;
3) когда и как проверять самостоятельные работы;
4) как чередовать переход от одного класса к другому.

Чтобы решить первый вопрос, учитель должен определить на каждый отрезок времени, например на месяц, сколько времени потребует намеченный материал для изучения под руководством учителя, и после этого при составлении рабочего плана уже можно будет указать, сколько времени в течение дня учитель будет заниматься с каждым классом.

Особенное внимание при занятиях с двумя классами следует обратить на самостоятельные работы учащихся на уроке; наибольшую трудность здесь составляет дозировка этих заданий, так как при недостатке материала не занятые работой учащиеся будут мешать остальным. Во избежание этого на каждом занятии, наряду с обязательным минимумом, следует давать дополнительный материал, рассчитанный на более сильных учащихся.

Приведем примеры планирования работы при занятиях одного учителя с двумя классами (1 и 3 класс, 2 и 4 класс).

Приведенный выше материал служит наглядным свидетельством того, что в малокомплектной школе обязательным составным элементом каждого урока является самостоятельная работа. Она занимает примерно две трети каждого урока в однокомплектной школе и половину при работе учителя с двумя классами. При таком удельном весе самостоятельной работы детей в малокомплектной школе исключительное значение имеет целенаправленная работа. Самостоятельная работа будет успешно выполнена учениками, если им ясна цель работы и способы ее выполнения. Поэтому весьма важным является инструктаж — указания по существу работы и ее оформление. Так, например, инструктаж по самостоятельному решению задачи может быть примерно таким: «Сделайте краткую запись условия задачи и запишите ее решение по действиям с пояснениями. Выполните проверку, решив задачу другим способом». Помочь ученикам в самостоятельном выполнении работы призваны различного рода памятки, карточки для самостоятельной работы, краткие указания о плане выполнения работы и другие указания. В школьной практике широкое распространение получили памятки для решения текстовых задач, для письменного выполнения арифметических действий и других видов упражнений. Памятки помогают вооружить учеников знаниями, способствуют формированию у детей приемов познавательной деятельности.

Наряду с памятками весьма целесообразно использовать и карточки с математическими заданиями, которые позволяют индивидуализировать за-

1 класс	3 класс
Тема: *Сложение и вычитание в пределах 10.* **1-й день.** 1. Письмо цифр (самостоятельная работа) – 5 мин. 2. Разработка нового материала и задание для самостоятельной классной работы – 25 мин. 3. Самостоятельная работа (решение примеров на сложение и вычитание до 10) – 10 мин. 4. Проверка самостоятельной классной работы и задание на дом – 5 мин. **2-й день.** 1. Проверка домашней работы и задание самостоятельной классной работы – 7 мин. 2. Самостоятельная работа (решение примеров на сложение и вычитание) – 20 мин. 3. Проверка решенных примеров и задач на сложение и вычитание до 10 – 18 мин.	**Тема:** *Деление трехзначного числа на однозначное число.* **1-й день.** 1. Проверка домашней работы и задание классной самостоятельной работы (умножение трехзначного числа на однозначное число) – 5 мин. 2. Самостоятельная работа – 25 мин. 3. Краткая проверка исполненной работы. Разработка нового материала (деление трехзначного числа на однозначное число. первые случаи) – 10 мин. 4. Задание на дом. Самостоятельная работа (деление трехзначного числа на однозначное число) – 5 мин. **2-й день.** 1. Самостоятельная работа. Решение примеров на пройденные случаи деления трехзначного числа на однозначное – 7 мин. 2. Проверка выполненных работ. Объяснение деления трехзначного числа на однозначное число (остальные случаи) – 20 мин. 3. Задание на дом и самостоятельное решение примеров на деление – 18 мин.

	1 класс	3 класс
	(в процентах)	
1-й день. Работа с учителем Самостоятельная работа	78 22	22 78
2-й день. Работа с учителем Самостоятельная работа	56 44	44 56

2 класс	4 класс
Тема: *Таблица умножения и деления шести.* **1-й день.** 1. Самостоятельное решение примеров (счет шестерками в пределе 20) – 5 мин. 2. Разработка таблицы умножения – 25 мин. 3. Самостоятельная работа (запись таблицы умножения в порядке и решение примеров) – 10 мин. 4. Проверка самостоятельной работы и задание на дом – 5 мин. **2-й день.** 1. Проверка домашней работы. – 5 мин. 2. Таблица умножения и деления шести (решение примеров) – 25 мин. 3. Проверка самостоятельной работы и решение задач – 13 мин. 4. Задание на дом – 2 мин.	**Тема:** *Умножение многозначных чисел (с нулями на конце, в середине множимого и множителя).* **1-й день.** 1. Проверка домашней работы и задание классной (повторение умножения многозначных чисел – без нулей) – 5 мин. 2. Самостоятельное решение заданных примеров – 25 мин. 3. Разбор новых случаев умножения (с нулем в середине) – 10 мин. 4. Самостоятельная работа и задание на дом – 5 мин. **2-й день.** 1. Решение примеров, продолжение домашней работы – 5 мин. 2. Проверка самостоятельной работы. Разбор более трудных случаев умножения с нулем в середине и задание самостоятельной работы – 25 мин. 3. Задание на дом и выполнение самостоятельной работы – 15 мин.

	2 класс	4 класс
	(в процентах)	
1-й день. Работа с учителем Самостоятельная работа	66 34	34 66
2-й день. Работа с учителем Самостоятельная работа	45 55	55 45

дания с учетом уровня знаний учеников. Готовых карточек выпускается еще далеко не достаточно, особенно для школ с узбекским языком обучения, поэтому учителю приходится много карточек подготавливать самому. Так как изготовление карточек дело трудное, такие карточки можно изготовить силами учеников, в процессе выполнения задания для самостоятельной работы. Возможно это в следующих случаях:

– Использование карточек, изготовленных учениками данного класса при выполнении индивидуального задания.

– Использование карточек, изготовленных учениками старших классов этой же начальной малокомплектной школы.

Например:

А) Ученики старшего класса по заданию учителя заполняют занимательный квадрат (на отдельных листочках).

Ученики младшего класса получают этот листочек с заполненным занимательным квадратом. Им дается более легкое задание, проверить является ли этот квадрат занимательным. Здесь, как и во всех остальных случаях, нужно учитывать соответствие вычислительных навыков, т. е. подбирать такие числа, действиям с которыми дети младших классов уже научены.

Непременным условием эффективной организации самостоятельной работы является своевременная проверка ее учителем. Существуют различные способы, облегчающие проверку самостоятельной работы: выполнение самостоятельной работы несколькими учениками на индивидуальных досках или на пленках, использование в этих целях перфокарт, приложение программированного обучения. Кроме названных способов проверки, в малокомплектной школе используются и другие способы, что и в массовой: выборочная проверка, взаимная проверка и др. Не менее важным, чем проверка работ учащихся учителем, является самопроверка их учащимися, т. е. осуществление самоконтроля. О некоторых основных и дополнительных приемах самоконтроля разговор шел выше.

В малокомплектных школах применяется в основном то же оборудование, что и в массовой школе. Речь должна идти о рациональном использовании имеющегося для массовой школы учебного помешения и оборудования или лишь в некоторых случаях о создании специальных пособий.

Прежде всего, в малокомплектной школе следует увеличить размер классной доски. Связано это с тем, что в условиях работы с несколькими классами на доске надо записывать материал для нескольких заданий и для нескольких классов. Причем задания излагают подробнее, чем в массовой школе, так как ученики должны руководствоваться и без объяснения учителя. Необходимым оборудованием в малокомплектной школе является наборное полотно. Использование наборного полотна позволит учителю сэкономить время. Имея различный набор карточек (цифры, буквы латинского алфавита, знаки отношений и другие) и вставляя их в полотно, учитель может быстро воспроизвести краткие записи задач, различные выражения, уравнения и др. задания. Потратив на это несколько секунд, можно дать ученикам новое задание. Задания можно давать также с помощью фланелеграфа. Фланелеграфом называется рамка с натянутым на нее куском ворсистой ткани, в частности куском фланели (длина рамки 100–120 см, высота 50–60 см). Наряду с фланелеграфом используется магнитная доска – лист жести, покрашенный в черный или зеленый цвет. Для того чтобы карточки держались на фланелеграфе, их наклеивают на наждачную бумагу. На магнитной доске карточки крепятся с помощью небольших магнитов. И фланелеграф, и магнитная доска очень удобны, т. к. позволяют быстро изменить пособия, задания для самостоятельной работы учеников. Существенную роль в обучении учеников в малокомплектной школе играют и разнообразные таблицы. Здесь в основном могут быть использованы те же таблицы, что и в массовой школе (справочные, инструктивные, обучающие).

Большое место в малокомплектной школе должны занимать таблицы, содержащие алгоритмические предписания. Успешной самостоятельной работе способствует применение дидактических раздаточных материалов. В большинстве своем это карточки с заданиями. Несколько слов об использовании технических средств обучения. В школе, где в одном помещении находится сразу несколько классов, демонстрировать диафильм, диапозитивы, звукозаписи очень сложно. Ряд учителей при работе с диафильмами используют занавески, разделяющие класс по высоте сидящего ученика. В этом случае ученики другого класса не видят экрана, а учитель, стоя, может следить за работой учащихся всех классов.

На уроках математики в малокомплектной школе находит применение и магнитофон в сочетании с наушниками. Учитель, при подготовке к уроку, записывает на магнитофонную пленку предписания и указания для учеников. Наушники позволяют ученикам работать вполне самостоятельно и не реагировать на то, что в это время происходит в другом классе.

Учитель малокомплектной школы должен иметь богатый опыт организации внеклассной работы по математике. Проводить занимательные часы, математические утренники, кружковую работу по математике и другие виды работ.

ГЛАВА IX
ИЗУЧЕНИЕ ВОПРОСОВ НУМЕРАЦИИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

I. Требования к знаниям и умениям по теме.

Нумерация — раздел арифметики, в котором раскрывается конкретный смысл целых неотрицательных чисел и действий над ними.

Для обучения нумерации надо знать:

— задачи изучения и содержание темы «Нумерация» по концентрам;

— основные виды упражнений, способствующих усвоению учащимися способов установления взаимнооднозначного соответствия между элементами различных предметных совокупностей;

— принципы построения натурального ряда чисел;

— состав числа в пределах 10;

— чтение и запись чисел (по концентрам);

— новые счетные единицы;

— разрядный состав чисел (по концентрам);

— соотношения между разрядными единицами;

— поместное значение цифр в записи числа;

— наглядные средства обучения, используемые при изучении темы.

Уметь:

— проанализировать программу по математике для начальных классов, выделяя вопросы, связанные с изучением темы;

— проводить беседы, в частности по иллюстрациям учебника;

— целенаправленно применять основные виды упражнений, подбирать дидактические игры, способствующие усвоению материала;

— применять различные виды, формы и методы проверки усвоения знаний, умений и навыков по теме, подбирать проверочные задания, адекватные целям проверки, составлять проверочные, самостоятельные работы;

— целенаправленно применять наглядные средства обучения на различных этапах урока (изучение нового материала, закрепление, обобщение, повторение);

— знать и выбирать наиболее оптимальные методы и технологии обучения для построения и конструирования учебного процесса.

II. Основные понятия темы «Нумерация целых неотрицательных чисел».

Основные понятия темы — «число», «цифра», «счетная единица», «разряд», «класс».

В основе формирования понятия числа лежит теория множеств. С теоретико-множественной точки зрения натуральное число — это общее свойство класса конечных равномощных множеств. Равномощность (равноценность, эквивалентность) множеств устанавливается взаимно однозначным соответствием между элементами двух множеств. С другой стороны, число формируется на основе счета предметов и характеризует количество предметов множества (количественное число).

Ответы на вопросы «больше?», «меньше?», «столько же?» могут быть получены как способом установления взаимнооднозначного соответствия между элементами сравниваемых множеств, так и способом пересчитывания предметов. Эти способы используются параллельно, дополняя друг друга.

Каждое число, называемое в процессе счета, ставится в соответствие одному из пересчитываемых предметов, характеризующих его порядок при счете (порядковое число). Порядковая и количественная характеристики числа тесно связаны.

Число тесно связано с измерением величин. Знакомство с величинами в начальной школе сводится к тому, чтобы дети увидели среди множества свойств каждого предмета те свойства, которые можно сравнивать, следовательно, измерять. Установление определенных единиц измерения позволяет более точно сравнивать свойства различных предметов. Число получается в результате счета мерок указанного свойства предмета.

Центральным вопросом темы является усвоение принципа образования чисел в натуральном ряду, суть которого объясняется учащимся на наглядном материале в тесной взаимосвязи с операцией счета. Счет — это установление взаимно однозначного соответствия между элементами непустого конечного множества и отрезком натурального ряда. В математике нет понятий «прямой счет» или «обратный счет». Есть только счет, который всегда начинается с числа 1, в котором каждому числу ставится в соответствие любой предмет, затем каждому предмету ставится в соответствие слово — числительное. При счете нельзя пропускать ни одного предмета, ни ставить в соответствие двум предметам одно слово — числительное.

Таким образом, для усвоения счета надо хорошо знать порядок чисел в натуральном ряду чисел. Для заучивания числового порядка детям даются задания: «Назовите числа в прямом порядке, обратном порядке», но ни в коем случае: «Посчитай в прямом порядке, посчитай в обратном порядке».

Понятие «цифра» вводится как знак для записи чисел. В десятичной системе счисления всего десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. С помощью этих цифр, благодаря позиционному способу записи чисел в десятичной системе счисления, можно записать бесконечное множество чисел.

Позиционность десятичной системы счисления раскрывается через понятия «разряд» и «класс». Итоговыми знаниями по нумерации является умение прочитать и записать любое число в пределах миллиона, разобрать число по составу.

Подготовительная работа к изучению чисел.

Подготовка к изучению чисел и арифметических действий фактически в той или иной форме начинается еще в дошкольный период жизни ребенка. В детских садах предусмотрена специальная программа соответствующих занятий с дошкольниками, в условиях семейного воспитания также ведется подготовка в этом направлении, хотя и без определенной программы.

Поэтому первая задача, которая возникает в этой связи перед учителем, — выяснить уровень той математической подготовки, с которой пришел в школу каждый ученик. Данные такой проверки необходимы для того, чтобы более точно определить содержание и формы работы на уроках подготовительного периода. Только после такой предварительной проверки можно уточнить, какие именно вопросы нуждаются в более пристальном внимании в работе со всем классом и с отдельными учениками.

Предварительную проверку подготовленности детей по математическим вопросам многие учителя выполняют еще до начала занятий, при приеме детей в школу. Однако она ни в коем случае не должна проводиться в такой форме, чтобы дети или их родители восприняли ее как своего рода экзамен.

Школьная программа предполагает возможность обучения в школе детей, не получивших никакой специальной подготовки. В этом вопросе должны быть полная ясность и полное взаимопонимание между учителем и родителями.

Для предварительной проверки важно выделить минимум наиболее существенных вопросов, которые задаются ребенку в тоне непринужденной беседы. Например: «Умеешь ли ты считать? Посчитай. Сколько здесь палочек? (На столе лежат, например, 8 палочек.) Положи столько же красных кружков, сколько палочек. А теперь, попробуй узнать, каких кружков больше: синих или красных». (В руки ребенку дается 7 синих кружков.)

Учитель наблюдает, как выполняются соответствующие задания, и отмечает в заранее составленной табличке условными знаками, уверенно ли справляется с заданиями ребенок или с ошибками, какими способами он при этом пользуется. Так, в таблице могут быть выделены, например, такие графы:

Фамилия учащегося	Умеет считать до ...	Умеет соотнести число и количество предметов до ...	Столько же, сколько ... больше, меньше, равно.	Запас временных и пространственных представлений ...
Алиев А.	...	...	...	...

Если такой предварительной проверке подготовленности детей к обучению математике учителю провести не удалось, то он осуществляет ее в течение первой недели занятий, в ходе фронтальной работы с классом, спрашивая отдельных учащихся, предлагая им те же задания, которые приведены выше. Учитель делает соответствующие пометки в своей таблице.

С первых же дней обучения математике учитель ставит как одну из главнейших целей — развитие математической речи учащихся. Новые термины обыгрываются на уроке неоднократно, новые слова повторяются хором, индивидуально, по рядам и т.д.

Речь развивает понятийное мышление. Практические задачи развития понятий решает практическая деятельность с предметами и их заменителями. Поэтому, организуя подготовительный период, учитель должен систематически использовать разнообразный наглядный материал (игрушки, картинки, дидактический материал из вкладыша к учебнику, счетный материал и прочее).

Подготовительный период следует рассматривать не только как систематизацию и обобщение знаний детей, которые, как правило, приобретены на бытовом уровне. Подготовительный период должен сформировать основные навыки и понятия, которые будут необходимы в дальнейшем.

Для успешного овладения понятием числа необходимо:

— сформировать представление о последовательности;

— выработать умение упорядочить некоторую совокупность;

— выработать умение устанавливать взаимнооднозначное соответствие и на этой основе сравнивать предметные множества;

— выработать умение сравнивать непрерывные множества (количество воды, песка и др.);

— умение измерить непрерывные множества с помощью мерок;

— умение использовать условные обозначения объектов, знаки, построенные по определенным правилам.

Достижение этих целей осуществляется выполнением определенных упражнений.

1. Выложите в ряд палочки. Покажите, с какой палочки начинается ряд. Покажите, какая палочка идет (следует за ней). Покажите последнюю палочку. Почему она последняя? Можно ли сделать так, чтобы она не была последней? Как это сделать?

2. Выложите в ряд цветные полоски (все разного цвета). Какая полоска следует за полоской указанного цвета (является непосредственно следующей за ней)? Какая полоска идет перед полоской указанного цвета (предшествует ей)? Можно ли продолжить этот ряд? Как далеко можно его продолжить? Почему?

3. Нарисуйте последовательность черточек. Покажите начало ее. Покажите последнюю черточку. Сколько черточек можно еще нарисовать? Почему?

4. Сравните две данные полоски. Какая полоска длиннее? Как узнали? Положите их в ряд так, чтобы сначала шла длинная полоска, затем короткая. Положите так, чтобы сначала шла короткая полоска, затем длинная.

5. Расположите 3 (4, 5, 6) полосок так, чтобы сначала шла самая короткая полоска, а каждая следующая была длиннее предыдущей. Что можно сказать о последней полоске?

6. Положите в ряд разноцветные полоски одинаковой длины. Нарисуйте в тетради то, что у вас получилось. Положите эти же полоски в другой последовательности. Нарисуйте то, что получилось теперь. Сравните полученные рисунки.

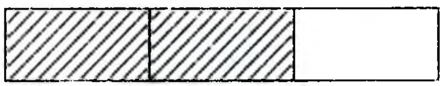
7. Положите в ряд круг, треугольник, квадрат. В какой последовательности следуют фигуры? Можно ли положить эти фигуры в ряд по-другому? Как это сделать? Какая фигура следует теперь за треугольником? Можно ли положить еще эти фигуры в ряд по-другому?

8. Перечислите названия дней недели, пальцев на руке. Можно ли поменять местами слова в этих рядах?

Для выработки умения использовать условные обозначения можно использовать следующий прием.

Возьмем набор кубиков и пирамид двух разных цветов: красного и синего и двух разных размеров: большого и маленького. Каждый предмет из этого набора характеризуется тремя признаками: форма, цвет, размер. Выберем 3 клеточки.

Закрасим первую клеточку, если выбранная нами фигура — пирамида, в противном случае оставим первую клеточку не закрашенной; закрасим вторую клеточку, если выбранная фигура — красная, в противном случае оставим вторую клеточку не закрашенной; закрасим третью клеточку, если выбранная фигура — большая, в противном случае оставим ее не закрашенной. Тогда красная маленькая пирамида кодируется такой последовательностью клеточек:



В отличие от предыдущей задачи, порядок в такой последовательности существенен. Например, если поменять местами в приведенной выше последовательности первую и третью клетки, то получим код другой фигуры, а именно — кубик, красный, большой.

9. Выберите какую-нибудь фигуру из набора и закодируйте ее.

По последовательности, например, такой:

найдите соответствующую геометрическую фигуру.

10. Нарисуйте столько кружков, сколько пальцев на руке. Нарисуйте столько квадратов, сколько дней в неделе. Чего больше: пальцев на руке или дней в неделе? Как узнали?

11. Сосчитайте, сколько кружков (квадратов, палочек) до 10.

12. Нарисуйте столько палочек, сколько слов во множестве: один, два, три, четыре, пять. Сколько палочек вы нарисовали?

13. Сосчитайте, сколько палочек. Дается достаточно большая совокупность палочек. Например, 20 палочек. Ученики затрудняются их сосчитать. Тогда учитель выясняет, что без ошибок ученики могут считать, например, до пяти. Считайте до пяти. Как дойдете до пяти, сосчитанные палочки отложите в сторону. Затем снова считайте до пяти и снова отложите палочки в сторону. Поступайте так до тех пор, пока палочки не кончатся. Сосчитайте, сколько раз получилось по 5 палочек. Значит, всего лежит по 5 палочек 4 раза.

Одновременно с подготовкой к понятию числа в подготовительный период уточняются:

1) Пространственные представления: слева — справа, верх — низ, перед — после — между.

2) Временные представления: вчера, сегодня, завтра, раньше, позже и т.д.

На ознакомление с примерами таких отношений выделять специальные уроки не надо. Они рассматривают в связи с проведением всех других упражнений. Дети должны научиться понимать указания учителя, связанные с рассматриванием рисунков на странице учебника (верхний, нижний, слева нарисовано столько-то кружков, а справа — столько-то треугольников т.п.).

Порядковые отношения лучше всего продемонстрировать при построении самих детей перед уроком и после его окончания т.п. Именно здесь уместнее всего поставить вопрос, кто пойдет первым, кто должен идти за ним, между кем идет тот или иной ученик и т.п.

Подготовкой к изучению действий сложения и вычитания чисел являются практические операции по объединению двух данных множеств предметов и выделению по тому или иному признаку части данного множества. Упражнения такого вида могут выполняться уже на уроках подготовительного периода в связи со счетом предметов. Так, например, учитель может выставить на наборном полотне 3 карточки с изображением белых грибов и 2 — подосиновиков и спросить, сколько белых грибов, сколько подосиновиков, сколько всего грибов. Или, выставив на полотне 5 птичек, убрать одну, и спросить, сколько было птичек, сколько улетело, сколько птичек осталось и т.д.

В подготовительный период особое внимание уделяется выработке общеучебных действий: организационно-режимных, практико-трудовых, волевых.

Нумерация в пределах 10

I. При изучении нумерации чисел первого десятка необходимо:

1) раскрыть конкретный смысл числа как общего свойства класса конечных равномощных множеств;

2) раскрыть образование каждого числа из предыдущего числа и единицы, а также из следующего за ним и единицы: $a - 1$; a; $a + 1$ ...

3) показать, что каждое число больше числа непосредственно предшествующему ему на единицу и меньше непосредственно следующего за ним на единицу;

4) сформировать числовую последовательность 1 ... 10 и выучить ее с детьми;

5) ввести понятие «цифра», показать отличие между понятиями «число» и «цифра», познакомить с печатной цифрой и выработать навыки письма цифр;

6) вести подготовительную работу к понятию «действие», «сложение», «вычитание»;

7) включить вопросы алгебраического и геометрического характера;

8) использовать элементы подготовки к понятию величина.

II. В первом классе число рассматривается как общее свойство класса конечных равномощных множеств. Поэтому, когда изучается очередное число, на странице учебника приводятся изображения равномощных совокупностей предметов. Например, при изучении числа 3 учитель выставляет рисунок:

Учитель вместе с детьми рассматривает каждое множество, сравнивает их по форме, по размерам, по назначению и т.д., подводит детей к выводу, что свойства этих множеств разные. Но все же у них есть общее свойство. Установим его. Будем раскладывать предметы по одному. Открываем, что каждому листочку соответствует желудь, каждому желудю — листочек, т.е. желудей столько же, сколько листьев, а листьев столько же, сколько желудей. Делаем вывод: общее свойство этих множеств — количество предметов в множествах. Такое количество называется числом 3.

Располагая элементы друг под другом, накладывая элементы одного множества на другое, соединяя пары элементов двух множеств стрелками, учитель учит устанавливать взаимнооднозначное соответствие между множествами, которое выявляет общее свойство этих «непохожих» множеств, которое надо назвать. Это общее свойство обозначается числом. Каждое новое число осваивается детьми выкладыванием конкретного количества элементов различных множеств. Усвоение общего свойства достигается также упражнениями вида: «Положите 2 морковки и 2 зайчика. Докажите, что количество зайцев равно количеству морковок. Приведите примеры других множеств, имеющие такое же количество».

На основе сравнения двух предметных множеств учащиеся знакомятся с отношениями «меньше чем», «больше чем», равенства между множествами и отношениями «больше», «меньше», «равно», с записью знаков: $<$; $>$; $=$.

Выполняются простые задания на сравнение множеств.

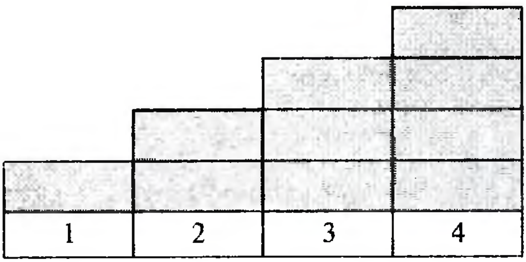
«Карим положил на парту 5 треугольников и 3 круга. Каких фигур больше он положил на парту?» Решение: поступим, как Карим. Ученики на партах выкладывают треугольники и круги. Ученик у доски вешает 5 треугольников, обводит их замкнутой линией, считает их и записывает число 5. Таким же образом поступает с кругами. Затем с помощью установления взаимнооднозначного соответствия (проводятся стрелки от треугольников к кругам) выясняется, что треугольников больше, чем кругов. Запись оформляется в виде двух неравенств: $5 > 3$ и $3 < 5$. Читают ответ: треугольников больше, чем кругов; кругов меньше чем, треугольников.

Как сделать, чтобы фигур было поровну? Находят два ответа: надо убрать лишние 2 треугольника или добавить два круга.

Образование чисел раскрывается с помощью упражнений по присчитыванию и отсчитыванию по 1, т.е. формулами: $a+1$, $a-1$. Все это выполняется с использованием игры, показом вещей, предметов, которые окружают детей. Например, на наборном полотне выставлены предметы. Задание. Сколько елочек, сколько лодочек? Чего больше? Чего меньше? На сколько больше? Как установить, на сколько елочек больше? (На каждую лодочку поставить елочку, одна елочка осталась.) Значит, елочек на 1 больше, чем лодочек. Или 3 больше 2 на 1. Сделайте сравнение с помощью слова «меньше» (лодочек на 1 меньше, чем елочек, т.е. 2 меньше 3 на 1). Как получили 3 лодочки? (к двум лодочкам прибавили 1, получили 3). Значит, 2 и 1 составляют число 3.

Как еще можно сделать количество предметов поровну? Из 3 елочек заберем 1. Получили 2 елочки. Значит, 1 и 2 составляют число 3. Аналогичную работу нужно провести с яблоками и морковками, треугольниками и квадратами.

Вывод: чтобы получить 3, нужно к 2 прибавить 1, чтобы получить 2, нужно из 3 отнять 1. **Образование числовой последовательности** можно показать с помощью такой таблицы:



Сколько прямоугольников в первом столбике, поставь число, обозначающее это количество. Положи столько же прямоугольников во второй столбик. Добавь еще 1 прямоугольник, сколько стало? И т. д. Получается возрастающая числовая лесенка. Аналогично строится убывающая числовая лесенка. Обобщая несколько раз выполнение операций прибавления и вычитания по 1, формулируется вывод: «Числа располагаются в определенном порядке. Этот порядок называется числовым рядом (числовой последовательностью): 1 , 2 , 3 , 4 ... .

Будем «перемещаться» по числовому ряду слева направо, числа становятся на один больше. Такой порядок называют прямым или возрастающим.

Будем перемещаться по числовому ряду справа налево, числа становятся на один меньше, такой порядок называется обратным или убывающим. В числовом ряде переставлять числа нельзя. Каждое число имеет свое место. Поэтому порядок называется строгим. В этом порядке есть самое маленькое число 1. Оно ни за каким числом не следует. Любое число стоит между двумя числами: ..., 4 , 5 , 6 ... .

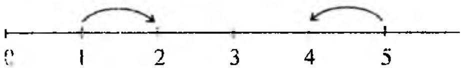
Чтобы получить предыдущее число, надо из данного числа вычесть единицу; чтобы получить последующее число, надо к данному числу прибавить единицу.

Знакомство с числом как мерой величины производится при **черчении и измерении отрезков**. После знакомства с понятием отрезок и мерой длины сантиметром выполняются упражнения.

1) начерти отрезок 1 см, ниже начерти отрезок на 1 см длиннее. Какой длины получился новый отрезок?

2) начерти отрезок длиной 5 см, ниже начерти на 1 см короче. Какой длины получился новый отрезок?

3) запишите примеры, используя шкалу линейки.



4) возьмите линейку и обозначьте схематично на линейке примеры: 5 + 1, 7 − 1, 8 + 1 и т. д.

Знакомство с печатной и письменной цифрой

Одновременно знакомясь с числом, дети учатся обозначать число цифрой как печатной, так и письменной. Цифры — это знаки для записи чисел. В десятичной системе счисления цифр всего десять. С их помощью можно записать бесконечное множество чисел.

Уже на начальном этапе следует тщательно следить за правильностью применения терминов «число» и «цифра».

Там, где речь идет о количестве элементов множества, стоит вопрос: «Сколько?» — речь идет о числе. Например, на наборном полотне уточки. Учитель: «Посчитайте уточек, покажите число (количество) уточек с помощью карточки. Запишем число уточек цифрой 7».

Обучение письму цифр — важный процесс. Правильное, четкое написание цифр является залогом правильных вычислений при решении примеров и задач. Для учащихся, у которых процесс письма затруднен, необходимо заранее приготовить дополнительные пособия (фанерные или пластмассовые цифры для обвода, лекало с прорезями). Последовательность письма цифр соблюдается на каждом уроке:

1) показ печатной и письменной цифры, выяснение, на что она похожа, выделение и название элементов письма;

2) показ учителем письма цифры на доске с проговариванием, в котором обращается внимание на направление движения мела;

3) обводка (пальцем, указкой) модели цифры;

4) воздушное письмо (всей рукой, кистью, пальчиками) можно превратить в физ. минутку, «прописывая» цифру головой, носиком, плечом, глазками... ;

5) письмо цифр в тетрадях по образцу, обвод пунктира, письмо строчки до конца.

При проверке работ учащихся психологи рекомендуют выделять наиболее удавшиеся цифры, не заостряя внимания на ошибках письма.

Знание числовой последовательности является основой счета предметов.

Дети должны уметь воспроизводить числовой ряд в прямом и обратном порядке, научиться называть сразу место любого числа, не воспроизводя всего ряда чисел, начиная с единицы. Поэтому устный счет каждого урока начинается с математического диктанта:

а) назовем числовой ряд в прямом порядке, в обратном порядке;

б) какое число называют перед числом 3, какое число стоит после числа 3;

в) какое число находится при счете между числами 7 и 9;

г) назови число больше 6;

д) к какому числу нужно прибавить 1, чтобы получить 4; отнять 1, чтобы получить 4;

е) 5 это 3 и еще сколько? И т.п.

Составляя рассказы по рисункам, учитель вводит понятие «действие».

Действие — это любое изменение. Каждому действию можно дать название. Навели порядок на столе — приготовились к уроку, полили цветок, вскопали землю вокруг него, цветок ожил — это уход за растениями. Человек был грустным, < стал веселым — развеселили человека. Действия, в которых изменяется количество предметов, называются **арифметическими**. Действие, в котором предметов становится больше, называется **сложением** и записывается с помощью знака + (плюс). Действие, в котором предметов становится меньше, называется **вычитанием** и записывается с помощью знака — (минус).

Составление рассказов по рисункам, их запись в виде примеров способствует закреплению понятия «действие», подготавливает детей к пониманию конкретного смысла сложения и вычитания, является подготовительной работой к понятию «задача».

Образование каждого числа из других чисел, отношения между числами следует раскрывать при одновременном изучении чисел. Поэтому следует рассматривать не отдельные числа, а отрезки натурального ряда от единицы до вводимого числа: 1, 2, 3; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; и т.д. Особое место в нумерации чисел в пределах 10 занимает число 1. Число один ни за каким числом не следует, оно самое маленькое в натуральном ряду, образование его по формуле $a + 1$ показать невозможно. В теории чисел число 1 вводится аксиоматически: существует число 1, которое ни за каким числом не следует (аксиома Пеано).

Урок, раскрывающий смысл числа 1, называется **«Много и один».**

Цель урока: раскрыть множественный смысл числа 1. Научить выделять один предмет из множества предметов по его отличительным свойствам, познакомить с печатной и письменной цифрой 1.

Изложение темы: Сегодня мы уделим особое внимание числу 1. Достаньте палочки из счетного пенала. Я задам вопросы, для ответа можно пользоваться только словами: «много» или «один».

1. Возьмите в правую руку палочку, остальные в левую руку. Сколько палочек в правой руке? (одна), а в левой? (много).

2. Сколько тетрадей я взяла? (много), а ручек? (одну).

3. Поднимите правые руки все девочки. Сколько поднято рук? (много). Света поднимет левую руку. Сколько поднято левых рук? (одна).

4. Я поставила фигуру на доске. Положите перед собой столько же треугольников, под ним столько же квадратов. Чем отличаются предметы, которые мы положили? (цветом, формой, размером). Есть ли у них общее свойство? (есть, мы клали столько же предметов, т.е. одинаковое количество). Это общее свойство называется «один».

5. Сделаем физ. минутку, которую назовем «один». Кивните головой один раз, наклонитесь вперед, назад и т.п. столько же раз.

6. А теперь игра: «Много и один». Я задаю вопрос, а вы отвечаете громко, если надо сказать «один», и тихо, если предметов много.

— Сколько детей в школе? А директор?..

— Сколько звезд на небе? А Луна?..

— Сколько волос на голове? А голова?..

7. Возьмите один кружок и много палочек. Составьте какую-нибудь фигуру.

8. Письмо цифры 1.

Знакомство с числом 0 (нуль) осуществляется после уяснения детьми принципа образования чисел: $a+1$, $a-1$. Дети должны уяснить, что 0 — это тоже число, оно может быть получено, если вычесть из какого-то числа все его единицы, что 0 меньше любого из натуральных чисел натурального ряда, оно меньше 1 на 1, поэтому должно стоять в ряду перед числом 1.

Объяснение нового материала лучше всего начать с практической работы. «Положите 4 треугольника. Уберите 1. Сколько осталось? (3). Уберите еще 1. Сколько треугольников? (2). Уберем еще 1. Сколько стало? (1). Заберем последний треугольник. Сколько осталось треугольников? Отвечая на этот вопрос надо назвать число, но такого у нас нет. Тогда математики придумали это число — «нуль», что значит «нисколько», «ничего нет», предметов не осталось.

С введением числа 0 представляется возможность ввести понятия «натуральное число», «натуральный ряд чисел», «числовой луч». Числа, которые используют для счета, называются натуральными.

Число 0 для счета не используют, значит, **0 не является натуральным числом.**

В концентре «десяток» рассматриваются действия, основанные на образовании числа: $5 + 1 = 6$; $5 - 1 = 4$. В целях подготовки к понятиям сложение и вычитание следует показать, что прибавлять и вычитать можно разные числа, а не только единицу. Заучивание состава чисел и применение его при сложении и вычитании продолжается в теме «Сложение и вычитание в пределах 10».

Нумерация чисел в пределах 100

Задачи изучения темы:

— познакомить учащихся с новой счетной единицей — десятком;

— ввести и разъяснить понятие разряда. Усвоить, что 10 единиц составляют 1 десяток — счетную единицу второго разряда;

— научить читать и записывать двузначные числа;

— осознать различие между цифрой и числом. Понять позиционный метод записи чисел цифрами;

— сформировать умение складывать и вычитать на основе знания нумерации двузначных чисел;

— продолжить раскрытие понятия числа как меры свойства предметов, которые можно измерить.

Множественное понятие числа применимо для небольшого количества предметов. С увеличением количества предметов становится неудобно сравнивать множества установлением взаимнооднозначного соответствия и тем самым выявлять общее свойство множеств. Поэтому при изучении чисел больше десяти, натуральное число рассматривается как результат счета отдельных элементов множества. Дети уже умеют считать в пределах 10 и знают основные правила счета. При увеличении количества предметов вводится принципиально новый способ счета: переход от счета единицами к счету одинаковыми группами. Новым понятием при счете становится **счетная единица.**

Итак, счетная единица — это отдельный предмет или группа предметов, с помощью которой ведется счет. Практика показывает, что, покупая обувь, носки, перчатки и т.п., мы считаем двойками (парами). Идея укрупнения счетной единицы была осознана и применена еще в глубокой древности (около 4000 лет назад) в Древнем Вавилоне. Укрупненная счетная единица состояла из 60 единиц. Отголоски этой системы счета сохранились в наши дни в единицах измерения времени и в градусной мере углов. Идеи укрупнения счетной единицы можно показать детям уже в концентре 10. Показываем детям, на примерах, что можно считать группами. Надо посчитать количество палочек больше десяти (например, 15). Одни дети раскладывают по 3 палочки в группе, другие по 5 в группе. Называют количество палочек, выясняют, какой вариант счета удобнее. Чем счетная единица крупнее, тем количество групп меньше, счет быстрее, значит удобнее. Название счетных единиц при этом называем тройками и пятерками, готовя к названию «десяток». На первом уроке в теме «нумерация сотни» учитель берет много палочек (70) и создает проблему: мы научились считать до 10, как посчитать такое большое количество палочек? Их нужно считать группами, по 10 палочек. Будем связывать десятки, затем их считать как простые единицы.

Десять — по древнерусски «дцать», поэтому 2 десятка называются — двадцать и т.д.

Нумерация чисел в пределах 1000

Задачи изучения темы:

— познакомить учащихся с новой счетной единицей — сотней;

— ввести понятие «единицы III разряда»;

— научиться читать и записывать трехзначные числа;

— закрепить принцип поместного значения цифр на области трехзначных чисел;

— рассмотреть приемы сложения и вычитания на основе знания нумерации трехзначных чисел;

— научиться применять знания нумерации трехзначных чисел при переводе величин, выраженных единицами одних наименований.

Задачи изучения нумерации в концентре «Тысяча» во многом сходны с задачами изучения нумерации чисел в концентре «Сотня». Поэтому при изучении темы следует дать учащимся большую самостоятельность. Работая над вопросами нумерации в концентре 100, следует создать у детей представление о том, что существуют числа больше 100. Полезно выяснить, кто из детей умеет считать «дальше ста». Вспомним, счет начинается с 1. Сосчитать палочки до 10, связать 10 отдельных палочек в пучок десяток. Учитель: вот все палочки у меня связаны десятками. Далее считаем десятками. И так как мы научились считать до 10, то 10 десятков свяжем в пучок и получаем 100 палочек вместе или сотню. Продолжим эту работу, пока все палочки не свяжем в сотни. А теперь, посчитаем сотни как простые единицы: 1 сотня, 2 сотни ... . 10 сотен. У нас 10 сотен палочек. 10 сотен — это тысяча. Сотни складывают и вычитают как простые единицы.

В записи числа 1000 также поможет абак. Теперь он станет четырехразрядным.

тысячи	сотни	десятки	единицы

С помощью квадратов и полосок можно набрать число 999. К единицам прибавить 1 квадратик, получаем 10 единиц, заменяем их полоской 1 десяток, перекладываем в десятки, т.к. единиц не осталось, ставим в разряде единиц 0. Считаем десятки, их 10, но 10 десятков это 1 сотня, заменяем 10 полосок десятков 1 сотней, перекладываем сотню к сотням, т.к. десятков не осталось, ставим в разряде десятков 0. Считаем сотни, их 10, но сотни следует заменить новой счетной единицей, учитель перекладывает 10 сотен в колонку четвертого разряда: тысячи, на месте сотен ставим нуль, а в разряде тысяч 1, теперь запишем число 1000 – тысяча, это четырехзначное число составляет новую счетную единицу.

Чтобы заменять числа суммой разрядных слагаемых, а также выполнять сложение и вычитание на основе десятичного состава чисел, полезно иметь набор карточек с записью разрядных чисел: 1, 2 ..., 9; 10, 20, ..., 90; 100, 200, ..., 900. Эти числа можно совмещать так, чтобы получалась запись трехзначного числа.

Упражнения вида: замени число суммой разрядных чисел:

345 = 300 + 40 + 5	202 = 200 + 2
305 = 300 + 5	220 = 200 + 20
340 = 300 + 40	430 = 400 + 30

помогает усвоить, что значение цифры в записи трехзначного числа зависит от ее места. Если дети усвоили, что с изменением места цифры в записи числа меняется ее значение, то увеличение (уменьшение) числа в 10 (100) раз они поймут без труда. Приписывая справа нули, мы изменяем место цифры в записи числа. Значение цифры увеличивается в 10 раз, если она перемещается влево на 1 разряд, и уменьшается в 10 раз, если она перемещается вправо на разряд. Вводится термин «наименьшее трехзначное» число (100), «наибольшее трехзначное» число (999).

Сравнивать числа можно, зная место чисел в натуральном ряду: 499 < 500, т.к. число 500 следует за числом 499, т.е. стоит от начала дальше. Для решения примеров следует использовать «ленту тысячи» и трехразрядный абак. Обобщением знаний нумерации трехзначных чисел является памятка: «Характеристика числа или разбор числа по составу».

Например, число 525:

1) прочти число;

2) назови разряды, из которых оно состоит (5 ед. третьего разряда, или 5 сотен, 2 ед. второго разряда, или 2 десятка, 5 ед. первого разряда, или 5 единиц);

3) назови общее количество счетных единиц, из которых можно собрать это число (в этом числе всего 525 единиц, 52 десятка, 5 сотен);

4) определи положение числа в натуральном ряду (ему предшествует число 524, за ним следует число 526);

6) укажи, сколько цифр потребовалось для записи числа, сколько из них различных (для записи числа потребовалось три цифры, две из них различные);

7) если цифры переставить, то получим другие числа: 552 — наибольшее, 255 — наименьшее;

8) самое большое число, имеющее столько же разрядов, 999, самое маленькое — 100. Знания и умения по нумерации требуют длительного закрепления.

Нумерация многозначных чисел

Задачи изучения темы.

1. Закрепить знания, умения и навыки, сформированные в теме «Нумерация концентра тысяча».
2. Ввести понятие класс. Рассмотреть класс единиц и класс тысяч.
3. Усвоить десятичный состав многозначных чисел. Сформировать умения определять количество десятков, сотен, тысяч в многозначном числе.
4. Научить читать, записывать и сравнивать многозначные числа.
5. Сформировать навыки умножения на 10, 100, 1000 и деления на 10, 100, 1000.
6. Закрепить принцип поместного значения цифр на области многозначных чисел.
7. Закрепить принцип образования натурального ряда чисел на области многозначных чисел.
8. Сформировать умение переводить величины одних мер в другие.

Введение понятий «класс», «классная единица» вызвано необходимостью упростить язык названия чисел и их записи.

1. При счете отдельными предметами (т.е. счет единицами) каждому количеству предметов ставится в соответствие слово — числительное.

Числа 0, 1, 2, ..., 9 дают 10 слов.

2. Когда предметов больше 10, образуем новую счетную единицу — десяток. Счет десятками производят так же, как и единицами. При этом вводятся новые слова: десять, двадцать, тридцать, сорок, пятьдесят, шестьдесят, семьдесят, восемьдесят, девяносто — всего 9 слов. Слова сорок и девяносто — особые, остальные слова образованы сочетанием слов первого десятка и названием второй счетной единицы: «десят» или «дцать».

3. Числа от 11–19 образуются как составные числительные. Один-на-дцать, две-на-дцать и т.д. всего 9 слов.

Таким образом, чтобы назвать числа 0–99 надо применить 28 слов.

4. Введение третьей счетной единицы 10 десятков — одна сотня, вводит еще девять слов: сто, двести, ... девятьсот. Числа 20–99 и 101–999 образуются как составные числительные. Таким образом, благодаря трем счетным единицам для названия чисел от 0 до 999 потребовалось 37 слов, а для их записи всего 10 цифр. При этом укрупненную счетную единицу называют разрядной единицей. Трехзначные числа — трехразрядные числа. Каждая последующая счетная единица больше предыдущей счетной единицы в 10 раз.

Если подойти к словообразованию подобным образом и далее, то количество слов будет возрастать, а язык чисел будет усложняться, поэтому для дальнейшего процесса вводится более крупная счетная единица, называемая классной единицей.

Каждая последующая классная единица больше предыдущей счетной единицы в тысячу раз.

Каждой классной единице также присвоено особое название.

Так, 1000 первых единиц называют классом единиц;

1000 единиц первого класса составляют одну единицу второго класса — класса тысяч;

1000 единиц второго класса составляют одну единицу третьего класса — класса миллионов;

1000 единиц третьего класса составляют одну единицу четвертого класса — класса миллиардов и т.д.

Каждый класс состоит из трех разрядов. Единицы каждого класса называют так, как в классе единиц, и добавляют название класса.

Чтобы прочитать любое число, надо:

1. Разбить число на классы. Для этого справа налево отделить по три цифры, так как в каждом классе три разряда.

2. Назвать классы от меньшего класса к большему.

3. Читать число надо с единиц высшего класса, называя количество единиц в нем так же, как и в классе единиц, и добавляя название класса.

Например, в 1883 году уральский математик — самоучка Первушин представил в Петербургскую академию наук доказательство, что число $2^{61} - 1$ есть $\overset{\text{квинт.}}{\frown}\!2\ \overset{\text{квадр.}}{\overbrace{305}}\ \overset{\text{трил.}}{\overbrace{843}}\ \overset{\text{млрд.}}{\overbrace{009}}\ \overset{\text{млн.}}{\overbrace{213}}\ \overset{\text{тыс.}}{\overbrace{693}}\ \overset{\text{един.}}{\overbrace{951}}$ простое число. Он вычислил его. Оно оказалось равным: 2 квинтиллиона 305 квадриллионов 843 триллиона 009 миллиардов 213 миллионов 693 тысячи 951 единица.

Для записи разрядной единицы требуется одна цифра, а для записи класса требуется три цифры. Если отсутствуют единицы какого-либо разряда, на его месте пишут 0; если отсутствует класс, пишут 000. Запись натурального числа не начинается с нуля.

При записи класс от класса отделяют **промежутками.**

Изучение нумерации в пределах 10, 100, 1000 опиралось на предметную наглядность.

При изучении нумерации двух классов предметная наглядность становится невозможной. Поэтому при изучении нумерации многозначных чисел придется конкретизировать не столько эти числа, сколько десятичную систему счисления.

В качестве наглядных пособий используются нумерационная таблица, горизонтальные и вертикальные счеты.

Изучение нумерации многозначных чисел начинается с образования тысячи.
На вертикальных счетах число 999. Добавив 1 шарик, учитель объясняет, как с помощью тройного перехода образуется тысяча.

На четвертую проволоку одевается 1 шарик. Это одна тысяча. На ту же проволоку учитель один за другим одевает еще 8 шариков. Ученики считают 2 тысячи, 3 тысячи, 4 тысячи и т.д. до 9 тысяч. Добавив еще один, десятый шарик, учитель снимает все эти шарики и заменяет их одним шариком на пятой проволоке. Это 1 десяток тысяч или 10 тысяч. Насчитав на этой проволоке 10 шариков (2 десятка тысяч или 20 тысяч, 3 десятка тысяч или 30 тысяч и т.д. до 10 десятков тысяч или 100 тысяч), учитель снимает 10 десятков тысяч и надевает шарик на шестую проволоку. Дети считают: 2 сотни тысяч или 200 тысяч, 3 сотни тысяч или 300 тысяч и т.д. до 900 тысяч.

От счета учитель переходит к нумерационной таблице.

Палочками дети обозначают на таблице сначала 1 тысячу, 1 десяток тысяч, 1 сотню тысяч, а затем различные числа второго класса: 374 тысячи; 168 тысяч; 952 тысячи. Учитель обращает внимание детей, что эти числа читаются так же, как читались числа 1-го класса, но добавляется слово «тысяча». Дети записывают числа в тетрадях.

Начинаем запись числа с единиц второго класса, выделяя для этого три клеточки. Цифры одного класса записываются так, чтобы при записи цифры стояли поближе друг к другу. Сотни пишем в правой половине клетки, десятки посередине, единицы в левой половине клетки, так как разрядных единиц 1-го классе нет, на его месте пишем три нуля.

374 000 168 000 952 000 653 000

При таком подходе к записи чисел между классами возникает промежуток.

Затем набираются числа 7 тыс. 27 тыс. 527 тыс. Дети записывают их в тетрадь:

7000 27 000 527 000

Затем откладываются и записываются более сложные числа: 580 тыс. 500 тыс. 50 тыс.

580 000 500 000 50 000

Надо обратить внимание детей на то, что три нуля на конце обозначают отсутствие единиц 1-го класса, т.е. отсутствие единиц 1, 2, 3 разрядов, но не отсутствие самих разрядов или класса, как говорят иногда дети

Для рассмотрения десятичного состава чисел 2 класса даются упражнения:

1. Назовите число, в котором 4 сотни тысяч и 5 десятков тысяч (4 сотни тысяч и 5 единиц тысяч и т.п.)

2. Сколько единиц каждого разряда в числе 634 тысячи?

3. Замените число 248 000 суммой разрядных слагаемых.

4. Вычислите 200 тыс. + 30 тыс.; 264 тыс. − 64 тыс. и т.д.

5. Сложите числа: 300 000 + 20 000 + 7 000.

На следующем этапе изучают числа, состоящие из 2-х классов.

В нумерационной таблице обозначено число 273 000. Что означает три нуля? (Разряды 1 класса отсутствуют). Прямо на нули ставятся карточки — числа 1-го класса. Например, 416. Получаем и читаем число 273 416. Уберем 6 единиц, получаем 273 410, уберем 1 десяток: 273 406, далее получаем числа 273 006; 273 016; 273 010. Запишите число суммой единиц 1 и 2 класса: 15 287=15000+287; 300 007; 218 054; 316 040; и т.д.

Нумерация многозначных чисел трудная тема. При выработке умений и знаний по записи чисел следует использовать различные методические приемы.

Наиболее распространенные ошибки дети допускают в числах, в записи которых есть нули. Например, число 54 035 записывают 5435 и т.п.

Рассмотрим различные методические приемы для выработки умений записывать числа.

1) Чтобы записать число, нужно научить узнавать, сколько цифр в записи данного числа.

1. Записать число, в котором 12 единиц 3-го класса 12 единиц 2-го класса 12 единиц 1-го класса.

Рассуждение: в числе 3 класса. В 3 классе две цифры, а во 2 классе и 1 классе по три цифры, поставлю точки — всего 8 знаков.

Теперь на место точек поставлю цифры:

12 012 012, прочту число.

2. Сколько цифр в числе 851 тысяча?

Рассуждение: в числе два класса, значит, 6 цифр.

Запишу число 851 000.

Запишите несколько чисел, в которых 851 тыс. (обратить внимание, что в 1 классе могут быть записаны любые другие цифры)

3. Сколько цифр в числе 3 тысячи?

Ответ: четыре цифры.

4. Сколько цифр в числе 30 тысяч?

Ответ: пять цифр.

2) Упражнения на усвоение структуры многозначного числа. Дети должны усвоить, что в каждом классе три разряда, а значит для записи нужны три цифры.

1. Запишите несколько чисел, в которых 82 тысячи.

82 000; 82 002; 82 003; 82 534

Чем похожи числа? (В них по 5 цифр, 2 класса, количество единиц 2-го класса одинаково.)

Чем отличаются? (Разное количество единиц 1 класса.)

2. Прочитайте число 506 040, сколько в этом числе тысяч? (506) Запишите другие числа, имеющие 506 тысяч. Чем они похожи, чем отличаются? Как они называются? (шестизначными).

3. Запишите любое число, в котором 5 цифр. Назовите его высший разряд.

4. Запишите числа под диктовку:

417 тысяч; 417 тысяч 1 единица; 417 тысяч 21 единица; 417 тысяч 521 единица.

5. Чем похожи и в чем различны числа:

253 118 и 253 000 118

14 014 014; 14 140 140; 141 414?

6. Сравните числа. Для сравнения выбираются числа, в которых одинаковые цифры.

50 002 ... 500 002	43 217 ... 34 217	351 204 ... 35 120
7 006 ... 7 060	64 120 ... 64 102	80 004 ... 8 004
8 003 ... 3 008	25 035 ... 25 350	12 375 ... 57 321

Чтобы сравнивать числа надо:

1) Установить количество цифр. Чем цифр больше, тем число больше.

2) Если количество цифр одинаково, то начинать сравнивать с единиц высшего разряда.

3) По классовому составу.

Например: 8003 < 8030

Каждое число содержит 2 класса. Единиц 2-го класса одинаково, но в одном числе 3 единицы первого класса, а в другом 30 единиц первого класса. Следовательно, 8003 < 8030.

7. Вместо точек поставьте цифры, чтобы запись была верной.

2 326 < 23 ...
45 ...> 45 210
512 600 < 5 ... 60

Для проверки знаний даются самостоятельные работы.

Работа 1.

1. Сравнить числа: 9121 ... 9 211
7070 ... 7 007

2. Записать числа в порядке возрастания:
5 702, 31 364, 70 050, 5 302, 70 500.
Подчеркнуть в каждом числе класс тысяч.

3. Записать наименьшее пятизначное и наибольшее шестизначное числа.

Работа 2.

1. Запишите числа под диктовку:
714 147; 81 035; 6 000 004; 6 000 060.
Подчеркните единицы второго класса.

2. Укажите соседей чисел:
... 3 000 ...
... 8 999 ...
... 100 000 ...

3. Запишите 5 чисел, которые содержат 135 сотен. Расположите их в порядке возрастания, подчеркните класс тысяч.

4. Прочитайте числа и закончите запись:
35 682 = ... сот.
280 640 = ... дес.

Работа 3.

1. Сравните числа:

325 184 ... 325 500 184

418 000 035 ... 418 035

7 045 000 ... 7 000 045

2. Запишите 5 четырехзначных чисел с помощью цифр 5, 2, 0, 6. Расставьте их в порядке убывания.

3. Вставьте нужные цифры:

1326 < 13 ...	... 765 > 6387
5 ... > 45 127	418 900 < 4 ... 20

Вопросы нумерации следует регулярно включать в другие разделы.

Дети решили примеры:

$$\begin{array}{r} - 100\,000 \\ \underline{94\,306} \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 501\,112 \\ \underline{395\,714} \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 910\,710 \\ \underline{315\,968} \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 300\,001 \\ \underline{67\,803} \end{array}$$

Проверка:

1. Прочитайте пример, в котором разность является пятизначным числом.

2. Выпишите ответы в порядке возрастания.

3. Найдите ответ, в котором отсутствуют единицы разряда тысяч и т.п.

В начальной школе дети должны четко различать понятия «число» и «цифра».

В бытовом понятии смешение этих терминов не искажает смысла.

В математике начальной школы смешение этих понятий недопустимо, т.к. сами они являются объектом изучения.

Применение этих понятий следует регулярно включать в устный счет, математический диктант и т.п.

Включать вопросы:

1. Сколько всего цифр? (10) Сколько чисел можно записать с помощью этих цифр?

2. Сколько цифр использовано для записи числа 56 066? (3)

Есть ли в записи числа одинаковые цифры? Какие?

Сколько раз встречается каждая цифра?

Что обозначает нуль в записи данного числа?

3. Верны ли высказывания:

1) Цифра 5 больше цифры 2. (Нет сравнивать можно только числа.)

2) При делении 66 на 2 в ответе получится два числа. (Число одно, но двухзначное.)

3) Число 35 состоит из 2-х цифр. (Число составлено из десятков и единиц; для его записи использовали две цифры.)

4) Запишите цифру 10. (Такой цифры нет.).

Почему возникает путаница в этих примерах? В быту, с телеэкрана чаще употребляют слово «цифра». Определение этого понятия в учебниках начальной школы не дается.

Цифровая запись	Число			
	55	765	768 008	1
Всего цифр	две	три	шесть	одна
Различные цифры: Сколько? Какие?	одна 5	три (7, 6, 5)	четыре (7, 6, 8, 0)	одна (1)
Одинаковые цифры: Какие? Сколько раз встречаются?	5 2 раза	нет	0 (2 раза) 8 (2 раза)	нет

При введении чисел первого десятка названия чисел и цифр совпадают. Учителю самому следует дать определение и говорить правильно. Следует заострить внимание детей на терминологии. Указать признаки числа и цифры.

На вопрос «Сколько?» называют число. Там, где речь идет о записи чисел, о знаках его, имеем дело с цифрой.

4. Говори правильно:

1) Покажи **цифрой**, сколько цветов на рисунке. (Покажи число, ...)

2) Обозначь карточкой с **цифрой** количество машин.

3) Обведи столько клеток, сколько указано **цифрой**.

4) Сколько яблок? Запиши **цифрой**.

5) Найди нужное число 2 + * = 5. Запиши его **цифрой**.

6) Число «три» записывается **цифрой** три.

7) Обозначь **цифрой**, сколько нарисовано морковок?

8) Запиши число, следующее за числом 7.

9) Запиши одно и то же число в разных формах, (словесная, можно на разных языках), славянская (алфавитная форма), арабские цифры, в различных системах счисления.

10) Исправьте ошибки:

а) Запишите цифру 27;

б) Цифру 5 на 2 без остатка разделить нельзя;

в) Число 789 состоит из трех цифр;

11) Вводить предложения, в которых употребляются оба термина.

а) Напишите с помощью цифр 3 и 5 несколько трехзначных чисел;

б) Что обозначает цифра 5 в записи чисел 125, 5, 54.

в) Запишите цифрами число двести двадцать.

Иногда учитель сознательно допускает употребление слова «цифра» вместо слова «число». Например, при делении многозначного числа употребляется «цифры частного», «пробная цифра», «подходит ли эта цифра». Применение термина «число» в этих случаях делает речь сложной и запутанной. Но это употребление вводится в 4 классе, к этому времени различие в терминах должно быть сформировано.

Итогом изучения темы нумерации является памятка «Схема разбора числа». Сделаем разбор числа 52 354.

1) Прочитайте число.

2) Назовите число единиц каждого разряда.

(В этом числе 5 разрядов: 4 ед. 1-го разряда или 4 единицы; 5 ед. 2-го разряда или 5 десятков; 3 ед. 3-го разряда или 3 сотни; 2 ед. 4-го разряда или 2 тысячи; 5 ед. 5-го разряда или пять десятков тысяч).

3) В этом числе два класса: (354 ед. 1-го класса и 52 ед. 2-го класса.)

4) Какими счетными единицами можно собрать это число?

(В этом числе 52 354 единицы; 5 235 десятков; 523 сотни; 52 тысячи; 5 десятков тысяч).

5) Замените число суммой разрядных чисел.
52 354 = 50 000 + 2 000 + 300 + 50 + 4.

6) Замените число суммой классных чисел:
52 354 = 52 000 + 354.

7) Определите место числа в натуральном ряду.

52 353,	52 354,	52 355
предыдущее		последующее

8) Назовите самое большое пятизначное число (99 999);

самое маленькое пятизначное число (10 000)

9) Для записи числа потребовалось 5 цифр, т.е. оно пятизначное.

Среди цифр этого числа 4 цифры различные (5, 2, 3, 4).

10) Если цифры в записи числа переставить, то получатся другие числа.

Назову самое большое из них 55 432 и самое маленькое 23 455.

На уроках и внеклассных занятиях следует расширять и употреблять знания о нумерации.

Например, провести внеклассное занятие: «Как люди научились считать?», «Числа-великаны», «Числа наших дней», «Числа и мы» и т.п.

ГЛАВА X
ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

Требования к знаниям по теме.

Знать:

— с какими величинами и их единицами знакомятся учащиеся в начальном курсе математики и в каком классе;

— общий подход к формированию представления о величинах в начальных классах.

Уметь:

— применять общий подход к формированию представлений о величинах при изучении длины, массы, емкости, времени и площади;

— целенаправленно организовывать практические работы;

— использовать различные средства обучения при изучении величин;

— применять на практике методику формирования измерительных умений и навыков у учащихся.

Общая характеристика методики изучения величин.

Величина, так же как и число, является основным понятием курса математики начальных классов, в задачу которого входит формирование у детей представления о величине как о некотором свойстве предметов и явлений, которое, прежде всего, связано с измерением.

В 1— 4 классах учащиеся получают представление о таких величинах, как длина, масса, емкость, время, площадь и о единицах их измерения. В процессе решения задач они знакомятся с ценой, количеством, стоимостью, скоростью, расстоянием, производительностью, работой и т.д.

В процессе изучения темы важно добиться, чтобы учащиеся научились четко дифференцировать такие тесно связанные между собой, но различные по своей сути понятия, как «величина» и «число».

Формирование представления о той или иной конкретной величине и о способах ее измерения имеет свои особенности. Целесообразно выделить общие этапы, которые имеют место при изучении каждой из величин. Ориентируясь на каждый этап, учитель организует деятельность учащихся.

Эти этапы составляют *методическую схему изучения величин:*

1) Выделение и уточнение имеющихся у детей представлений о свойствах предметов, которые характеризует изучаемая величина.

2) Доказательство того, что выделенные свойства можно сравнивать (визуально, с помощью ощущений, наложением, приложением, с помощью различных мер). Сделать вывод: если свойства сравнимы, то их можно измерять.

3) Введение термина, обозначающего изучаемое свойство.

4) Знакомство с единицей измерения изучаемой величины, с измерительными приборами.

5) Формирование измерительных умений и навыков, правила работы с прибором.

6) Сложение и вычитание однородных величин, выраженных в единицах одного наименования. Знакомство с новыми единицами измерения в тесной связи с нумерацией по концентрам.

7) Перевод мелких мер в крупные и крупных мер в мелкие меры.

8) Сложение и вычитание однородных величин, выраженных в разных мерах, умножение и деление величины на число.

С целью формирования представлений о величинах проводятся практические работы, используются упражнения, применяются демонстрационные и индивидуальные наглядные средства, при этом варьируются коллективные, индивидуальные и групповые формы работы на уроке. Учащиеся усваивают основные признаки понятия «величина» в процессе выполнения различных практических заданий познавательного характера при широком использовании проблемных ситуаций.

Знакомство с величинами и единицами их измерения имеет не только практическое значение: оно представляет большие возможности для формирования умения видеть проблему и находить пути ее решения, тем самым способствуя развитию познавательных способностей учащихся. В начальной школе отводится отдельное время для изучения величин: длина, масса, емкость, время, площадь.

Длина.

Первые представление о длине как свойстве тела, характеризующего протяженность, размеры предметов, у детей складывается еще в дошкольный период. Дети могут правильно установить отношения: длиннее — короче, шире — уже, выше — ниже, толще — тоньше. В подготовительном периоде эти понятия следует закрепить, развив понятие «величина». Само слово величина непонятно многим детям, так как они редко слышат его. Поэтому введению понятия «величина» следует уделять особое внимание при изучении всех величин. Уже на первых уроках подчеркиваем, что у предметов бывают разные свойства. Выделив свойства предметов: цвет, форма, размеры, следует создать ситуации, в которых видно, что существуют свойства предметов, которые можно сравнивать. Учитель показывает два круга: большой красный и маленький синий. А можно ли спросить, какой круг больше (меньше)? Можно ли спросить, какой круг краснее (синее)? Последний вопрос вызывает смех. Значит, есть свойства, которые сравнивать нельзя. Эти свойства просто называем: цвет, вкус, форма. Подводя итоги, учитель подчеркивает: «Мы познакомились сегодня с новым понятием — величина. О величине говорят тогда, когда можно сравнивать свойства предметов».

Величины имеют разные названия. Когда говорят о размерах предметов, то эту величину называют разными словами: длина, ширина, высота, толщина. Если говорят о размере предмета только в одном направлении, то говорят чаще слово «длина». Молодые педагоги редко пользуются словом величина, предпочитая ему слова «одинаковый», «такой же», которые многозначны. (Такой же по цвету, форме, поэтому их следуют дополнять словом, обозначающим признак, по которому сопоставляются предметы: найди такой же по длине, ширине, высоте и т.д.). На последующих уроках в устный счет следует регулярно включать задания на сравнение величин.

Практические приемы сравнения предметов приложением и наложением применяются для составления упорядоченного ряда. Располагая предметы в возрастающем или убывающем порядке по длине, ширине, высоте и другим признакам, дети отражают это в речи: «Самая толстая, тонкая, еще тоньше, самая тонкая».

Этой работе способствуют дидактические игры: «Нанизывай бусы, шарики разных размеров», «Составь пирамиду», «Расставь матрешек», «Лесенка» и т.д. Эти задания развивают глазомер, наблюдательность.

Но вот задание усложняется. Учитель в разных частях доски на большом расстоянии друг от друга чертит два отрезка, мало отличающиеся по длине.

Как выяснить, какой отрезок длиннее? Наложить отрезки мы не можем. Возникшая проблема разрешается введением третьего отрезка, который можно перемещать. Так вводится необходимость мерки. Мерка — это отрезок, используемый в качестве средства сравнения длин отрезков, своеобразное орудие измерения. Упражнения по сравнению полосок с помощью мерок содержатся в учебнике. Полоски разного цвета разделены на одинаковые прямоугольники. Какая полоска длиннее? Пересчет мерок дает числа. Эти числа помогают сравнивать длину полосок. Эти числа — величины. Дальнейшие практические задания с мерками должны привести к выводу:

1. Отрезки можно измерять разными мерками, при этом для каждого случая надо выяснить, какая мерка наиболее удобная.

2. Чтобы сравнить длины двух отрезков, необходимо их измерить одной меркой.

3. Необходимо иметь единую меру для всех отрезков.

На раскрытие этих вопросов отдельных уроков не выделяется, поэтому в устный счет регулярно следует включать работу с полосками и мерками.

Работа 1. (демонстрационная).

Оборудование: Полоски длиной 90 см и 120 см.

Мерки: красная полоска 30 см, синяя 15 см, зеленая 7,5 см. Мерки можно закрепить на стендах.

Цель работы: научить пользоваться мерками и сравнивать отрезки измерением.

Учитель: Надо выяснить, какая полоска длиннее. Но приложить их друг к другу нельзя, так как они закреплены.

Как найти ответ?

Ученик: Будем полоски измерять мерками.

Учитель. Запомним правила пользования меркой. (Учитель говорит правило и одновременно показывает).

1. Надо отметить начало отсчета.

2. Сделать отметку карандашом или мелом в том месте, на которое пришелся конец мерки.

3. Перемещать мерку слева направо или сверху вниз.

4. При перемещении мерки прикладывать ее только к отметке, обозначающей последнюю отмеченную часть.

5. Считать мерки.

6. Окончив измерение, сказать, чем измерено и каков результат.

Проведя измерения, делаем вывод: «В первой полоске 3 красные мерки, а во второй полоске 4 красные мерки. 3 меньше 4. Значит, первая полоска короче второй, или вторая полоска длиннее первой».

2. Работа 2. (ситуация та же).

Ученики измеряют отрезок синей меркой (15 см). Делают вывод:

«Первый отрезок короче второго, т.к. 6 < 8».

Учитель: Почему получили разные неравенства? (Мерки были разные). Почему получился одинаковый ответ? (Для сравнения длин отрезков можно пользоваться любой, но одинаковой меркой).

Работа 3. (ситуация та же).

Измерим первый отрезок синей меркой (15 см), а второй — красной меркой (30 см). Первый отрезок содержит 6 синих мерок, а второй — 4 красные мерки. Сравним результаты. Получилось — 1-ый отрезок длиннее, второго. Так ли это? Наложим отрезки. Они оказались одинаковыми. Почему возникла ошибка?»

Вывод: «Чтобы сравнить длины двух отрезков надо измерять их одинаковой меркой».

Работа 4. Измерить полоску 90 см разными мерками.

Учитель: Сколько синих мерок в полоске? (6)

Сколько красных мерок в полоске? (3)

Сколько зеленых мерок в полоске? (12)

Почему измеряли длину одной полоски, а величина длины разная?

(Потому что мерки были разные.)

Как зависит число мерок от длины мерки?

(Чем мерка длиннее, тем число мерок меньше, тем меньшее число раз она содержится в отрезке.)

Какая же из этих мерок самая удобная? (Красная). Почему? (Ее уложили всего 3 раза, и измерение выполнили быстрее).

Эти работы, выполненные демонстрационным измерением, можно повторить на последующих уроках, работая индивидуально с полосками и мерками меньших размеров. Эти работы являются подготовительными к теме «Сантиметр». На внеклассном чтении можно рассказать детям, как измеряется длина у разных народов. (Материал смотрите в детской энциклопедии), прочитать сказку Г. Остера «Тридцать восемь попугаев и четверть слоненка», а еще лучше просмотреть одноименный мультфильм с последующей беседой: «Почему так получилось? Прав ли удав? А чем еще можно измерить удава?»

Сантиметр. Объяснение темы «Сантиметр» можно начать с практической работы.

Детям раздать полоски одинаковой длины (8 см), а мерки дети готовят сами из клетчатой бумаги по две клеточки и по четыре клеточки. Работу делим на 2 варианта. 1-й вариант измеряет отрезок маленькой меркой, а второй – большой. Сравнивая полученные значения длин, делаем вывод: «У первого варианта отрезок длиннее». Проверим вывод, наложив отрезки, совместив начала. Отрезки оказались равными. Почему мы получили неверный ответ? У нас были разные мерки. Значит, для измерения отрезков нужны одинаковые мерки. Учитель знакомит детей с сантиметром, проводится практическая работа по измерению длин палочек, веревочек, приложением сантиметра. Затем учитель знакомит детей с линейкой и правилами пользования ею.

Дети должны приобрести навык измерения отрезков с помощью линейки и построения отрезка заданной величины.

Чтобы измерить длину отрезка надо: совместить нуль на линейке с началом отрезка; расположить линейку вдоль отрезка; отметить на линейке число, стоящее против конца отрезка. Назвать длину отрезка.

Чтобы начертить отрезок заданной длины, надо поставить точку, совместить ее с началом линейки; расположить линейку в заданном направлении, отметить точку против числа на линейке, указывающего длину отрезка, соединить эти точки, убрать линейку.

Дециметр. Для перехода к знакомству с новой мерой длины — дециметром следует создать ситуацию, в которой следует обосновать необходимость новой меры.

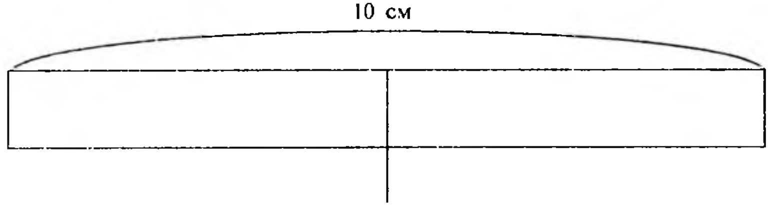
Объяснение можно начать вновь с практической работы: сравнить длины отрезков, предложив к сравнению полоски длиной 40 см и 60 см, не сообщая эти длины. В качестве мерок предлагаем полоски длиной 1 см и 10 см, не указывая их длины.

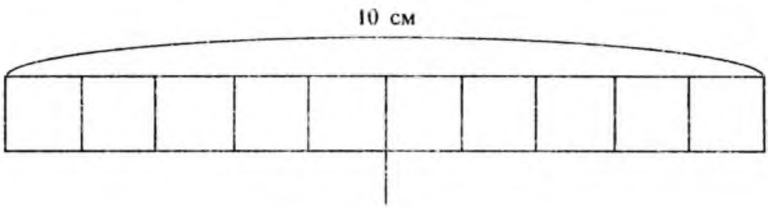
Какой полоской удобнее пользоваться для измерения длин этих отрезков?

Практически измеряя отрезки, приходим к выводу, что лучше выбрать большую мерку, так как это приведет к быстрому ответу на вопрос. Проверяем первую мерку — это сантиметр, выясняем, сколько раз сантиметр содержится во второй мерке, называем ее дециметром.

1 дм = 10 см

Мерка дециметр изготовляется из картона, с одной стороны она однотонная, а с другой — разделена на сантиметры и укрепляется на спице.





Дети чертят в тетради отрезки в 1 см и 10 см, сравнивают их.

Практическая работа.

Оборудование: модель 1 см, 3 полоски бумаги разного цвета, ножницы.

Ход работы:

1. На белой полоске бумаги отмерьте отрезок 1 см, отрежьте его.
2. На этой же полоске отмерьте отрезок 10 см, отрежьте его.

Первый отрезок – модель 1 см.

Второй отрезок – модель 1 дм.

Сравните их. Посчитайте, сколько раз 1 см содержится в 1 дм.

3. Измерьте моделью дециметра вторую полоску (3 дм), третью (4 дм).
4. Прикиньте на глаз, чему равна длина учебника математики?

Проверьте измерением.

5. На доске начерчен отрезок.

Определите на глаз, чему равна длина отрезка? Ответы нескольких учащихся записываются на доске. Затем измеряется длина отрезка линейкой, разделенной на дециметры.

6. Начертите в тетради отрезок длиной 12 см. Сколько это дециметров и сколько сантиметров?

На закрепление решаются простые задачи на сравнение длин предметов.

В заключение читаем хором таблицу:

Меры длины:
1 сантиметр (см)
1 дециметр (дм)
1 дм = 10 см
1 дм > 1 см

На следующих уроках материал закрепляется путем вычерчивания отрезков заданной длины (начертить отрезок длиннее или короче данного), сравнением и преобразованием чисел вида:

1 дм 5 см = ... см	35 см = ... дм ... см
4 дм = ... см	18 см = ... дм ... см
3 дм 15 см = ... см	30 см = ... дм ... см

Уже на данном этапе следует ввести вид задания: перевести крупные меры в мелкие, и наоборот, перевести мелкие меры в крупные.

Для этого надо знать, сколько мелких мер в крупной мере (соотношение между мерами). Чтобы крупную меру перевести в мелкую, надо количество крупных мер умножить на это соотношение. Для перевода мелких мер в крупную надо количество мелких мер разделить на это соотношение.

1 дм = 10 см
1) 3 дм = 3 · 10 см = 30 см
2) 40 см = 40 : 10 дм = 4 дм
3) 3 дм 5 см = (30 + 5) см = 35 см

28 см = ... дм. В 1 дм = 10 см, в 28 содержится 2 десятка, значит в 28 см содержится 2 дм и еще 8 см. 28 см = 2 дм 8 см

Метр. Километр. Миллиметр. Введение этих мер длины аналогично. Следует повторить известные меры длины, их соотношение и создать ситуацию, в которой будет показана необходимость введения новой меры. Эта задача решается практически.

Например, надо измерить длину и ширину класса. Ставим вопрос: «Можно ли найти длину класса с помощью сантиметра, дециметра?» Многие дети отвечают конкретно: «Нет, нельзя!» Но найдутся ребята, которые скажут: «Можно, но это неудобно, т.к. мерки маленькие». Учитель введет более крупную меру. Покажет модель метра, сделанную на уроке труда из разноцветных полосок длиной в 11 см (1 см идет на склеивание деталей). Полезно приготовить модель метра в виде раздвижного циркуля из реек длиной 80—90 см. Таким циркулем удобно измерить длину коридора (класса), отметить на площадке беговую дорожку в 60 м и 100 м.

Упражнения практического характера используются при повторении и закреплении изученного материала.

1. Начертите 2 отрезка. Длина первого отрезка 9 см, а второго на 6 см короче.
2. Начертите такой отрезок, чтобы он был короче длины тетради на 8 см.
3. Даны два отрезка. Определите, на сколько один отрезок длиннее второго.

Масса.

В концентре «Десяток» учащиеся знакомятся с массой и единицей ее измерения — килограммом.

При изучении этой темы необходимо особенно внимательно отнесись к терминологии. Дело в том, что до последнего времени при измерении массы с помощью чашечных весов было распространено неудачное использование слова «вес». Масса и вес — не одно и то же.

Вес — это сила, с которой тело давит на опору или натягивает нить подвеса, вследствие притяжения к Земле. Вес одного и того же тела в различных точках земной поверхности различен. Вес зависит от высоты над поверхностью Земли и географической широты. Если тело падает только под действием притяжения Земли, то оно находится в состоянии невесомости.

Прибор для измерения веса — динамометр. Мера веса — 1 Ньютон. Вес — величина векторная.

Масса тела есть мера инертности тел, т.е. мера способности тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Масса проявляется также в способности тел притягиваться друг к другу, в частности к Земле. Чем масса тела больше, тем сильнее притяжение. (Гравитационная масса). Масса — скалярная величина. Значения инертной и гравитационной масс одинаковы. Измерение массы производится с помощью измерителя массы, массометра или рычажных (чашечных) весов. Меры массы: кг, г, т, ц. Масса одного и того же тела в любой части пространства одинаковая.

Уже это простейшее сравнение массы и веса должно убедить учителя, что для начальной школы существует только понятие «масса».

Раскроем этапы формирования понятия масса для начальной школы. Рассмотрим эту работу по общим этапам изучения для всех величин.

1. В дошкольный период у детей сложилось представление о массе как о мере количества вещества.

Для расширения представлений у детей о массе и их уточнения учитель может создать проблемную ситуацию.

Поставить на стол два одинаковых по цвету и размеру кубика (их можно изготовить один из дерева, другой из картона). Никаких внешних признаков различия учащиеся не могут обнаружить. Учитель подчеркивает, что различие между ними все-таки существует. Учащиеся заинтересованы и пытаются угадать, в чем это различие. У детей возникнет желание рассмотреть кубики поближе, взять их в руки. Подняв кубики, они сразу же дают ответ: «Этот кубик тяжелее (легче)». Учитель уточняет, что со словами «легче или тяжелее предмет» в математике принято говорить «масса предмета меньше» или «масса предмета больше». Затем учитель предлагает каждому из вызванных учеников взять в руки две книги, которые незначительно отличаются массой. Одну книгу взять в левую руку, а другую в правую и определить, какая из книг тяжелее. Выслушав различные мнения, учитель подчеркивает, что оказывается не всегда можно сравнить массы предметов, просто взяв их в руки. В таких случаях нужно воспользоваться простейшим прибором для измерения массы. Назовем этот прибор измерителем массы, массометром. (Следует избегать слов, содержащих корень слова «вес», в начальной школе. Чашечные весы — это измеритель массы). Учитель показывает прибор, изображает его схематически на доске и разъясняет принцип его действия при сравнении масс предметов. Необходимые навыки измерения закрепляются при наблюдении положения стрелок при пустых чашках прибора, а затем после того, как на них положены предметы.

Учитель сообщает, что так же, как и для измерения длины, для измерения массы необходима единица измерения. Такой единицей является килограмм. Учитель показывает гири в 1 кг, 2 кг, 5 кг. Надо сложить вместе несколько учебников общей массой 1 кг. Положив их на ладонь, дети ощутят эту массу. Учащиеся выполняют упражнения по измерению массы предметов, в процессе чего они не только расширяют свои представления о величинах, но и лучше усваивают другие вопросы курса математики, в частности, совершенствуют свои вычисленные навыки. С этой целью предлагается такое задание: «Подумайте, какие предметы, какой массы следует поставить на правую чашу прибора, чтобы чашки прибора не перетягивали друг друга». На наборном полотне размещены карточки, изображающие предметы различной массы: 2 кг; 3 кг; 5 кг; 1 кг

В процессе решения задач на нахождение суммы, остатка, на разностное сравнение учащиеся упражняются в сложении и вычитании масс, выраженных в единицах одного наименования.

1 килограмм = 1 кг

1. Сравнить: 5 кг ... 6 кг 7 кг ... 4 кг
1 кг ... 10 кг 9 кг ... 8 кг

2. Вычислить:

2 кг + 4 кг 7 кг − 4 кг 9 кг − 4 кг + 2 кг
8 кг + 2 кг 9 кг − 5 кг 3 кг + 4 кг − 6 кг

3. В сумке 3 кг груш и 2 кг яблок. Какова масса фруктов в сумке?

Вывод: меры массы складывают, вычитают и сравнивают, как числа.

В 3 классе учащиеся знакомятся с такими единицами массы, как грамм, центнер и тонна, а также с соответствующими соотношениями единиц измерения массы: 1 кг = 1 000 г, 1 т = 1 000 кг, 1 т = 10 ц, 1 ц = 100 кг. Данные соотношения закрепляются в процессе выполнения различных упражнений типа:

а) Вырази в граммах: 1 кг 25 г, 2 кг 50 г. Вырази в килограммах: 2 т 6 кг, 80 ц. Вырази в центнерах: 9 т 6 ц; 8 000 кг.

б) Сравни (поставь вместо точек знак >, <, =): 12 т ... 1 200 кг; 32 г ... 32 кг; 4 т 8 ц ... 480 кг; 220 ц ... 20 т 2 ц.

Меры массы приводятся в систему, составляется таблица мер массы. Чтобы создать конкретные представления о центнере, тонне, необходимо сообщить детям такие сведения: масса двух мешков картофеля равна примерно 1 центнеру; масса автомобиля «Тико» (без пассажиров) равна приблизительно 1 тонне, масса всех учеников первого класса (30–35 человек) равна приблизительно 1 тонне.

Можно наглядно сравнить 1 кг и 1 т. Готовятся два куба со сторонами 1 дм, т.е. 1 кубический дециметр, и со сторонами один метр, т.е. 1 кубический метр. Учитель: «Вот здесь два куба. У одного сторона 1 дм, а у другого 1 метр. Если сделать два сосуда таких размеров и наполнить их водой, то масса воды маленького кубика 1 кг, а большого куба 1 т». Это удивляет детей. Полезно продемонстрировать процесс измерения массы на торговом измерителе массы (чашечных весах).

1. Познакомить с устройством прибора.
2. Рассмотреть шкалу и определить цену его деления.
3. Установить стрелку на нуль.
4. Предмет кладут на левую чашку, а гири на правую.
5. Подбор гирь для определения массы ведут от гири большей массы к гире меньшей массы.

Учитель обращает внимание на то, что сыпучие и жидкие вещества хранятся в таре. Поэтому массу их измеряют также в таре. Приемы этих измерений различны.

1. Измеряется отдельно масса тары, а затем из общей массы вычитается масса тары.

2. На другую чашу прибора ставится точно такая же пустая тара.

3. Перед измерением масса тары уравновешивается любым грузом, положенным на другую чашку прибора.

Полезно познакомить учащихся с продуктами, масса которых имеет стандартное значение. Например, масса пакета пшена, соли, сахара равна 1 кг. Следует широко практиковать косвенные измерения. Например, пакет содержит 4 с половиной стакана пшена. Один стакан пшена имеет массу 220 граммов.

Площадь.

Задачи изучения темы:

Сформировать конкретные представления о площади и ее измерении. Разъяснить учащимся способ вычисления площади прямоугольника и сформировать умение применять этот способ для решения практических задач.

Основная задача изучения геометрического материала в 3 классе — формирование общих представлений о площади и выработка умений вычислять площадь многоугольника. Для формирования осознанного умения определять площадь прямоугольника очень важны первые уроки по ее изучению. Недостаточное внимание учителей на этих уроках к упражнениям, направленным на обеспечение понимания детьми конкретного смысла измерения площади, является одной из причин формального умения вычислять площадь. На вопрос: «Что значит измерить площадь прямоугольника?», дети отвечают так: «Это значит, что нужно измерить длину и ширину прямоугольника и найти произведение полученных чисел». Но ведь найти площадь прямоугольника — это значит определить, сколько квадратных сантиметров содержится в нем. Учащиеся смешивают понятие измерения площади со способом ее вычисления. Это лишает учащихся при вычислении площади прямоугольника осуществлять самоконтроль за своей деятельностью путем привлечения общих представлений о площади и ее измерении.

Ознакомление с понятием площадь.

Раскрытие понятия о площади, как о свойстве плоских предметов, основано на практическом методе. Уже дошкольники умеют сравнивать фигуры, резко отличающиеся друг от друга по площади или совершенно одинаковые, способом наложения. Однако при сравнении предметов различной формы дети испытывают определенные затруднения, т.к. их практический опыт сводится к сравнению линейных размеров. Опыт показывает, что материал темы «Измерение площади» учащиеся усваивают с трудом. Поэтому следует обратить особое внимание на раскрытие понятия площади и ее измерения.

Подготовительным этапом к изучению понятия площадь следует считать работу с геометрическим материалом в 1–2 классах. Раскрашивание фигур при работе в тетрадях на печатной основе, вырезание фигур из бумаги и составление фигур из простейших фигур на уроках труда, на уроках изобразительного искусства способствует знакомству с некоторыми свойствами площади.

Дети убеждаются, что площадь фигуры не изменяется с изменением положения фигуры на плоскости, что часть фигуры меньше всей фигуры, накапливаются представления о делении фигуры на равные и неравные части.

Практическое сравнение фигур наложением формирует понятия «больше — меньше». При этом следует обратить внимание детей, что сравнение фигур по площади несколько отличается от сравнения фигур по длине, так как мы выясняем, какая фигура больше занимает места.

Учитель при изучении данной темы испытывает и словесную трудность, так как не может опираться на геометрическое понятие «плоскость». Тему «Площадь. Квадратный сантиметр» следует разделить на два урока. На первом уроке обобщаются представления детей о площади, доказывается, что это величина, формируется представление о площади фигуры. Приведем фрагмент беседы по этой теме.

Учитель: Посмотрите на свое рабочее место за партой. А это мое рабочее место: учительский стол (учитель проводит рукой по столу, охватывая всю площадь). Чье рабочее место больше: мое или каждого из вас? Сравните ваши рабочие места (они одинаковы). На ваших рабочих местах лежат тетради и книги. Что занимает больше места тетрадь или книга? Геометрические фигуры тоже занимают на доске определенное место. Это квадрат, а это круг. Какая фигура занимает места больше? Как это доказать? (Наложим круг на квадрат. Круг занимает часть квадрата, значит, он занимает меньше места).

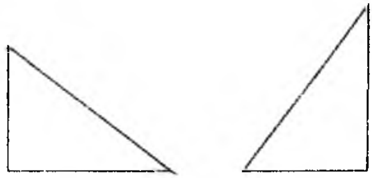
Итак, любая фигура или предмет занимают определенное место и эти места можно сравнить, и, значит, характеризовать величиной.

Эта величина называется площадью.

На доске выставляется табличка: ПЛОЩАДЬ.

Практическая работа:

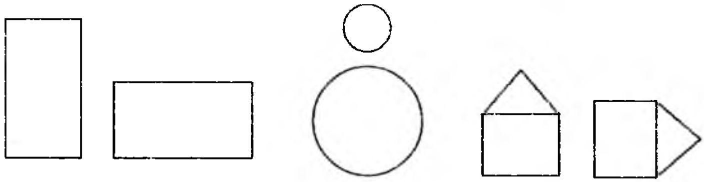
На магнитной доске прикреплены пары фигур:



Сравните площади этих треугольников на глаз. (У них площади одинаковые, они занимают одинаковое место на доске, хотя расположены по-разному).

Проверьте наложением.

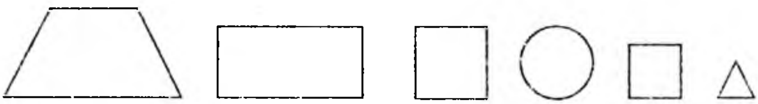
Вывод: Если изменить положение фигуры, передвинуть ее, площадь не изменяется.



а) б) в)

Площадь какой фигуры больше? Дети, накладывая одну фигуру на другую, сравнивают площади фигур.

Расположите фигуры в порядке убывания площадей (демонстрационно на доске).



Расположите фигуры в порядке увеличения площадей. На каждую парту кладется конверт с 6–8 фигурами. Учащиеся сравнивают фигуры наложением, раскладывают их от меньшей площади к большей площади.

Обобщение. Мы познакомились с новым свойством предметов и фигур, назвали это свойство площадью. Площадь — это величина, потому что ее можно сравнивать.

Дети сравнивают площади предметов окружающей обстановки.

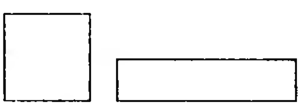
На следующем уроке вводится понятие меры площади, выбирается наиболее удобная мера.

Учитель: Мы уже знаем некоторые свойства предметов и величины, характеризующие эти свойства.

Например, какая величина характеризует размеры класса. (Длина, ширина, высота). Какова единица длины? (1 метр). Правильно, вот линейка длиной 1 м. А какими мерами измеряют массу предметов? (Килограммами). Да, гирями массой 1 кг или лучше массой гирь.

Значит, длину измеряем длиной, а массу массой. А как будем мерить площадь? (Площадью).

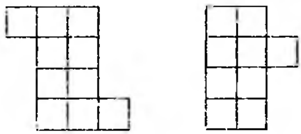
Вот две фигуры (Большой круг, маленький квадрат). Площадь какой фигуры больше? (Дети накладывают квадрат на круг и дают ответ). А вот еще две фигуры



У какой фигуры площадь больше?

(Попытка сравнить фигуры наложением не удается).

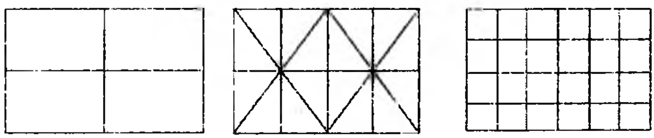
Возьмем еще две фигуры. Площадь какой фигуры больше?



Ответить легче, потому что фигуры разбиты на одинаковые квадраты. Сосчитаем квадраты и дадим ответ.

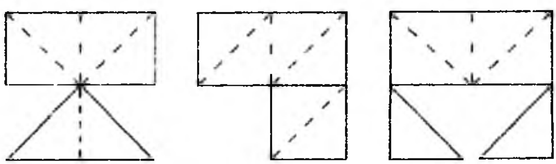
Чем является площадь маленького квадрата (мерой площади).

Рассмотрите эти фигуры:



Назовите, какой мерой измеряется площадь каждого прямоугольника? Сколько этих мер в каждом случае? (4 прямоугольника, 16 треугольников, 24 квадрата).

Докажите, что фигуры одинаковые. Почему получены разные численные значения площадей? (Разные мерки). Вывод. (Чтобы сравнивать площади разных фигур измерением, нужна одинаковая для всех мера). Сравним площади фигур:



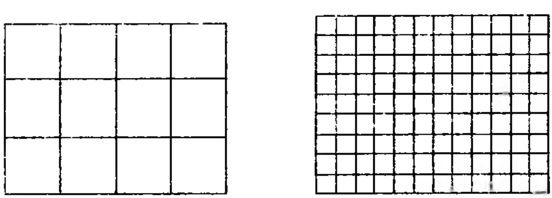
Какую мерку можно выбрать? (Площадь треугольника, площадь квадрата).

Посчитаем треугольниками. (6 треугольников в каждой).

Посчитаем квадратами. (3 квадрата в каждой).

Фигуры равны. Какой мерой удобнее измерять? (квадратами)

Прямоугольники разбиты на квадраты:



Сколько одинаковых квадратов содержит первый прямоугольник, второй? Можно ли по числу квадратов определить, площадь какой фигуры больше, меньше? Почему? Какой сделали вывод? (Площадь удобно измерять квадратами. Для сравнения площадей двух фигур квадраты надо брать одинаковые.)

О такой единой мере для всех квадратов и договорились математики.

Площадь вот такого квадрата принята за единицу измерения. Она называется квадратным сантиметром. Учитель демонстрирует квадратный сантиметр.

Начертите в тетради квадрат со стороной 1 см. Закрасьте его площадь. Это квадратный сантиметр. 1 кв. см = 1 $см^2$

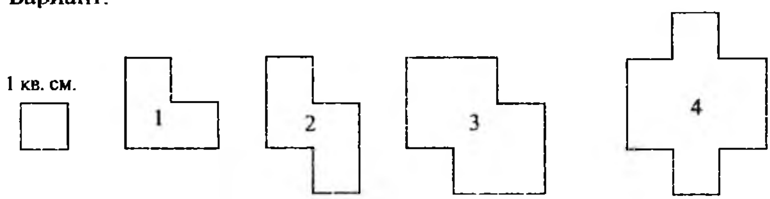
Вспомним, что значит измерить длину. (Узнать, сколько раз единица длины содержится в отрезке).

— Что значит измерить площадь? (Узнать, сколько раз единица площади содержится в площади данной фигуры).

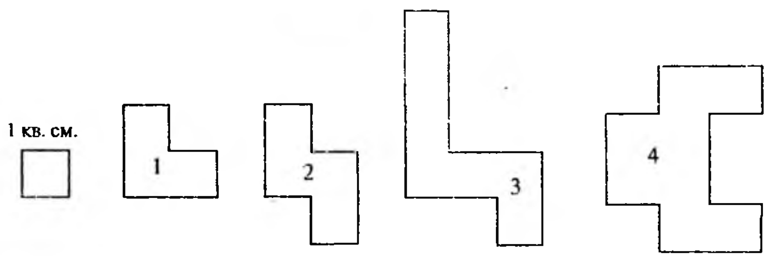
На одной из фигур учитель измеряет площадь ее прикладыванием квадратного сантиметра. Всем классом считаем, сколько раз 1 $см^2$ содержится в площади фигуры (10). Значит, площадь фигуры 10 кв. см.

Затем дети получают конверт, в котором находится квадрат со стороной 1 см и несколько моделей фигур из нелинованной бумаги. Фигуры пронумерованы.

I Вариант:



II Вариант:



1. Задание: приложением мерки найдите площади данных фигур. Проверка. Покажите фигуру, площадь которой 3 кв. см, 4, 5, 6 кв. см.

2. Сравните фигуры №1 первого и второго варианта, наложив их друг на друга. Какой вывод? (Площади фигур равны и они совпали, значит, фигуры одинаковые, имеют равные площади).

3. Проделайте эту работу с фигурами № 2. Вывод: фигуры, совпадающие при наложении всеми точками, имеют равные площади. Такие фигуры называются равными.

4. Назовите величину площади фигуры № 3. (7 кв. см).

5. Сравните эти фигуры их наложением друг на друга. Можно эти фигуры назвать равными? Почему? (Они не совпадают всеми точками).

6. Повторим эту работу с 4 фигурой.

7. Вывод: у фигур могут быть площади одинаковые, но они не совпадают при наложении их. Такие фигуры называются **равновеликими.**

Нахождение площади фигур подсчетом квадратных сантиметров закрепляется работой по учебнику.

Сознательному усвоению понятия площадь способствуют практические работы на последующих уроках.

Работа 1.

1. Начертите на нелинованной бумаге квадрат со стороной 4 см. Разрежьте квадрат на два равных треугольника, предварительно наметив линии разреза. Составьте из них: 1) четырехугольник, 2) треугольник. Одинаковы ли площади новых фигур? Как называются такие фигуры?

2. Постройте на нелинованной бумаге квадрат со стороной 3 см. Постройте круг так, чтобы весь квадрат находился внутри круга. Площадь какой фигуры больше, почему вы так считаете?

Работа 2.

1. Начертите на нелинованной бумаге прямоугольник со сторонами 2 см и 8 см. Разрежьте его на 4 одинаковых прямоугольника. Составьте из них квадрат. Почему прямоугольник и полученный квадрат нельзя назвать равными? Как они называются?

2. Начертите в тетради прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см. Постройте квадрат со стороной 3 см так, чтобы он весь находился внутри прямоугольника. Можно ли считать эти фигуры равными? (Нет, у них разные площади).

Работа 3.

1. Начертите на нелинованной бумаге квадрат со стороной 4 см. Разрежьте его на 4 равных треугольника. Составьте из них: а) прямоугольник, б) треугольник, в) четырехугольник. Как называются эти фигуры?

2. Начертите в тетради несколько фигур, состоящих из 8 клеточек. Можно ли считать, что вы начертили равные фигуры? Можно ли считать, что площадь каждой фигуры 8 кв. см?

3. Сколько клеточек в 1 кв. см? Вычислите площадь этой фигуры (дается фигура на клетчатой бумаге).

Работа 4.

1. Начертите треугольник так, чтобы он лежал внутри квадрата.

2. Начертите квадрат так, чтобы он лежал внутри треугольника.

3. Начертите фигуру из 12 клеточек. Вычислите ее площадь.

Фрагмент урока: «Площадь прямоугольника».

1. На доске выставлены модели четырехугольников разного цвета. Все модели пронумерованы. Приготовьте сигнальные карточки и укажите номе-

ра прямоугольников. Каков признак прямоугольника? Является ли квадрат прямоугольником? (Да). Является ли любой прямоугольник квадратом? (Нет).

2. У каждого ученика на парте лежит прямоугольник (3 см × 4 см).

Учитель: Как найти площадь этого прямоугольника? (надо прикладывать 1 кв. см и обводить его, узнав, таким образом, сколько раз кв. см содержится в прямоугольнике).

Дети делают обводку и считают квадраты. Учитель выполняет на доске.

Учитель: Вместо того чтобы каждый раз очерчивать накладываемый квадрат, пользуются готовой, прозрачной сеткой. Она называется — палеткой (учитель показывает палетку и производит подсчет квадратов).

Но подсчитывание квадратов не всегда удобно. Дети обнаруживают полосы, на которые оказался разделенным прямоугольник, и замечают, что каждая полоса содержит одно и то же число квадратных сантиметров. Так как все полосы одинаковые, то считаем квадраты только в одной полоске, а в остальных полосках их можно стереть. Заметим, длина полосы равна длине прямоугольника.

Как посчитать все квадраты? (Число квадратов в одной полосе умножить на число полос). Если стереть полосы, кроме одной нижней, можно было бы сосчитать все квадраты? (Нет, неизвестно сколько полос).

А можно ли узнать, сколько полос, не считая их? (Можно, если измерить линейкой ширину прямоугольника). Количество полос равно ширине прямоугольника.

Дальше учитель стирает деление на квадратики с нижней полосы.

Как, не откладывая квадраты, узнать, чему равна площадь прямоугольника? (Надо измерить его длину и ширину, полученные числа перемножить).

Учитель: Значит, когда измеряют ширину прямоугольника, что узнаем? (Сколько получится полосок). А когда измеряем длину? (Узнаем, сколько квадратов в одной полоске).

Что надо сделать с полученными числами? (Их надо перемножить).

Значит, вместо того чтобы измерять площадь квадратным сантиметром, эту площадь вычисляют. Повторим еще раз, как вычислить площадь прямоугольника.

3. Практическая работа.

Каждому ученику дается модель прямоугольника (без сетки). Нужно вычислить его площадь. Измеряется длина и ширина. Вычисления выполняются на модели. Затем ученики обмениваются моделями и контролируют работу друг друга.

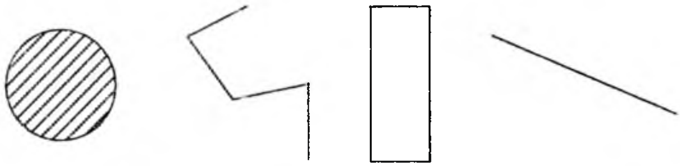
4. Самостоятельная работа.

1. Начертить в тетрадях прямоугольник со сторонами 4 см × 5 см, закрасить его и вычислить площадь.

2. Построить различные прямоугольники, площадь которых равна 12 кв.см. Как называются эти прямоугольники? (Равновеликие).

Часто, называя площадь, дети пропускают слово «квадратный». Чтобы подчеркнуть, что меры см и см^2 — разные меры, на последующих уроках полезно предлагать задания:

1. Найдите допущенные ошибки в записях:

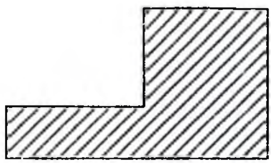


10 кв. 4 см 8 кв. см 6 кв.см

2. Закончить запись:

6... 4... 5...

3. Сделайте измерение, найдите сумму всех сторон фигуры и площадь фигуры:



Изучение квадратного дециметра и квадратного метра строится аналогично. Модель квадратного дециметра должна быть у каждого ученика. Модель квадратного метра достаточно сделать демонстрационную, сшив ее из нетканого полотна. На одной стороне модель расчерчена на более мелкие меры. Сравним между собой квадратный сантиметр и дециметр. Какая мера больше?

Как узнать, сколько квадратных сантиметров в квадратном дециметре? Начертите в тетрадях квадратный дециметр и разбейте его на квадратные сантиметры. Как быстро посчитать общее число квадратных сантиметров? Посчитаем число квадратов в одной полоске (10), а теперь сосчитаем число полосок (10).

Запишем так: 1 дм^2 = 10 см^2 × 10 = 100 см^2

Аналогично проводится работа по установлению соотношения между квадратным метром и квадратным сантиметром; квадратным дециметром и квадратным метром.

1 м^2 = 10 дм^2 × 10 = 100 дм^2

1 м^2 = 100 см^2 × 100 = 10 000 см^2

Для закрепления навыков вычислений с квадратными мерами нужно решить достаточное количество задач практического характера, дать задание на дом измерить площадь стола, двери, окна, комнаты и т.п.

Проведение урока по теме: «Измерение площади фигур неправильной формы. Палетка» не вызывает затруднений.

Можно предложить детям с помощью палетки измерить площадь своей стопы, руки, отпечатков пальцев.

Измерение площадей на местности.

Ознакомление детей с земельными мерами — аром, гектаром — надо проводить весной, когда можно делать экскурсии. Изучение ара и гектара должно носить чисто наглядный характер. Нужно разъяснить учащимся неудобство непосредственного измерения площади земельного участка даже такой сравнительно крупной квадратной единицей, как квадратный метр, после этого перейти к ознакомлению с аром. Последний, как и гектар, надо, прежде всего, изучить в натуре, а уж потом перейти к вычерчиванию его в масштабе и вычислениям на бумаге.

При проведении экскурсии необходимо иметь следующее оборудование:

а) несколько вешек, т.е. кольев, длиной около 2 м; б) рулетку или за неимением ее — веревку длиной в 10 м, можно также применить мерный циркуль (он делается из двух нешироких дощечек — шириной 3–4 см — и такой длины, чтобы расстояние между его ножками было равно 1 м); в) экер для построения прямого угла.

При помощи перечисленных инструментов дети под руководством учителя строят, вычисляют и записывают площадь участка:

1 ар = 1 а = 10 кв.м × 10 = 100 кв. м, затем так же строится гектар и записывается его площадь в таком виде:

1 га = 100 а = 100 кв. м. × 100 = 10 000 кв. м.

При ознакомлении с аром и гектаром надо разъяснить учащимся, что земельные участки не обязательно имеют форму квадрата. Их можно представить в виде прямоугольника с такими размерами длины и ширины, произведение которых равно для ара 100 кв. м, для гектара 10 000 кв. м. Например: 5 м × 20 м, 40 м × 250 м и т.п.

При таком подходе к изучению земельных мер у детей получаются сначала конкретные представления об этих мерах: они возникают на глазах учащихся в процессе их практической работы и уже после этого становятся орудием, инструментом для вычислений.

Окружающая жизнь дает много материала для применения полученных сведений о земельных мерах. Но учитель сделает большую ошибку, если использует этот материал только как материал для вычислений и закрепления сообщенного. Его необходимо использовать и в воспитательных целях; надо подбирать задачи так, чтобы числовые выкладки ярко иллюстрировали и оттеняли динамику развития нашего государства. Например, на задачах следует показать в живых цифрах прирост площадей под техническими культурами, увеличение площади улучшенных мостовых в городе, улучшенных дорог и т.д.

В результате изучения темы «Измерение площади» учащиеся должны:

— получить представление о площади как о величине качественно новой по сравнению с длиной и знать о необходимости особых единиц измерения;

— уметь непосредственно и косвенным путем измерять площадь прямоугольника и квадрата;

— уметь вычислять площадь прямоугольника и треугольника как части прямоугольника, а также фигур, составленных из прямоугольников, квадратов и треугольников;

— иметь конкретные представления о мерах площади, их соотношениях, некоторые навыки глазомерного определения площади;

— уметь приближенно вычислять площадь с помощью палетки.

Емкость.

С емкостью и единицей ее измерения — литром учащиеся знакомятся в 1-ом классе. Никаких других единиц емкости в начальных классах не вводится. Поэтому такие этапы, как переход от одних единиц измерения к другим, сложение и вычитание величин, выраженных в единицах двух наименований, при изучении емкости отсутствуют.

При ознакомлении учащихся с емкостью и ее единицей — литром можно, например, использовать следующие проблемные ситуации:

1. На столе учителя стоят два сосуда с водой: один узкий, другой широкий (уровень воды в обоих сосудах одинаковый), два пустых стаканчика разной емкости (обозначим их № 1 и № 2), а также посуда для переливания. Учащиеся устанавливают, что в широком сосуде помещается 10 мерок воды, а в узком только 5 мерок. Делается соответствующий вывод. Затем с той же целью используется мерка № 2. В широком сосуде помещаются 4 такие мерки воды, а в узком — 2 мерки. Делается вывод. Далее учитель предлагает измерить количество воды в широком сосуде с помощью мерки № 2, а в узком — с помощью мерки № 1. Обсуждение результатов подводит учащихся к выводу, что для сравнения количества воды в сосудах необходимо пользоваться единой меркой. Полезно и здесь провести сопоставление: как длину измеряем сантиметром, массу — килограммом, емкость будем измерять единицей емкости — литром.

2. На столе два сосуда с водой: один широкий, другой узкий. Уровень воды в узком сосуде выше, чем в широком сосуде. Учитель задает вопрос: «В каком сосуде больше воды?» Ответы противоречивы. Нужно решить проблему: как убедиться, в каком из сосудов больше воды? Учащиеся сами предлагают использовать в качестве мерки третий сосуд. Детям будет интересно, если окажется, что и в тот и в другой сосуд налито одинаковое количество воды. Учитель подводит итог: при сравнении емкости не всегда можно полагаться на ощущение — предположение следует проверять измерением. После введения единицы измерения емкости решаются разного рода практические задачи. Например: «В одном сосуде 5 л воды, а в другом 3 л. Что нужно сделать, чтобы воды в сосудах стало поровну?» (Можно перелить из первого сосуда во второй 1 л воды, тогда в каждом сосуде станет по 4 л. Из первого

сосуда вылить 2 л; долить во второй сосуд 2 л). «В одном сосуде 3 л воды, а в другом на 2 л больше. Как сделать так, чтобы воды во втором сосуде было больше на 1 л?» Задача требует от ребенка проведения предварительных рассуждений, которые должны предвосхитить практический результат. Учащиеся могут предложить долить в первый сосуд 1 л воды; отлить из второго сосуда 1 л.

Каждый из предположенных способов проверяется практически, т.е. сводится к простым упражнениям в измерении емкости. Предложенные задачи вызывают у детей больший интерес, нежели просто задание измерить с помощью литровой банки количество воды в сосуде.

Знание емкости сосудов (банок, баллонов, бутылок) в практике очень важно. Поэтому измерение емкости сосудов важно организовать так, чтобы дети не только видели, но и участвовали в этом деле. Первоклассник должен усвоить, что в 1 литре содержится 5 тонких стакана воды или 4 граненых; литровую банку 1 л воды заполняет не доверху. Надо показать детям литровую кружку, литровую банку, литровую бутылку, убедить, что форма разная, а емкость одинаковая.

Полезно показать детям, что 1 л воды имеет массу 1 кг.

Полезно работать над развитием глазомера. Сколько литров умещается в кастрюле, в ведре и т. д.

Время и его измерение.

Задачи изучения темы.

1. Познакомить учащихся с единицами времени и их соотношениями.

2. Научить определять время по часам.

3. Сформировать умение складывать и вычитать величины, выраженные в единицах времени, а также умножать и делить их на число. Вся жизнь человека связана со временем, с умением измерять, распределять, ценить время. Время течет непрерывно, его нельзя ни остановить, ни возвратить, поэтому восприятие промежутков времени, сравнение событий по продолжительности очень затруднено. Как известно, наше восприятие времени не совершенно: нам кажется, что время течет то быстрее, то медленнее в зависимости от того, чем заполнен тот или иной промежуток времени. Поэтому время — одна из трудных для изучения величин. Временные представления у детей развиваются медленно, в процессе длительных наблюдений, накопления жизненного опыта, изучения других величин. Первые представления о времени дети получают в дошкольный период. Смена дня и ночи, смена времен года, повторяемость режимных моментов в жизни ребенка — все это формирует временные представления. Однако как временная последовательность событий (что было раньше, что позже), так и особенно представление о продолжительности событий усваиваются детьми с большим трудом. Типичными являются ошибки детей в установлении последовательности событий. Временные представления у первоклассников формируются, как и у дошкольников, прежде всего в процессе практической деятельности: режим дня, ведение календаря природы, восприятие последовательности событий

при чтении сказок. рассказов, при просмотре кинофильмов, ежедневная запись в тетрадях даты работы — все это помогает ребенку увидеть изменения времени, почувствовать течение времени.

Знакомство с единицами времени способствует уточнению временных представлений детей. Значение количественных отношений единиц времени помогает сравнивать и оценивать по продолжительности промежутки времени, выраженные в тех или иных единицах. Такие единицы времени, как месяц, год и сутки, час и минута, изучаются во втором классе. Необходимо сформировать у детей конкретные представления о каждой единице времени, добиваться усвоения их отношений, научить пользоваться календарем и часами, с их помощью решать несложные задачи на вычисление продолжительности события, если известны его начало и конец, а также задачи, обратные данной.

Чтобы подготовить детей к восприятию единиц времени, необходимо во втором классе продолжать работу с календарем. Подводя итоги и обобщая наблюдения, полезно обращать внимание детей на последовательность месяцев и количество дней в каждом месяце. При записи даты в тетрадях следует также часто задавать вопросы на выяснение последовательности месяцев.

Понятие о сутках раскрываются также через близкие детям понятия о частях суток: утро, день, вечер, ночь. Кроме того, надо опираться на представление временной последовательности: вчера, сегодня, завтра. Конкретные представления о часе и минуте также формируются через практическую деятельность детей. Важным моментом на данном этапе является знакомство с часами. С помощью модели часов решаются задачи на определение продолжительности события, начала или конца его (в пределах одних суток).

Усвоению отношений между единицами времени помогает таблица мер, которую следует повесить в классе на некоторое время, а также систематические упражнения в преобразовании величин, выраженных в единицах времени, их сравнении, нахождении долей любой единицы времени, решении задач на вычисление времени.

В результате изучения темы у детей должны быть сформированы конкретные представления о таких промежутках времени как минута, час, сутки. Они должны знать соотношения между этими единицами измерения.

Учащиеся должны знать порядок следования дней недели и месяцев в году.

По программе начальной школы теме «Единицы времени» в 3-ем классе уделено 6 часов, глава называется «Время и его измерение».

Рассмотрим методику изучения некоторых тем.

Тема: «Год, месяц, неделя».

Цели урока: Знакомство с единицами времени: год, месяц, неделя. Привитие уважения к всенародным праздникам, отмечаемым в нашей стране. Привитие навыков решения задач на нахождение продолжительности события (в пределах 1 года).

Оборудование: табель-календарь, разноцветные полоски с месяцами, римские цифры.

Ход урока:

I. Приветствие. Организационный момент.

1. Проверка готовности к уроку.

2. Устный счет.

А) В «Домике» даны задания на решение примеров:

74 : 8 = 9 (ост. 2)	49 : 8 = 6 (ост. 1)
70 : 9 = 7 (ост. 7)	60 : 9 = 6 (ост. 6)
37 : 5 = 7 (ост. 2)	37 : 6 = 6 (ост. 1)

Б) Начертить отрезок 6 см, а рядом другой в 2 раза длиннее.

В) Найти 1/4 от 36; 1/7 от 49; 1/8 от 72; 1/5 от 35.

II. Работа над новым материалом. На стенде табель-календарь. Что это такое? Что мы можем узнать по календарю?

Календари бывают разными. Дети рассматривают разновидности календарей. Для чего каждый из них предназначен?

Сколько месяцев в году? С какого месяца начинается год? К доске выходят 4 ученика и выставляют по порядку название месяцев. Сколько у доски ребят? Почему название месяцев разного цвета? Сколько всего времен года? Назовите месяцы зимы. Почему они покрашены в белый цвет?

Назовите месяцы весны, почему они зеленого цвета? и т.д. Сколько в месяце дней? Показать определение количества дней в месяце на сжатом кулаке. Какие месяцы имеют 31 день? Назовите месяцы, в которых столько же дней, сколько в апреле. Сколько дней в феврале? Как называется год, когда в феврале 29 дней? Такой год называется високосным, он наступает через каждые 4 года.

При записи месяцев используются римские цифры. Мы знаем, что в году 12 месяцев, поэтому запишем сначала их порядок арабскими цифрами, а внизу римскими. У доски выставляются карточки с римскими цифрами: I, II, III, IV, V, VI, VII. VIII, IX, X, XI, XII.

Что наступает после каждой четверти и после окончания времени учебного года? Сколько месяцев продолжаются летние каникулы?

2. Задания на закрепление.

Какие дети знают праздники? Называют даты. Записывают даты в тетрадях, используют римские цифры. 14/II, 21/III, 1/IX, 8/XII. Какие ты знаешь дни недели? Назови их по порядку. Сколько всего дней в неделе? Сколько месяцев составляет 1/2 года?, 1/4 года?, 1/12 года?

Тема: Сутки.

Цели урока: Формировать у детей представление о сутках, закреплять понятие о временной последовательности. Закреплять знания о ранее изученных единицах времени.

Оборудование: Наглядные картинки с изображением части суток — утра, дня, вечера и ночи; «Ромашка».

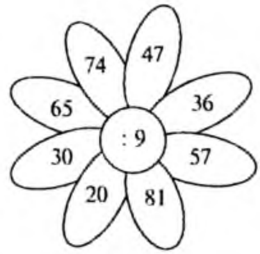
Ход урока.

I. Организационный момент.

1) Проверка готовности к уроку.

2) Устный счет.

а) Игра «Ромашка» на деление:



б) Длина 1/2 полоски равна 4 см. Какова длина всей полоски?

в) Квартал — четвертая часть года. Сколько месяцев в одном квартале?

1/4 от 12, 12 : 4 = 3.

II. Работа над новым материалом.

Выставлены картинки с изображением рисунка в разные времена суток. Чем они отличаются? Одни сутки пройдут, и снова взойдет Солнце, наступит утро следующих суток.

Как называется день, который мы прожили? Наступивший? Будущий день? Перечислить, чем вы были заняты от вчерашнего утра до сегодняшнего утра, что будете делать, начиная с сегодняшнего вечера и до завтрашнего вечера.

Такие промежутки времени называют сутками. Или проще: сутки – это день и ночь вместе. Составление режима дня.

Определите по календарю:

сколько суток прошло от начала месяца до сегодняшнего дня? Сколько суток были в полете космонавты, если они пробыли в космосе 12 недель?

Сколько суток длится зима по календарю? На сколько дней дольше длится март, чем февраль?

Сколько суток в 1 неделе? В 2 неделях? Если в марте было 16 теплых дней, то сколько пасмурных дней в марте?

Тема: Час. Минута.

Цели урока: Познакомить учащихся с часом и минутой, формировать представления об этих единицах времени. Закреплять умение находить долю числа и число по его доле. Воспитывать умение беречь время и познакомить с ценой 1 минуты на производстве.

Оборудование: Модель часов, рисунки и картинки с различными видами часов. Наглядность к беседе о цене 1 минуты на производстве. Таблица мер времени.

Ход урока.

I. Организационный момент.

1) Проверка готовности к уроку.

2) Устный счет.

Найти:	1/2 от 12;	1/2 от 18;
	1/4 от 1 м;	1/5 от 1 дм;
	1/10 от 1 дм;	1/10 от 1м;

3) Начерти отрезок, зная, что длина 1/4 его равна 2 см.

4) Сколько месяцев составляет 1/4 года?

5) Что дольше длится: 5 суток или неделя, 20 суток или 1 месяц?

II. Повторение пройденного.

С какими единицами времени вы познакомились? Назовите их, начиная с самой крупной. Знаете ли вы единицы времени меньше суток? Как называется прибор, с помощью которого мы можем узнать время?

«Нам сегодня трудно представить, что когда-то у людей не было часов. Ни каких-нибудь современных часов со светящимся циферблатом, не было даже бабушкиных ходиков! И уж, конечно, никто тогда не спрашивал друг у друга: «Скажите, который час?» Потому что в то время еще не умели разделять день на часы и минуты.

А сегодня без часов никак не обойтись, они всюду с нами. Часы у нас на руке и в кармане, дома и на улице, часы в школе и на космодроме, на вокзале, в автомобиле, часы на самолете и на подводной лодке. Одни часы круглые, другие квадратные, одни толстые, другие тонкие. Есть часы величиной с горошину, а есть такие огромные, что и на машине не увезти. И хоть много на свете не похожих часов, у всех у них есть циферблат и стрелки, которые показывают время. Рассказ сопровождается показом иллюстраций. На модели часов объясняется, что собой представляют часы: большая стрелка проходит от маленькой черточки до другой черточки за 1 минуту, а маленькая стрелка от одной большой черточки до другой за 1 час.

— Большая стрелка называется минутной, а маленькая – часовой.

— Сколько в сутках часов? (24).

Практическая работа: что можно сделать за минуту? Засекаем время и узнаем, что можно сосчитать до 60, решить 15–20 примеров из таблицы умножения.

Минута имеет большое значение для человека на различных объектах производства. Недаром говорится: «Минута – час бережет».

Данные сопровождаются показом иллюстраций и даются задания: дома понаблюдать, сколько времени занимает приготовление обеда, уборка квартиры и т.д.

Беседа о труде. Ребята, у кого мама работает телеграфисткой? Все хорошо знакомы с телеграммой, особенно те, кто уезжал далеко от дома или у кого далеко живут родные. Получая телеграммы, мы радуемся, огорчаемся, но все равно всегда остаемся довольны тем, что она пришла вовремя. Не все понимают, какой нелегкий труд телеграфиста. В день поступает несколько сот телеграмм разного содержания. Как важно, чтобы не ошибся телеграфист. Ведь отсутствие хоть одного слова или его неправильное написание может изменить все содержание текста. Поэтому будем уважать и ценить труд телеграфиста.

Задача: При норме 27 телеграмм в час одна телеграфистка передает 50 телеграмм, а другая – на 7 меньше. На сколько телеграмм каждая из них перевыполняет норму?

Определение времени по часам.

Цели урока:

1) Закреплять умение обозначать время на часах и узнавать, какое время показывают часы.

2) Закреплять умение увеличивать, уменьшать число на несколько единиц и в несколько раз, отрабатывать навыки деления с остатком.

3) Привитие любви и уважения к Родине, ее традициям и праздникам.

Оборудование: Макет башни с Ташкентскими курантами. Модель циферблата.

Ход урока.

I. Организационный момент.

1) Проверка готовности к уроку.

2) Устный счет

23 : 4	15 : 6	45 : 5	71 : 8	12 : 9
25 : 7	59 : 7	54 : 9	4 : 6	27 : 3

Чем похожи примеры? Как проверить деление с остатком?

3) Сколько месяцев прошло с начала года, если наступил месяц июнь? Сколько дней составляет 1/2 часть от ноября месяца?

II. Повторение пройденного.

С какими единицами времени мы с вами познакомились? Сколько месяцев в году? Какой самый короткий месяц? Из чего состоит месяц? Сколько дней в неделе? Сколько в сутках часов? Сколько в часе минут, в минуте секунд?

Устно: а) Мультфильмы показывали полчаса. Сколько минут показывали мультфильмы?

б) Перемена длится четверть часа. Сколько минут длится перемена?

II. Работа над новым материалом.

1) Работа с моделью часов.

Показать на модели часов: 6 часов, 9 часов. Покажи, что прошло еще 10 минут.

Как сказать иначе, что часы показывают без четверти девять? Четверть пятого? Половину второго?

Главные часы республики Узбекистан – Ташкентские куранты. Наши куранты идут очень точно. Они остановились только один раз – 26 апреля 1966 года, в момент страшного землетрясения. Так люди узнали, когда оно произошло.

2) Задания на закрепление.

Учебный год начинается 1 сентября, а заканчивается 31 мая. Узнай по календарю, сколько месяцев длится учебный год.

Практические задания.

Решить, используя модель часов: «Урок начался в 11 часов и продолжался 45 минут. Когда кончился урок?»;

«Ученик вышел из дома в 8 часов 30 минут и пришел в школу в 8 часов 45 минут. Сколько он потратил времени на дорогу?»

Сравнение величин. Действие над величинами.

Сравнение величин производится подобно сравнению многозначных чисел. Как сравнить два числа?

Чтобы сравнить два числа, выделим единицы наивысшего разряда. То число больше, в котором число единиц высшего разряда больше. Если количество единиц высшего разряда одинаково, сравним единицы более низкого разряда и сделаем аналогичный вывод.

Как сравнить две однородные величины?

Чтобы сравнить две однородные величины, надо сравнить количество наиболее крупных мер. Та величина больше, в которой количество крупных мер больше. Если количество крупных мер одинаково, сравниваем более мелкие меры. Например:

1) 5 м 14 см ... 3 м 78 см.

Объяснение учителя, а потом ученика выглядит так:

«Сравним длины двух отрезков. Найдем самую крупную меру. Это метры. 5 метров больше 3 метров, значит, 5 м 14 см > 3 м 78 см».

В дальнейшем дети объясняют кратко.

«Сравним длины двух отрезков. 5м > 3м, значит, ставлю знак больше».

Сравнить:

2) 8 кг 187 г... 16 кг 405 г

«Сравним массы двух тел: 8 кг меньше 16 кг, значит
8 кг 187 г < 16 кг 405 г».

Задача усложняется, если сравниваем величины, выраженные в разных мерах.

3) Сравнить 8 см 5 мм и 805 мм.

1 вариант. Сравним длины двух отрезков.

Они выражены в разных мерах. Превратим крупные меры в мелкие.

1 см – это 10 мм; 8 см – это 80 мм да 5 мм, всего 85 мм. 85 мм < 805 мм.
Значит, 8 см 5 мм < 805 мм.

2 вариант. Превратим мелкие меры в крупные.

10 мм = 1 см, 805 мм = 80 см 5 мм.

8 см < 80 см, значит 8 см 5 мм < 805 мм.

4) Сравнить: 1 мин 30 с и 40 с.

Сравним 2 промежутка времени. Они выражены в разных мерах.

Превратим крупные меры (мин) в мелкие меры (с): 1 мин – это 60 с, 1 мин 30 с – это 60 с да еще 30 с, всего 90 с; 90 с > 40 с, значит, 1 мин 30 с > 40 с.

Уже при сравнении величин вводятся слова «крупная мера», «мелкая мера», «более крупная мера», «менее мелкая мера». Следует показать относительность этих слов. Так, при сравнении 4 дм и 8 см дециметры являются более крупной мерой, чем сантиметры, а при сравнении 4 дм и 8 м дециметры являются менее крупной мерой, чем метры.

После изучения приемов умножения и деления многозначных чисел вырабатывается алгоритм по превращению одних мер в другие. С детьми следует запомнить два правила:

1) Чтобы крупные меры выразить в мелких мерах, надо установить соотношение между крупной и мелкой мерой, затем количество крупных мер умножить на это соотношение.

2) Чтобы мелкие меры выразить в крупных мерах, надо количество мелких мер разделить на это соотношение.

Чтобы дети не путали выбор действия, следует вновь обратить внимание на факт: чем мера крупнее, тем численное значение величины меньше; чем мера меньше, тем численное значение величины больше. Поэтому при превращении крупных мер в мелкие меры получаем число мер больше, т.е. умножаем, а при превращении мелких мер в крупные меры получаем число мер меньше данного, т.е. делим. Нередко в сознании учащихся создается представление о том, что преобразование мер тоже действие. Смысл преобразования мер следует показать на практическом примере. Действие – это какое-либо изменение. Происходит ли изменение при переводе мер?

Измерим длину книги. Она оказалась равной 2 дм и 1 см. Выразим эту длину в сантиметрах: 2 дм = 20 см да еще 1 см, всего 21 см. Величины 2 дм 1 см и 21 см выражают одну длину, значит, они равны: 2 дм 1 см = 21 см. Но первая величина выражена в крупных мерах, а вторая – в мелких.

Аналогично объясняется превращение мелких мер в крупные. Выразим длину отрезка 60 см в дециметрах. 10 см – это 1 дм, а в 60 см столько дециметров, сколько раз 10 см содержится в 60 см, прикладываем мерку 10 см, получаем 6 раз, поэтому получаем 6 дм. Эти величины измеряют одну и ту же длину, значит, они равны 60 см = 6 дм. Но длина отрезка осталась прежней, не изменилась, значит, действия не произошло, это преобразование мер. Преобразование мер является подсобной операцией, используемой в дальнейшем при изучении действий над величинами.

Практический смысл этих преобразований уясняется при решении задач.

«Сколько вешалок для полотенец можно сделать из 1 м тесьмы, если на одну вешалку идет 10 см»?

Действия над величинами изучаются в соответствии с действиями над числами в десятичной системе мер.

В «Сотне» можно взять величины, состоящие из двух соседних мер. Запись действий можно производить в столбик, записывая меры во второй строчке под однородными мерами первой строки.

Порядок изучения действий таков:

1) Сложение (без превращений):

3 дм 5 см + 4 дм 3 см = 7 дм 8 см
3 кг 400 г + 5 кг 300 г = 8 кг 700 г

2) Сложение с применением превращения:

$$\begin{array}{rl} & 5\text{ м }60\text{ см} \\ + & \underline{4\text{ м }40\text{ см}} \\ & \underline{9\text{ м }100\text{ см}} \\ & 10\text{ м} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} & 3\text{ м }70\text{ см} \\ + & \underline{9\text{ м }60\text{ см}} \\ & \underline{12\text{ м }130\text{ см}} \\ & 13\text{ м }30\text{ см} \end{array}$$

т.к. 100 см = 1 м — т. к. 130 см = 1 м 30 см

3) Вычитание (без превращений):

6 дм 70 см − 4 дм 40 см = 2 дм 30 см

4) Вычитание с применением превращения:

5 м − 70 см
3 м 10 см − 60 см
9 м − 7 м 40 см
8 м 20 см − 3 м 80 см

Предлагается два способа записи этих преобразований.

В первом способе величины выражаются в мелких мерах. Далее над численными значениями величин производятся действия, как над многозначными числами. Затем мелкие меры выражаются в крупных мерах. 8 м 20 см − 3 м 80 см = 820 см − 320 см= 440 см = 4 м 40 см

$$\begin{array}{r} 820 \\ -\ \underline{380} \\ 440 \end{array}$$

Этот способ применяется в действующем учебнике 4-го класса.

Во втором способе запись дается столбиком:

$$\begin{array}{r} 8\text{ м }20\text{ см} \\ -\ \underline{3\text{ м }80\text{ см}} \\ 4\text{ м }40\text{ см} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7\text{ м }120\text{ см} \\ -\ \underline{3\text{ м }80\text{ см}} \\ 4\text{ м }40\text{ см} \end{array}$$

Объяснение: «Из 20 см вычесть 80 см нельзя».

Займем более крупную меру и выразим в мелких мерах.

«1 м − это 100 см, да еще 20 см, из 120 см вычтем 80 см получится 40 см; из 7 м вычтем 3 м, получится 4 м.

Итого 4 м 40 см».

Можно дать и такое объяснение:

«1 м − это 100 см. Из 100 см вычтем 80 см, получим 20 см, да еще 20 см, всего 40 см» и т.д.

Этот способ действия над величинами сопоставляется с действиями над многозначными числами с переходом через разряд, что способствует совершенствованию вычислительных навыков.

5) Умножение и деление величин на однозначное число строится по плану:

1) 6 м × 8 = 48 м (без превращений)
54 м : 9 = 6 м.
2) 9 м 52 см : 8 (с превращением)
13 т : 2
6 сум 75 тийин : 9

Объяснение аналогично сложению и вычитанию величин:

9 м 52 см : 8 = 1 м 19 см

Превратим 9 м 52 см в сантиметры: 9 м 52 см = 952 см.

Теперь

$$\begin{array}{r|l} 952 & 8 \\ \underline{8} & 119\ (\text{см}) \\ 15 & \\ \underline{8} & \\ 72 & \\ \underline{72} & \\ 0 & \end{array}$$

119 см = 1 м 19 см.

Краткая запись в тетрадях принимает вид:

$$\begin{array}{r|l} 675 & 9 \\ \underline{63} & 75 \\ 45 & \\ \underline{45} & \\ 0 & \end{array}$$

13 т : 2 = 13000 кг : 2 = 6500 кг = 6 т 500 кг
13 т = 13000 кг
6 сум 75 тийин : 9 = 675 тийин : 9 = 75 тийин
6 сум 75 тийин = 675 тийин.

б) Деление величины на однородную величину.

$$\begin{array}{r|l} 156 & 4 \\ \underline{12} & 39 \\ 36 & \\ \underline{36} & \\ 0 & \end{array}$$

156 дм : 4 дм = 39
15 м 6 дм = 156 дм

3 т : 50 кг = 3000 кг : 50 кг = 60
3 т = 3000 кг

При делении величины на однородную величину получается число.

Действие над мерами времени чаще выполняются без превращений, т. к. оно создает громоздкость вычислений времени.

Рассмотрим сложение мер с превращением:

$$\begin{array}{r} 7\ \text{мин}\ 53\ \text{с} \\ +\ \underline{13\ \text{мин}\ 54\ \text{с}} \\ 20\ \text{мин}\ 107\ \text{с} \\ 21\ \text{мин}\ 47\ \text{с} \end{array}$$

При сложении мер времени запишем минуты под минутами, секунды под секундами и результат сложения секунд запишем под секундами, минут под минутами. Но 107 секунд больше 60 секунд.

60 сек = 1 мин. Прибавим 1 мин к минутам, осталось 107 − 60 = 47 (с). Запишем под секундами. Ответ: 21 мин 47 с.

Рассмотрим вычитание:

$$\begin{array}{r} 13\ \text{ч}\ 34\ \text{мин} \\ -\ \underline{8\ \text{ч}\ 56\ \text{мин}} \end{array}$$

Рассуждаем так: из 34 мин вычесть 56 мин нельзя, поэтому займем 1 час из 13 часов. 1 ч = 60 мин да еще 34 мин, получим 94 мин; 94 мин − 56 мин = 38 мин, 12 ч − 8 ч = 4 ч.

Ответ: 4 ч 38 мин.

Можно провести рассуждение так:

$$\begin{array}{r} 60\text{ мин} \\ -\;12\text{ ч }34\text{ мин} \\ 8\text{ ч }56\text{ мин} \\ \hline 4\text{ ч }38\text{ мин} \end{array}$$

Из 60 минут вычтем 56 минут, получится 4 минуты да еще 34 минуты = 38 минут. Из 12 ч вычтем 8 ч, получится 4 ч.

Ответ: 4 ч 38 мин.

Выработка единого алгоритма к объяснению действий над мерами облегчит работу учителя и учащихся, подготовит к работе с величинами на уроках физики в старших классах.

ГЛАВА XI
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ КОНКРЕТНОГО СМЫСЛА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ И ФОРМИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ

Методика работы над понятиями «сложение и вычитание» в концентре «Десяток».

Задачи изучения темы.

1. Знакомство с вычислительными приемами и формирование умения применять их при составлении таблиц сложения и вычитания.

2. Заучивание таблиц сложения и вычитания в тесной связи с усвоением состава чисел в пределах 10. Формирование навыков сложения и вычитания в пределах 10.

Решение основных задач темы осуществляется в тесной связи с усвоением теоретических знаний, к которым относятся: смысл арифметических действий сложения и вычитания, переместительное свойство сложения, названия компонентов и результатов действий и установление связи между ними, рассмотрение суммы и разности как выражений.

Методика знакомства с вычислительными приемами сложения и вычитания в пределах 10 находит отражение в схеме, приведенной ниже.

I	II	III	IV
Свойство натурального ряда чисел	Конкретный смысл арифметических действий сложения и вычитания	Переместительное свойство сложения	Нахождение неизвестного слагаемого
... + 1 ... − 1	... + 2 ... − 2 ... + 3 ... − 3 ... + 4 ... − 4	... + 5 ... + 6 ... + 7 ... + 8 ... + 9	... − 5 ... − 6 ... − 7 ... − 8 ... − 9

При формировании каждого вычислительного приема целесообразно ориентироваться на следующие этапы:

I – подготовительная работа к знакомству с приемом;

II – разъяснение и усвоение вычислительного приема;

III – составление таблиц сложения и вычитания;

IV – формирование вычислительных навыков в процессе выполнения различных упражнений и заучивание таблиц.

При знакомстве с переместительным свойством сложения используется индуктивный метод. Сравнивая пары конкретных примеров, используя наглядные пособия, учитель подводит учащихся к выводу: от перестановки слагаемых сумма не изменяется.

Взаимосвязь между суммой и слагаемыми рассматривается в теме «Нахождение неизвестного слагаемого». Оперируя с конкретными предметными множествами (демонстрационные и индивидуальные средства наглядности), учащиеся самостоятельно приходят к выводу: если из суммы двух слагаемых вычесть одно слагаемое, то получим другое слагаемое (индуктивный метод: неполная индукция).

В основе методики усвоения математической терминологии лежит постоянное использование терминов в речи учителя и учащихся в связи с систематическим выполнением соответствующих упражнений.

Термин «выражение» вводится в соответствии с программой по математике во II классе, но уже в I классе в этом направлении проводится определенная пропедевтическая работа.

Двоякая запись суммы и разности усваивается учащимися постепенно в процессе различных упражнений.

$3 + 4 = 7$	$7 - 4 = 3$
3 – первое слагаемое	7 – уменьшаемое
4 – второе слагаемое	4 – вычитаемое
7 – сумма	3 – разность
«3 + 4» – сумма	«7 – 4» – разность

Подготовительная работа к изучению сложения и вычитания начинается практически с первых уроков.

Во время урока, на перемене учитель обращает внимание на то, что если дети что-то делают, то происходят какие-то изменения. Действие – это любое изменение. Было темно – стало светло, было грязно в классе – стало чисто, заменили учебники чтения на учебники математики, Дима был грустный, стал веселый. Действия мы называем особенными словами: зажгли свет, убирали в классе, приготовились к уроку, рассмешили Диму. После выполнения действий получаем результат: светло в классе, чистота комнаты, нужные учебники на столе и т. п.

Постепенно из общих действий выделяем действия, в которых изменяется количество предметов. В различных упражнениях создаются ситуации увеличения или уменьшения количества предметов: стояли две девочки, подошли еще три, девочек стало больше; лежало 5 яблок в вазе, два яблока взяли, в вазе яблок стало меньше.

Действия, в которых изменяется количество предметов, называются математическими (арифметическими). Объясняем, что математические рассказы, в которых описываются действия, можно записать с помощью особых математических знаков. Действия, в которых количество предметов становится больше, обозначают особым знаком «+» (плюс). Действия, в которых количество предметов становится меньше, обозначают знаком «–» (минус).

На уроке составляем рассказ и записываем его на математическом языке.

«В вазе 3 розы. Я поставила еще 2 розы. В вазе стало 5 роз».

Как изменилось количество роз? (Их стало больше). Составляется запись: $3 + 2 = 5$. Что было дано? (3 и 2 розы). Какое произошло действие? (Их соединили). Каков результат действия? (Их стало 5). Почему для записи выбрали знак «+»? (Когда предметов становится больше, то действие обозначают знаком «+»). Аналогично — на вычитание.

«В коробке 6 карандашей, 2 карандаша забрали. Осталось 4 карандаша».

Составляется запись: $6 - 2 = 4$ и проводится соответствующая беседа.

Научив разделять действия на две категории, можно ввести названия действий: **сложение и вычитание.**

Регулярно вводя в устную работу описание действий, заданных словами *придвинуть, принести, подойти, подбежать, подплыть, подлететь, купить, получить в подарок*, закрепляем понятие сложения.

Действия, заданные словами *отодвинуть, унести, отойти, убежать, уплыть, улететь, потерять, разбить, истратить,* закрепляют понятие вычитания.

Сложение так же характеризуется словами: и, да, еще, вместе и т.д.

Вычитание подсказывают слова: без, от, из, осталось и т.д.

Для проверки усвоения смысла действий сложения и вычитания предлагаются задания.

Задание 1. Учитель показывает бумажную полоску и говорит, что сейчас он что-то сделает с полоской. Ученики должны ответить, какое это будет действие.

Небольшая часть полоски отрывается и отодвигается в сторону. Дети называют действие — вычитание. Учитель записывает выражение на доске: $8 - 2$, поясняет:

«Здесь записано про нашу полоску, что мы из 8 см вычли 2 см полоски. А теперь покажите, где 8 см, 2 см».

Дети правильно показывают часть полоски 2 см, но часто 8 см относят не ко всей полоске, а к остатку.

Задание 2. На столе 10 кубиков. Количество кубиков учащимся не сообщается. Учитель говорит, что сейчас он произведет действие с кубиками. Отодвигает 3 кубика. Дети называют и обосновывают действие вычитания. На доске запись: ... − 3. Впишите нужное число в окошко.

Часто дети считают оставшиеся кубики и вписывают 7 вместо 10.

Надо вновь вернуться к форме записи: Было, изменилось, стало.

Если работу по уяснению понятий «действие», «сложение», «вычитание» вести планомерно, то осмысление этих понятий создадут твердую базу для овладения приемами вычислений. Рассмотрим теоретические основы и методику работы над приемами сложения и вычитания в пределах 10.

I этап. $a \pm 1$.

К началу изучения приемов прибавления и вычитания дети усвоили понятие отрезка натурального ряда от 1 до 10 и принципы его образования.

К концу изучения нумерации учащиеся должны прочно усвоить способы образования любого числа первого десятка присчитыванием и отсчитыванием единицы и, используя этот прием, свободно выполнять сложение и вычитание с единицей.

Постепенно дети обобщают свои наблюдения и формируют выводы: прибавить 1 к числу — значит назвать следующее за ним число; вычесть 1 из числа — значит назвать предшествующее ему число. На специально отведенном уроке приводят в систему все изученные случаи $a \pm 1$, затем выучивают их наизусть.

Для заучивания таблицы наизусть хорошо приготовить каждому ученику несколько карточек из плотной бумаги размером 4×8 см. На одной стороне записан пример $5 + 1$, на другой ответ 6. С помощью карточек на каждом уроке 2—3 минуты играем в игру «Учитель-ученик». «Учитель» показывает соседу по парте карточку с примером и видит ответ. «Ученик» должен прочесть пример и дать ответ. Если ученик дал верный ответ, карточка откладывается влево, неверно — вправо. Работа по этим карточкам засчитывается, если ученик даст все правильные ответы.

Такие карточки надо сделать и для следующих приемов. Меняясь ролями, ученики заучивают всю таблицу сложения.

Урок 1. $a \pm 1$

Цель урока. Обобщить понятие «действие».

Закрепить теоретико-множественный смысл действий сложения и вычитания.

Раскрыть приемы $a \pm 1$. Ввести упражнения, в которых выполняется несколько действий. Ввести понятие «порядок действий».

Оборудование: Два демонстрационных набора чисел 1—10, набор трех взаимосвязанных рисунков, таблица $a \pm 1$, наборное полотно, 5 красных кружков, 9 синих кружков.

Ход урока.

I. Организационный момент.

II. Повторение числовой последовательности 1—10.

1. Игра «Кто быстрее?». Набор карточек с числами перепутался. Кто быстрее расположит числа по порядку (дети за партами, двое у доски).

2. Проговорим числовой ряд в прямом порядке, в обратном порядке.

3. Покажите самое большое число этого ряда, самое маленькое число. Назовите эти числа.

4. Назовите число на 1 меньше самого большого числа. Где оно расположено в числовом ряду?

5. Назовите число, которое находится между числами 4 и 6. Как с помощью его получить 4; 6.

6. Покажите цифрой, сколько ножек у стола. Положите столько же квадратов.

Убирайте по одному квадрату, называйте количество оставшихся квадратов. Уберите последний квадрат. Сколько осталось квадратов? Как ответят математики?

7. Покажите указкой число 6 в числовом ряду. Назовите предыдущее число, последующее число.

III. Физкультминутка. В процессе движений повторить понятия «налево», «направо», «вверх», «вниз» и т.п.

IV. Повторение понятия «действие».

Приготовьте знаки «+» и «–». Какие действия они обозначают?

Я покажу действие, а вы обозначьте его знаком.

1. На наборном полотне кружки: два синих слева и три красных справа. Я соединяю кружки (+), добавляю еще 1(+), уберу два (–). Сколько всего действий я показала? (три)

2. Счеты. На проволочке 5 кружков, придвину 2, отодвину 1.

3. На рисунке 4 треугольника, дорисую 1, пририсую еще 2.

4. На ветке 2 воробья, прилетел еще 1, улетели 2.

5. На рисунке 5 треугольников, зачеркну 1 и еще 1 треугольник.

6. На ветке 10 вишен, сорвали 3 вишни и еще 4 вишни.

Обобщение. Каков признак сложения, вычитания? Сколько действий выполнялось в каждом задании?

V. Объяснение нового материала.

1. На доске табличка □ ± 1.

□ – это любое число, □ + 1 – к любому числу прибавить 1. Что означает □ – 1? Это тема нашей беседы.

2. Мы много раз к разным числам прибавляли 1 и отнимали 1. Сегодня все примеры расположим в определенном порядке. На наборном полотне 1 красный кружок, учитель добавляет 1 синий.

«Один да один – всего (обводит указкой два кружка) два. Составляем пример 1 + 1 = 2. Значит, 1 да 1 – это два; сложить 1 и 1, получится два; к одному прибавить 1 получится 2; если увеличить 1 на 1 получится 2.

Вот как по-разному можно прочитать этот пример.

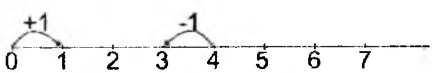
Аналогично составляем и записываем в столбик 2 + 1, 3 + 1, ..., 9 + 1.

Чем похожи все примеры? (в каждом примере прибавляли 1).

Это таблица прибавления числа 1.

Ее надо запомнить.

А поможет нам числовой луч.



Покажите от нуля первый отрезок, добавьте еще один. В какую сторону сдвинули указку? (вправо). Какое число получили? (следующее за единицей) и т.д.

Вывод (заучить хором). Чтобы прибавить к числу единицу, надо назвать следующее за ним число.

VI. Вычитание единицы. □ – 1.

Аналогичная работа. Можно провести с палочками фронтально. На наборном полотне рядом с таблицей □ + 1 появляется таблица □ – 1.

Вывод. Чтобы отнять (вычесть) из числа 1, надо назвать предыдущее число.

VII. Закрепление по учебнику.

1. Повторяем таблицу по порядку, затем с закрытыми глазами.

2. В таблицах на доске учитель убирает ответы, спрашивает вразброс.

3. Решение примеров по учебнику.

VIII. Работа в тетрадях. Дублируем урок.

Обобщение. Что нового узнали? Какие знания помогли объяснить, как прибавить или отнять 1?

Примеры $5 + 1$, $9 - 1$ прочитайте по-разному.

IX. Задание на дом. Приготовить примеры $a \pm 1$ на отдельных карточках 4×8 см, на лицевой стороне – пример, на обратной – ответ.

$a + 1$ — красным цветом;

$a - 1$ — синим цветом.

II этап. Случаи сложения и вычитания вида: $a \pm 2$, $a \pm 3$, $a \pm 4$.

Результаты этих действий находят присчитыванием или отсчитыванием.

Чтобы подчеркнуть сходство вычислительных приемов, а с другой стороны, противоположный характер действий сложения и вычитания, случаи «прибавить 2» и «вычесть 2», так же, как позднее случаи ± 3; ± 4, изучаются одновременно, в сопоставлении друг с другом.

Уроки этого этапа строятся по плану:

1) подготовительные упражнения;

2) знакомство с приемами вычисления;

3) закрепление знания приемов, выработка вычислительного навыка;

4) составление и заучивание таблиц.

Подготовительным этапом к приему: $a \pm 2$ являются решение примеров в два действия.

Урок 55. Действия вида $\square + 1 + 1$, $\square - 1 - 1$.

Цель урока. Проверить знание таблиц $a \pm 1$, ввести запись выражений в 2 действия, продолжить подготовку к понятию «задача».

Оборудование: Счетный пенал, набор «Сказочные цифры», предметный материал для демонстрации двух действий, плакат «цвета радуги».

Ход урока.

I. Организационный момент. На уроке сегодня очень важно быть внимательными.

II. Послушайте рассказ и дайте ответы на вопросы.

1. «У Маши была коробка карандашей. На коробке красиво написано «Радуга». Сколько карандашей в коробке, назовите их цвета (7 карандашей, 7 цветов радуги).

2. У Оли были карандаши: красный, синий, зеленый, желтый и простой. Пока она рисовала, 2 карандаша сломались. Сколько карандашей осталось? Дети считают: «Осталось 3 карандаша». Закройте глаза, представьте, как Оля рисует. Что находится на столе? (Дети дают ответ: 5 карандашей, только 2 сломанных).

Как надо задать вопрос, чтобы ответить: «Осталось 3 карандаша»? («Сколько целых карандашей осталось?»).

3. Объясните решение примеров: $3 + 1$; $6 - 1$.

III. Положите перед собой часть числового ряда от 4 до 8. Назовите самое большое число, самое маленькое; покажите число меньше самого большого на 1. На сколько 6 больше 5, почему?

На сколько 8 больше 6? Поставим указку на число 8, будем сдвигать ее по числовому ряду до 6. На сколько мест сдвинули? На два. Значит, 8 больше 6 на 2.

Проверим с помощью множеств (на наборном полотне 8 кружков в верхнем ряду и 6 кружков в нижнем). Сколько кружков надо добавить к 6, чтобы получить 8? Значит, 8 больше 6 на 2.

На сколько 5 меньше 7? Дайте ответ с помощью числового ряда. Проверьте с помощью множеств.

1. Вставьте пропущенные знаки и числа (решаем вместе).

$4 + \square = 5$ $\quad$ $7 - \square = 5$

$7 \square \square = 6$ $\quad$ $\square + 3 = 8$

$7 \square \square = 8$ $\quad$ $9 - \square = 7$

2. Вставьте пропущенные знаки и числа.

$5 * \square = 6$

$5 * \square = 4$

3. Проверка самостоятельной работы.

Обобщение: Какие знания мы применяли?

IV. Физкультминутка.

V. Я покажу действия, а вы составьте рассказ.

1. На столе ваза, в ней 3 цветка. Учитель добавляет 1 цветок и еще 1.

Сколько действий выполнено?

Запишем рассказ на математическом языке.

$3 + 1 = 4$ $\quad$ $4 + 1 = 5$.

Но математики запишут так:

$3 + 1 + 1 = 5$.

Выполнено 2 действия и записано 2 действия.

Как добавляли розы? (Одну и еще одну). Сколько всего добавили? (Две).

VI. Аналогично: в стакане 6 карандашей; учитель убирает 1 карандаш, затем еще 1.

Запись $\quad 6 - 1 = 5$

$5 - 1 = 4$

$6 - 1 - 1 = 4$.

Как убирали карандаши? Сколько всего убрали?

VII. Работа с учебником.

По заданиям 1, 2, 3, 4 составьте рассказы, чтобы в них было два действия.

Обобщение. В примерах $a + 1 + 1$ и $a - 1 - 1$ действия выполняются по порядку.

VIII. Заучивание и проверка примеров $a \pm 1$. Игра «Учитель-ученик».

IX. Работа в тетради: 1) по заданиям учебника 5, 7, 6, 8 запиши примеры.

2) составьте рассказы по № 2, 3.

3) дорисуй по выражениям № 4, 5.

4) заполни пропуски: «Число сбежало».

X. На дом. Закончить работу в тетради.

III этап. a + 5, 6, 7, 8, 9.

При сложении в пределах 10 в этих примерах второе слагаемое больше первого (1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, 4 + 6, 3 + 5 и т. п.).

Если при вычислениях применить перестановку слагаемых, то все эти случаи сведутся к ранее изученным видам: $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$.

Чтобы применение приема перестановки было осознано детьми, целесообразно вначале раскрыть суть переместительного свойства.

Урок перестановки слагаемых строится по плану.

1. Наблюдение свойств на наглядном материале.

2. Подведение детей к выводу: «От перестановки слагаемых сумма не меняется».

3. Решение специально подобранных примеров и задач (первичное закрепление).

4. Применение переместительного свойства.

Урок «Прибавить 5, 6, 7, 8, 9» следует провести, использовав максимально самостоятельную работу учащихся, опираясь на знание приемов a + 1, 2, 3, 4 и переместительное свойство. Выполняя примеры на прибавление 5, 6, 7, 8, 9, дети постоянно опираются на таблицу сложения. Ее можно пересмотреть и составить краткую таблицу.

2 + 2 = 4			
3 + 2 = 5			
4 + 2 = 6	3 + 3 = 6		
5 + 2 = 7	4 + 3 = 7		
6 + 2 = 8	5 + 3 = 8	4 + 4 = 8	
7 + 2 = 9	6 + 3 = 9	5 + 4 = 9	
8 + 2 = 10	7 + 3 = 10	6 + 4 = 10	5 + 5 = 10

Рассмотрев таблицу, дети сами могут пояснить, почему включены только эти случаи и не включены другие.

На данном этапе дети постоянно заучивают таблицу сложения.

Регулярно предлагаются задания:

1. Сумма каких двух чисел может быть равна 9, 7, 10?

2. Какие из следующих чисел можно представить в виде суммы одинаковых слагаемых: 10, 9, 7, 8, 6, 5?

3. Заплатите в кассу 10 тийинов монетами по 5 тийинов.

4. Заполните пропуски в примерах:

□ + 4= 10; □ + 2= 10; 10 − □ = 9; 10 − □ = 6.

5. Заполните таблицы:

7	1		3		5
		2		4	
8	5		4		6
		1		7	

9	
4	
	7
8	

IV этап

На IV этапе изучаются приемы вычитания, основанные на связи между суммой и слагаемыми для нахождения результатов $a - 5, 6, 7, 8, 9$.

Чтобы этот прием действительно облегчал детям вычисления, необходимо, чтобы они до этого не только хорошо усвоили, как можно найти одно из слагаемых по данным сумме и другому слагаемому, но и прочно знали состав чисел в пределах 10. Действительно, решая пример $10 - 8$, учащийся должен рассуждать так:

«Заменю 10 суммой удобных чисел 8 и 2, вычту одно из слагаемых 8, получу второе слагаемое 2. Значит, $10 - 8 = 2$».

Для закрепления случаев вычитания можно использовать упражнения, в процессе выполнения которых повторяется состав чисел и усваивается взаимосвязь между суммой и слагаемыми.

Например:

1. Используя таблицы, запиши примеры на вычитание:

8	
5	3

7	
2	5

6	
4	

5	
2	

2. Заполни «окошки»:

1) $5 = 1 + \square$
 $5 - \square = 4$
 $5 - \square = 1$

2) $7 = 2 + \square$
 $7 - \square = 5$
 $7 - \square = 2$

3) $7 - \square = 3$
 $7 - 3 = \square$
 $\square + \square = \square$

Можно использовать и игровые ситуации. Например, учитель говорит детям:

— Ребята, я составила примеры, но наборное полотно упало, и все карточки перепутались. Кто поможет мне снова составить пример? Кто угадает, какой пример был у меня?

$\boxed{6}$ $\boxed{3}$ $\boxed{9}$ $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{=}$

Учащиеся предлагают четыре случая: $3 + 6 = 9$, $6 + 3 = 9$, $9 - 6 = 3$, $9 - 3 = 6$. Выясняется, кто угадал (Пример записан у учителя в тетради).

Для совершенствования вычислительных навыков полезно включать в уроки игру «Дополни до...». На доске прикрепляется карточка с числом 6. Учитель показывает по очереди карточки с числами 2 (3, 5, 1, 4), учащиеся дополняют каждое число до 6, показывая соответствующие карточки 4 (3, 1, 5, 2).

Эту же игру можно провести по-другому. Учитель вызывает к доске ученика, который должен назвать любое число от 1 до 7, а класс дополняет это число до 7. Можно организовать работу парами: один ученик называет любое число от 1 до 8, а его сосед по парте дополняет это число до 8.

Для закрепления нового вычислительного приема, в основе которого лежит взаимосвязь между суммой и слагаемыми, можно провести такую работу. На доске записаны примеры:

$7 = 6 + 1$	$7 - 5 = \square$	$7 - 2 = \square$
$7 = 5 + 2$	$7 - 1 = \square$	$7 - 6 = \square$

Учитель поясняет, что решенные примеры будем называть помощниками, потому что они помогают решить примеры, записанные во втором и третьем столбиках. Затем спрашивает: «Как вы думаете, какой из решенных примеров поможет решить пример 7 − 5 (7 − 1 и т. д.)?»

В случае затруднения учитель поясняет, что мы из 7 вычитаем 5, значит, нужно число 7 составить из пяти и еще какого-либо числа. Какое это число? (2) Тому, кто не помнит, что 7 состоит из пяти и двух, поможет пример, записанный слева: 7 = 5 + 2. Числа 5 и 2 вставляются в «окошки»:

$$7 - 5 = 2$$

Теперь можно рассуждать: 7 − это 5 и 2; если вычтем 5, останется 2.

Аналогично решаются другие примеры на вычитание.

Далее учитель предлагает детям самим попробовать назвать «примеры-помощники». Он записывает примеры на вычитание: 6 − 4, 7 − 3, 8 − 6, а ученики подбирают «примеры-помощники»: 6 = 4 + 2, 7 = 4 + 3, 8 = 6 + 2.

Для проверки усвоения случаев вычитания можно использовать задания:

1. Реши примеры и выпиши те, которые имеют одинаковые ответы:

8 − 6, 10 − 5, 9 − 4, 9 − 8, 10 − 7, 10 − 8, 7 − 2, 8 − 3.

2. Поставь в «окошко» данное число и реши примеры:

$$\square - 7 = 2$$

3. Составь примеры с указанными ответами: 3, 2, 4.

4. Соедини пример с его ответом:

$\boxed{8-6}$ $\boxed{6-5}$ $\boxed{8-7}$ $\boxed{10-4}$ $\boxed{7-3}$ $\boxed{8-2}$ $\boxed{10-2}$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\boxed{7-6}$ $\boxed{10-5}$ $\boxed{9-5}$ $\boxed{10-9}$ $\boxed{10-3}$ $\boxed{10-2}$

5. Реши цепочку примеров:

10 → − 7 → + 4 → + 2 → − 6.

Критерий сформированности навыка − быстрота решения примеров, поэтому наряду с подробным объяснением приема решения примеров необходимо учитывать и быстроту вычислений.

Осознание этой учебной задачи способствует активному включению учеников в работу: они привлекают к этому родителей, контролируют друг друга и могут сами фиксировать свое продвижение в сформированности вычислительных навыков, ориентируясь на время и количество верно решенных примеров.

Методика сложения и вычитания в пределах 100.

Задачи изучения темы.

1. Ознакомить с вычислительными приемами сложения и вычитания в пределах 100.

2. Разъяснить свойства арифметических действий: $(a + b) + c$; $a + (b + c)$; $(a + b) - c$; $a - (b + c)$; $(a + b) + (c + d)$; $(a + b) - (c + d)$ и сформировать умения применять их при вычислениях.

3. Сформировать навыки сложения в пределах 20. Заучить таблицы.

4. Разъяснить взаимосвязь между компонентами и результатом действий.

Порядок изучения темы:

1. Сложение и вычитание однозначных чисел в пределах 18 с переходом через десяток (табличное сложение и вычитание).

2. Ознакомление с сочетательным свойством сложения (сложение трех слагаемых).

3. Устные вычисления. Сложение и вычитание вида:

36 + 2; 36 + 20; 36 − 2; 36 − 20; 24 + 6; 30 − 6; 60 − 24; 38 + 5; 42 − 5; 91 − 8; 43 + 8; 51 − 8; 23 − 4; 18 + 4.

4. Проверка сложения и вычитания.

5. Письменные приемы:

45 + 23, 57 − 26, 37 + 48, 37 + 53, 87 + 13, 52 + 8, 40 − 8.

Сложение и вычитание круглых чисел (70 + 20; 60 − 40) и примеры вида: 40 + 3, 57 − 7, 24 − 20, 50 + 5, 88 − 80, 6 + 70, 99 + 1, 100 − 1 рассматривается в разделе «Нумерация в 100». Их решение основано на знании разрядного состава числа, сложении и вычитании в пределах 10 и образовании числа в натуральном ряде чисел.

Используя абак, на палочках или полосках-десятках производится действие замены круглых чисел разрядными единицами. Например,

10 + 10.

10 − это сколько? − 1 десяток (на абаке в разряде «десятки» ставим 1 полоску-десяток, или 1 пучок-десяток). Сколько поставим десятков? (2 дес.).

Пример приобретает вид:

1 дес. + 1 дес. = 2 дес.

Какое число составляет 2 дес. (20). Значит, 10 + 10 = 20 (на абаке появится число 20).

Запись на доске:

10 + 10 = □□
1 д. + 1 д. = 2 д.
10 + 10 = 20.

На абаке проводится задание:

1) 40 + 20 = □□

4 д. + 2 д. = 6 д.
40 + 20 = 60

70 − 40 = □

7 д. − 4 д. = 3 д.
70 − 40 = 30

2) 40 + 3
4 д. и 3 ед. = 4 д. 3 ед.
4 д. 3 ед. = 43 ед.
40 + 3 = 43

50 + 5
5 д. и 5 ед. = 5 д. 5 ед.
5 д. 5 ед. = 55
50 + 5 = 55

6 + 70 = 70 + 6
7 д. и 6 ед. = 7 д. 6 ед.
7 д. 6 ед. = 76.
6 + 70 = 76

3) 24 − 20
24 = 2 д. 4 ед.
20 = 2 д.

Заберу 2 десятка, останется 4 единицы. Значит, 24 − 20 = 4.

Решить самостоятельно: 89 − 80 = 9.

4) 57 − 7 = 50

57 это 5 д. 7 ед., вычту 7 ед., остается 5 д.

5 д. = 50 Значит, 57 − 7 = 50.

5) 99 + 1 − назову число, следующее за 99, это число 100. Значит, 99 + 1 = 100

6) 100 − 1 − назову число, стоящее перед 100, это число 99. Значит, 100 − 1 = 99.

Несмотря на «легкость» примеров, дети делают ошибки.

Например, 50 + 3 = 80.

Какую ошибку сделал ученик? Он к единицам второго разряда прибавил единицы первого разряда.

Складывать можно только единицы одного разряда: единицы прибавляют к единицам, десятки к десяткам (показать на абаке).

Часто в тетради ученика можно встретить такую запись:

20 + 4 = 2 д. + 4 ед. = 24. Исходя из правила, такая запись неверная.

20 + 4 = 2 д. и 4 ед.= 24.

Дети еще не усвоили этих «тонкостей». Поэтому умело подобранные задания и правильное оборудование помогут углубить эти понятия.

Беседа. Цель: довести до понимания учащихся понятия: 20 − круглое число; 2 десятка − разрядное число.

Разряд − это количество счетных единиц, но не более 9. В заданиях важно соединить количественный образ разрядной единицы с названием разряда.

1. Можно ли однозначные числа называть разрядными числами? (Да, они являются числами I разряда, их не более 9).

2. Все ли двузначные числа являются разрядными числами? (Нет, к ним относятся только числа, обозначающие число десятков и оканчивающиеся на 0 («круглые числа»). Почему? (Они состоят из единиц II разряда, и их не более 9).

3. Замените 12 суммой разрядных чисел. (12=10+2) Можно ли дать ответ: 12 = 11 + 1?

Как по другому получить 12?

9 + 3; 8 + 4; 7 + 5; 6 + 6.

Замените 12 суммой трех одинаковых слагаемых. (12 = 4 + 4 + 4).

А можно заменить 12 суммой четырех одинаковых слагаемых.

(12 = 6 + 6 = 3 + 3 + 3 + 3).

Догадайтесь, как число 12 заменить суммой шести одинаковых слагаемых.

(12 = 4 + 4 + 4 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2).

4. Представьте 7 в виде разности.

(7 = 10 − 3).

А есть ли другие решения? (Их много 7 = 20 − 13, 7 = 15 − 8 и т.д.).

5. Представьте 50 в виде суммы круглых чисел.

50 = 20 + 30.

Замените 50 суммой трех круглых чисел (50 = 20 + 20 + 10). Какие еще варианты можно дать? (50 = 10 + 20 + 10 + 10; 50 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10).

Как получить число 50 по-другому? ($50 = 40 + 5 + 5$; $50 = 40 + 1 + 9$ и другие; вариантов много).

6. Чем интересно число 5? (Это половина десяти).

А число 50? (Это половина сотни).

7. Сколько раз надо взять по 10, чтобы набрать 100?

Надо набрать 100 палочек. Какими пучками палочек наберете быстрее: по 1 палочке, по 10 палочек, по 20 палочек, по 50 палочек?

8. Какому числу равно 4 ед. I разряда, а 4 ед. II разряда, а 4 ед. III разряда? Запишите эти числа (4; 40; 400). (Чем больше нулей, тем более высокий разряд).

Реализуя эту работу, необходимо, чтобы дети показывали палочку, пучок-десяток, пучок сотни или квадратик, полоску из десяти квадратиков, квадрат из сотни квадратиков.

9. Подчеркните числа, в которых при записи использованы единицы только одного разряда: 5; 42; 20; 7; 60; 63; 21; 50; 94; 2; 70.

10. Замените число 48 (52, 76, 81) – суммой разрядных чисел.

II. Из концентра «10» дети знакомы с переместительным свойством сложения. Во втором классе вводится сочетательное свойство сложения. Название свойства не дается. На конкретных совокупностях практически выясняется, как сложить 3 слагаемых (а на закрепление 4).

Задание: Вычисли сумму трех слагаемых по-разному.

$$5 + 3 + 2.$$

I способ. $(5 + 3) + 2 = 10$ II способ. $5 + (3 + 2) = 10.$

Объединяя кружки по-разному, но, получая один и тот же результат, делаем вывод.

$$(5 + 3) + 2 = 5 + (3 + 2).$$

Результат сложения не изменится, если соседние слагаемые заменить их суммой.

Докажите, что $2 + 3 + 7=(2 + 3) + 7 = 2 + (3 + 7)$;

$$6 + 1 + 9 = (6 + 1) + 9 = 6 + (1 + 9).$$

Сочетательное свойство сложения можно применить после того, как использовано переместительное свойство.

Подчеркнуть, что, применяя оба свойства сложения, можно найти наиболее удобный способ вычисления:

$$6 + 9 + 4 + 1 = 6 + 4 + 9 + 1 = (6 + 4) + (9 + 1) = 10 + 10 = 20$$
$$17 + 8 + 3 + 2 = 17 + 3 + 8 + 2 = (17 + 3) + (8 + 2) = 20 + 10 = 30.$$

III. Табличное сложение и вычитание основаны на свойствах

$(a + b) + c$; $a + (b + c)$; $a - (b + c)$; $(a + b) - c$.

Но они не выступают в явном виде в этом разделе и заменены приемами, который называется прибавление и вычитание по частям.

Основным пособием этого раздела является наборное полотно. В нем 2 ряда кармашков, по 10 карманов в каждом.

Решим пример: 9 + 4. Нам надо сложить 9 красных кружков и 4 синих.

Поставим 9 кругов в верхний ряд. Сколько синих кругов надо присоединить к красным, чтобы I ряд заполнился? А остальные, их осталось 3, поставим во второй ряд.

$9 + 4 = 13$
$9 + 1 + 3 =$
$= (9 + 1) + 3 =$
$= 10 + 3 = 13$

или так: $9 + \underbrace{4}_{1\ 3} = 13$

$10 + 3$

Аналогично решаются

$9 + \underbrace{3}_{1\ 2} = 12$
$9 + 1 + 2 =$
$(9 + 1) + 2 =$
$10 + 2 = 12$

$7 + \underbrace{4}_{3\ 1} = 11$
$7 + 3 + 1 =$
$= (7 + 3) + 1 =$
$= 10 + 1 =$
11

Объяснение ученика должно быть таково: 7 + 4.

7 дополню до 10, для этого прибавлю 3, осталось прибавить 1, получилось 11, значит 7 + 4 = 11.

По мере закрепления приема, проговор сокращается: (7 да 3 это 10, 10 да 1 это 11). На последующих уроках, пользуясь общим приемом, рассматриваются случаи сложения однозначных чисел, сумма которых больше 10, поэтому прием называется сложением с переходом через десяток.

11. (9 + 2; 8 + 3; 7 + 4; 6 + 5)

Полученные результаты заучиваются наизусть.

12. (9 + 3, 8 + 4, 7 + 5, 6 + 6)
13. (9 + 4, 8 + 5, 7 + 6)
14. (9 + 5, 8 + 6, 7 + 7)
15. (9 + 6, 8 + 7)
16; 17; 18: (9 + 7; 8 + 8; 9 + 8; 9 + 9).

В заключение составляется таблица всех случаев сложения с переходом через десяток.

9 + 2 = 11	8 + 3 = 11	7 + 4 = 11	6 + 5 = 11
9 + 3 = 12	8 + 4 = 12	7 + 5 = 12	6 + 6 = 12
9 + 4 = 13	8 + 5 = 13	7 + 6 = 13	
9 + 5 = 14	8 + 6 = 14	7 + 7 = 14	
9 + 6 = 15	8 + 7 = 15		
9 + 7 = 16	8 + 8 = 16		
9 + 8 = 17			
9 + 9 = 18			

Рассматривая таблицу, дети устанавливают, что результаты по строчкам одинаковы, каждый столбик заканчивается суммой одинаковых слагаемых. Надо выяснить, можно ли столбики сделать с одинаковым количеством примеров. Почему же мы не продолжили таблицу. Устно называть не записанный пример и найти его в одной из таблиц, чем он отличается от названного примера.

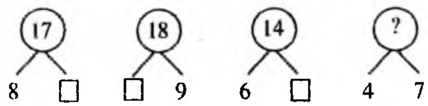
Вывод: переместительное свойство сокращает количество примеров в таблице.

Таблицу сложения надо знать наизусть. Чтобы заучивание ее было приятным, следует использовать дидактические игры:

1. Игра «Молчанка».

12	3		4		5
		7		9	

2. Покажите карточкой нужное число:



3. Заполни квадрат так, чтобы он стал магическим.

4. Занимательные рамки.

Назови число, которое дополняет число, данное в рамке, до 11, 12.

Прием вычитания с переходом через десяток.

Общий прием вычитания вводится на примере $12 - 5$.

Вычитание такого вида можно выполнить двумя приемами:

1) По частям $12 - 5 = 12 - 2 - 3$. Сначала из уменьшаемого вычту столько единиц, чтобы осталось 10, а затем остальные единицы.

2) На знании состава числа: 12 – это 7 и 5, отниму 5, останется 7. На первом уроке ученики знакомятся с первым приемом.

Подготовительные упражнения:

а) Какое число надо вычесть из 12, чтобы получить 10, ...

б) $13 - 3 - 3$, сколько получится, сколько всего вычли из 13. Как вычитали? По частям, сначала 3, а потом еше 3 и т.д.

При введении приема снова используется наборное полотно:

Решим пример: $12 - 5$.

Вставим в кармашки 12 кружков. Сколько в верхнем ряду поставили (10), а внизу (2). Как удобно убрать 5 кружков. (Сначала нижние 2, а потом еще 3).

Запись: $12 - 5 = 7$
$12 - 2 - 3$

Решение остальных примеров записывают «стрелками», но сопровождают показом на наборном полотне и индивидуальной работой на партах:

$11 - 7 = 4$	$14 - 9 = 5$	$13 - 8 = 5$	$15 - 7 = 8$
$11 - 1 - 6$	$14 - 4 - 5$	$13 - 3 - 5$	$15 - 5 - 2$

На последующих уроках рассматриваются случаи:

$11 - \square$ $13 - \square$
$12 - \square$ $14 - \square$

15 − □	17 − □	
16 − □	18 − □	

Эти примеры решаются двумя приемами: вычитанием по частям на основе знания состава числа и связи между компонентами и результатом действия.

Так, например, в уроке 11 − □

1) повторяют состав числа 11.

2) На наборном полотне выставляют 11 кружков и решают пример 11 − 6 = 5. Рисунок дети могут сделать в тетради 11 − 1 − 5 = 5.

3) Аналогично 11 − 4.

4) Вновь возвращаются к таблице сложения: 11 = 9 + 2.

Запись. 11 − 2 = 9.

Если из 11 вычесть 2, то получится 9.

11 − 3 = 8, как заменить 11 суммой, чтобы одно из слагаемых было 3.

8 + 3 = 11 , значит, 11 без 3 это 8.

Закрепление:

1) Объясни решение двумя способами.

14 − 8	16 − 7	15 − 8
14 − 6	18 − 9	12 − 9

2) Дать полный проговор одного из способов.

7 + 9	14 − 7	9 + 5
5 + 6	13 − 9	5 + 9
13 − 8	3 + 8	14 − 5
12 − 3	12 − 5	14 − 9

Дальнейшие приемы сложения и вычитания располагаются в порядке возрастания сложности.

Основное внимание в процессе объяснения надо сосредоточить на усвоении приемов выполнения действий, так как эти приемы применяются во всех следующих ступенях сложения, вычитания, умножения и деления.

В современных учебниках дается следующая последовательность формирования сложения и вычитания в пределах 100.

1. 40 + 20 50 − 30 30 + 4 60 + 1 70 − 1
2. 37 + 2 37 + 20
3. 23 + 34 54 + 32
4. 37 − 2 37 − 20

6. Устные приемы сложения и вычитания с переходом через разряд:

1. 38 + 5	43 + 8	56 + 9
2. 42 − 5	43 − 8	91 − 8
3. 63 + 8	23 − 4	
4. 51 − 8	19 + 4	

7. Письменные приемы сложения и вычитания.

1. 45 + 23	37 + 53	87 + 13
2. 57 − 26	30 − 3	50 − 24
3. 37 + 48		
4. 27 + 3		

Приемы 40 + 20, 50 – 30, 30 + 4, 60 + 1, 70 – 1 основаны на свойстве натурального ряда в пределах 100. Мы их рассмотрели в разделе «Нумерация в концентре 100». Методика работы над каждым вычислительным приемом, как и в 10, остается прежней:

1. Подготовка к ознакомлению с приемом;

2. Введение приема (работа с наглядными пособиями, иллюстрациями учебника).

3. Закрепление нового материала.

Все перечисленные случаи сложения для их решения требуют применения одного основного приема – разложение данных чисел на десятки и единицы, применения переместительного и сочетательного свойства, в результате чего группы соединяются в одно число – результат.

Использование счетного материала пучков-десятков палочек, полосок-десятков кружков и отдельных палочек и кружков сделает процесс объяснения наглядным. Такие же пособия, но меньших размеров, следует изготовить для каждого ученика.

Рассмотрим приемы с помощью рисунков.

1. С помощью рисунков объясните приемы сложения.

3 + 2 + 1

(3 + 2) + 1

3 + (2 + 1)

2. Разберите прием 37 + 2, 37 + 20.

$\boxed{37 + 2}$ $\boxed{37 + 20}$

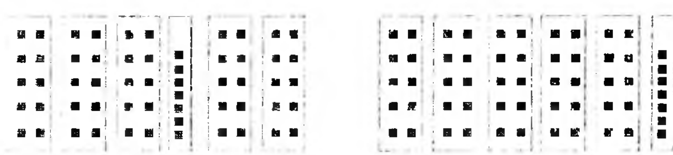
1) $37 + 2 = 30 + 7 + 2 = 30 + (7 + 2) = 30 + 9 = 39.$

$56 + 3 = 50 + 9 = 59$

50 6

Решить: 64 + 3 ; 72 + 5

2) $37 + 20 = 30 + 7 + 20 = 30 + 20 + 7 = (30 + 20) + 7 = 50 + 7 = 57.$



$56 + 30 = 80 + 6 = 86$

50 6

Решить: 34 + 30; 42 + 50.
Для закрепления решаем примеры.

87 + 2	67 + 20	41 + 7	26 + 70
35 + 4	58 + 40	53 + 4	41 + 9
77 + 3	52 + 8	85 + 10	26 + 4

87 + 2. Проговор: 87 – это 80 и 7. Единицы сложу с единицами:

$7 + 2 = 9$; $80 + 9 = 89$.

37 + 3

$37 + 3 = 30 + 7 + 3 = 30 + (7 + 3) = 30 + 10 = 40$.

72 + 8 = 70 + 10 = 80
/\ ↑
70 2—┘

Решить 84 + 6; 28 + 2.
Сделайте схему для 37 + 30.

3. $\boxed{23 + 34}$ $\boxed{54 + 32}$

1) $23 + 34 = 20 + 3 + 30 + 4 = 20 + 30 + 3 + 4 = (20 + 30) + (3 + 4) = 57$.
54 + 32 = 80 + 6 = 86
/\ /\
50 4 30 2

Десятки складываем с десятками, единицы с единицами.
Реши с объяснением.

48 + 21	54 + 35	12 + 67	35 + 14
36 + 22	56 + 13	12 + 17	62 + 27

4. Прочитайте выражение и объясните три способа решения.

1) $(6 + 4) - 3 = 10 - 3 = 7$
$(6 - 3) + 4 = 3 + 4 = 7$ $6 + (4 - 3) = 6 + 1 = 7$

2) Объясните:

$\boxed{37 - 2}$ $\boxed{37 - 20}$

1. $37 - 2 = (30 + 7) - 2 = 30 + (7 - 2) = 30 + 5 = 35$

$37 - 2 = 30 + 5 = 35$

$30+7$

$28 - 6$; $37 - 4$. Реши с объяснением.

2. $37 - 20 = (30 + 7) - 20 = (30 - 20) + 7 = 10 + 7 = 17$

$37 - 20 = 10 + 7 = 17$

$30 + 7$

$48 - 40$; $96 - 70$. Реши с объяснением.

5. 1) Представь числа по схеме:

$\square = 10 + \square$

$20 = 10 + 10$	$50 = 10 + \square$	$80 = 10 + \square$
$30 = 10 + \square$	$60 = 10 + \square$	$90 = 10 + \square$

2) Вычисли с объяснением.

$\boxed{30 - 7}$

1) $30 - 7 = (20 + 10) - 7 = 20 + (10 - 7) = 20 + 3 = 23$

$30 - 7 = 20 + 3 = 23$

$20+10$

$40 - 6$; $70 - 8$.

6. 1) $51 + 9 = (50 + 1)+9 = 50+(1+9)= 60$; $35 + 5 = 30 + 10 = 40$

Реши с объяснением.

$42 + 8$	$76 + 4$	$73 + 7$	$88 + 2$

2) $46 + 14 = 50 + 10 = 60$ $\quad$ $28 + 52 = 70 + 10 = 80$

$19 + 41$	$27+13$	$44 + 56$	$85 + 15$

Приемы сложения и вычитания в пределах 100 с переходом через разряд также надо показать предельно наглядно, используя самостоятельную работу.

Прочитайте пример. Пользуясь рисунком, объясните, как прибавили число.

$\boxed{38 + 5}$

$38 + 5 = 38 + 2 + 3 = (38 + 2) + 3 = 40 + 3 = 43.$

$42 - 5 = 42 - 2 - 3 = (42 - 2) - 3 = 40 - 3 = 37.$

3) Повторить правило, как найти неизвестные слагаемое и уменьшаемое, показываем применимость этих правил и к большим числам.

Решите примеры по образцу.

$23 - 4 = 19$	$43 + 8 = 51$
$19 + 4 = \square$	$51 - 8 = \square$

После усвоения приемов, решение примеров продолжается с помощью полного, а затем краткого проговора.

4) $\boxed{40 + 15}$ Заменим число 15 суммой десятков и единиц. К 40 прибавлю 10, получу 50, да еще 5, получится 55.

Запись: $40 + 15 = 40 + (10 + 5) = (40 + 10) + 5 = 50 + 5 = 55$.

5) $\boxed{40 - 15}$ Заменим число 15 суммой разрядных слагаемых 10 и 5, получится пример, из 40 вычесть сумму 10 и 5. Удобно из 40 вычесть 10, получится 30, и из результата вычесть 5, получится 25.

Запись. $40 - 15 = 40 - (10 + 5) = (40 - 10) - 5 = 30 - 5 = 25$.

Для закрепления приемов их решают в сопоставлении:

$55 + 14$ и $55 - 14$; $46 + 18$ и $46 - 18$.

$55 + 14 = 55 + (10 + 4) = (55 + 10) + 4 = 65 + 4 = 69$;

$55 - 14 = 55 - (10 + 4) = (55 - 10) - 4 = 45 - 4 = 41$.

$46 + 18 = 46 + (10 + 8) = (46 + 10) + 8 = 56 + 8 = (50 + 6) + 8 = 50 + (6 + 8) = 50 + 14 = 64$;

$46 - 18 = 46 - (10 + 8) = (46 - 10) - 8 = 36 - 8 = (36 - 6) - 2 = 30 - 2 = 28$.

Полезно показать вычисление одного и того же примера разными способами.

$25 + 17 = (20 + 5) + 17 = (20 + 17) + 5 = 37 + 5 = (37 + 3) + 2 = 42$

$25 + 17 = 25 + (5 + 12) = (25 + 5) + 12 = 30 + 12 = 42$

$25 + 17 = (20 + 5) + (10 + 7) = (20 + 10) + (5 + 7) = 30 + 12 = 42$

$25 + 17 = (22 + 3) + 17 = 22 + (3 + 17) = 22 + 20 = 42$

Какой прием легче? Какое решение понятнее? Какое решение самое краткое?

Введение письменных приемов сложения и вычитания двузначных чисел, с одной стороны, «охлаждает» детей к устному счету, но, с другой стороны, отработка записи столбиком и подготовка проговора способствует лучшему пониманию письменных вычислений над многозначными числами.

Прежде всего, решаются примеры на сложение без перехода через десяток. Делается развернутая подробная запись в строчку, а затем показывается запись в столбик. Чем подобная запись удобнее?

Двухразрядный абак иллюстрирует ее экономичность.

$45 + 23 = (40 + 5) + (20 + 3) = (40 + 20) + (5 + 3) = 60 + 8 = 68$.

	дес.	един.
	4	5
+	2	3
	6	8

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 45 \\ 23 \end{array} \\ \hline 68 \end{array}$$

Объяснение: Записываю десятки под десятками, единицы под единицами.

1) Складываю единицы.

5 ед. + 3 ед. = 8 ед. Пишу под единицами.

2) Складываю десятки.

4 дес. + 2 дес. = 6 дес. Пишу под десятками.

Ответ: 68.

Аналогично вычитаем.

дес.	един.
5	7
2	6
3	1

$57 - 26 = 57 - (20 + 6) = (57 - 20) - 6 = 37 - 6 = 31.$

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 57 \\ 26 \end{array} \\ \hline 31 \end{array}$$

Объяснение:
1) пишу ...
2) вычитаю единицы ...
3) вычитаю десятки ...
4) пишу ответ ...

дес.	един.
3	7
4	8
8	5

37 + 48

Объяснение: 1) пишу ...
2) складываю единицы
7 ед. + 8 ед. = 15 ед.
15 ед. − это 1 дес. 5 ед.
5 ед. пишу под единицами.
1 десяток добавляю к десяткам.
3) складываю десятки.
3 дес. + 4 дес. = 7 дес.
7 дес. + 1 дес. = 8 дес.
4) ответ: сумма равна 85.

Работу с абаком можно заменить счетными единицами, тогда нагляднее будет видно, как образуется десяток.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 37 \\ 53 \end{array} \\ \hline 90 \end{array} \qquad \begin{array}{r} + \begin{array}{r} 87 \\ 13 \end{array} \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 27 \\ 3 \end{array} \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - \begin{array}{r} 30 \\ 3 \end{array} \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - \begin{array}{r} 50 \\ 24 \end{array} \\ \hline 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - \begin{array}{r} 52 \\ 24 \end{array} \\ \hline 28 \end{array}$$

Приемы сложения столбиком нравятся детям, но при решении с переходом через разряд часто теряют единицу второго разряда. Поэтому надо больше решать примеров, используя счетный материал.

Сложение и вычитание в пределах 1000 и многозначных чисел.

Рассмотрение случаев устного и письменного сложения и вычитания строится по принципу «от простого к сложному». Сначала алгоритм используется для случаев сложения без перехода через разряд, затем с переходом через один разряд, через два разряда. Например:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 234 \\ \underline{423} \end{array} \quad + \begin{array}{r} 215 \\ \underline{445} \end{array} \quad + \begin{array}{r} 267 \\ \underline{328} \end{array} \quad + \begin{array}{r} 453 \\ \underline{285} \end{array} \quad + \begin{array}{r} 679 \\ \underline{268} \end{array} \end{array}$$

Аналогично для вычитания:

$$- \begin{array}{r} 539 \\ \underline{216} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 630 \\ \underline{127} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 542 \\ \underline{126} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 807 \\ \underline{623} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 423 \\ \underline{287} \end{array}$$

Аналогично и с многозначными числами. Примеры на сложение.

1) $+\begin{array}{r} 13\,278 \\ \underline{4\,657} \end{array}$ — нет перехода через разряд во 2 классе.

2) $+\begin{array}{r} 63\,152 \\ \underline{189\,436} \end{array}$ — переход через разряд только во 2 классе.

3) $+\begin{array}{r} 678\,196 \\ \underline{351\,909} \end{array}$ — переход через разряд и в 1 и 2 классах.

Примеры на вычитание.

$$- \begin{array}{r} 12\,734 \\ \underline{1\,548} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 7\,239 \\ \underline{3\,725} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 123\,547 \\ \underline{65\,325} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 623\,193 \\ \underline{275\,028} \end{array}$$

Наиболее трудными для учащихся являются случаи, когда уменьшаемое содержит несколько нулей или нули чередуются с единицами.

$$- \begin{array}{r} 100 \\ \underline{4} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 1000 \\ \underline{56} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 1000 \\ \underline{7} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 10000 \\ \underline{2143} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 60000 \\ \underline{498} \end{array}$$

$$- \begin{array}{r} 50\,101 \\ \underline{25\,674} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 61\,001 \\ \underline{9\,456} \end{array} \quad - \begin{array}{r} 801\,107 \\ \underline{59\,173} \end{array}$$

Операцию «занимания» разряда надо сделать наглядной.
Решим 300 – 6 .

сотни	дес.	един.
3	0	0
2	9	4

На трехразрядном абаке собираем 300 единиц. Это 3 квадрата по сто (или три пучка сотен), надо забрать 6 квадратов. Единицы отнимаем от единиц. Но их нет. Пойдем к десяткам, их тоже нет. Переходим к сотням. Возьмем одну сотню и отрежем у нее 1 десяток. Получили 9 десятков, положу к десяткам, а 1 десяток разрежу на отдельные квадратики, положу к единицам. Вот теперь из 10 единиц заберу 6 единиц, останется 4 единицы, у десятков лежит 9 десятков, а у сотен осталось 2 сот. Читаю ответ 294. Полезно, чтобы дети сами проделали такую операцию несколько раз.

Подготовку к операции «занимания разряда» и раздробления его на более мелкие счетные единицы, что необходимо при вычитании, и наоборот, выделения из мелких счетных единиц более крупных, что необходимо при сложении, можно начать заранее, с помощью целенаправленных упражнений.

1. Отсчитайте от сотни палочек одну палочку, две палочки.

2. Замените сотню десятками и единицами.

3. Уменьшите 100, 300, 700 на 1, 2, 3 (эти упражнения выполняются на счетах или при помощи счетных палочек).

4. Какое число предшествует при счете числу 200, числу 700?

5. Замените 1000 сотнями и десятками; сотнями, десятками, единицами. (применяются счетные палочки или квадраты).

6. Замените десяток тысяч тысячами и сотнями; тысячами, сотнями и десятками; тысячами, сотнями, десятками и единицами.

7. Замените сотню тысяч десятками тысяч, тысячами и сотнями.

8. Какое число предшествует при счете числам 7 000, 20 000, 500 000?

9. Уменьшите на 5 единиц 6 000.

10. Вычислите:

а) 1 000 − 700	б) 100 000 − 3	в) 10 000 − 20
1 000 − 70	100 000 − 30	10 000 − 200
1 000 − 1	100 000 − 300	10 000 − 2
	100 000 − 3 000	

Подготовительную работу в 3 классе можно начинать на втором уроке изучения темы «Нумерация в пределах 1000».

Предлагаем учащимся положить на парту 99 палочек (9 пучков по 10 шт. и 9 отдельных палочек) и прибавить к ним еще одну. Сколько теперь палочек? (100 или 1 сотня). Как составлена одна сотня? (Из 9 пучков по 10 палочек и 10 отдельных палочек). Называем состав сотни, используя понятия «десятки» и «единицы». «1 сотня состоит из 9 десятков и 10 единиц». После этого предлагаем детям связать 10 отдельных палочек в пучок и 10 пучков − десятков собрать в один пучок − сотню.

Подводим итог: 1 сотню можно составить из 9 дес. и 10 ед. или 10 дес.

Затем можно предложить взять из пучка несколько палочек.

На последующих уроках, когда дети научатся называть числа по их десятичному составу, можно предложить отсчитать от нескольких сотен десятки и единицы. (От 5 сотен отсчитать 3 дес. и 3 ед.)

Следующее упражнение: уменьшить 7 сотен на 2, на 50, выполняя без опоры на наглядность и оперируя разрядными единицами.

Заканчиваем работу над такими упражнениями обобщением: чтобы вычесть из нескольких сотен десятки (единицы), нужно 1 сотню заменить 10 десятками (9 дес. и 10 ед.)

На последующих уроках включаем аналогичные упражнения в устный счет. Наиболее трудные случаи вычитания, такие как: 700 − 261, 70 000 − 3 257, 700 000 – 302 007, 701 003 – 32 057 и т.п. изучаются в 4 классе. Поэтому нужно продолжать и углублять подготовительную работу, начатую в 3 классе.

Здесь в качестве наглядности можно использовать счеты.

Предлагаем отложить число 100 тысяч на счетах (при этом повторяем расположение разрядных единиц на проволоках счетов). Найдем число, предшествующее 100 тыс. (раскладываем единицы высшего разряда единицами меньшего разряда). Продолжение этой работы: назовите и запишите, между какими числами встречаются при счете каждое из чисел:

100	1 000	10 000	100 000
300	800	30 000	700 000

Учащиеся легко находят последующее число, но затрудняются при нахождении предшествующего числа. Целесообразно и в этом случае обращаться к счетам.

Успешному выполнению упражнений способствует продуманное оформление записи решения.

99	999	9 999	99 999
100	1 000	10 000	100 000
101	1 001	10 001	100 001
299	799	29 999	699 999
300	800	30 000	700 000
301	801	30 001	700 001

Выработка умения заменять единицу высшего разряда низшими, помогает предупредить трудности, возникающие при овладении учащимися случаями вычитания с нулями в уменьшаемом.

Решения таких примеров должно сопровождаться сначала полным проговором, а затем кратким и «про себя».

Решите.

$$\begin{array}{r} 805\,903 \\ -\;\;54\,181 \\ \hline 741\,712 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 90\,000 \\ -\;24\,970 \\ \hline 65\,020 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 90\,000 \\ -\;24\,970 \\ \hline 66\,030 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 90\,000 \\ -\;24\,970 \\ \hline 66\,130 \end{array}$$

Наряду с постепенным нарастанием сложности решаемых примеров следует соблюдать количественную меру.

При решении более четырех примеров количество ошибок резко возрастает от напряжения.

Надо учить детей сопровождать вычисления подробными пояснениями.

$$\begin{array}{r} 701\,006 \\ -\;32\,057 \\ \hline \end{array}$$

Дадим пояснение.

Из 6 единиц мы не можем вычесть 7 единиц, поэтому обратимся к высшим разрядным единицам, чтобы, заменив их на низшие, получить простые единицы.

Так как в уменьшаемом 0 десятков и 0 сотен, возьмем одну тысячу (ставим над ней точку), и заменим 1 тысячу девятью сотнями, девятью десятками и десятью единицами.

К десяти единицам прибавим 6 единиц и получим 16 единиц.

Из 16 единиц вычтем 7 единиц, получим 9 единиц, запишем под единицами.

$$\begin{array}{r} -\,701\,006 \\ 32\,057 \\ \hline ..949 \end{array}$$

Далее из 9 десятков вычтем 5 десятков, из 9 сотен вычтем 0 сотен.

Теперь надо вычитать тысячи, но тысяч не осталось и десятков тысяч в уменьшаемом тоже нет.

$$\begin{array}{r} -\,\dot{7}01\,006 \\ 32\,057 \\ \hline ...949 \end{array}$$

Поэтому из 7 сотен тысяч возьмем 1 сотню тысяч (поставим точку) и заменим ее девятью десятками тысяч и десятью тысячами, т.к. нам надо вычитать тысячи.

$$\begin{array}{r} -\,\dot{7}01\,006 \\ 32\,057 \\ \hline 668\,949 \end{array}$$

Из 10 тысяч вычитаем 2 тысячи, из 9 десятков тысяч вычтем 3 тысячи и результаты пишем под соответствующими разрядами.

Сотен тысяч осталось 6, записываем под сотнями тысяч.

Читаем ответ: 668 949.

Постепенно полный проговор заменяется кратким.

В процессе изучения сложения и вычитания многозначных чисел повторяют и закрепляют знания о действиях: название компонентов, нахождение неизвестного компонента, рассматривается вопрос об изменении суммы и разности при изменении одного из компонентов.

Конкретный смысл умножения.

Умножение — это объединение двух или более равномощных непересекающихся множеств. В жизни объединение равномощных множеств встречается часто. Например, в школе 30 классов по 25 человек в каждом. Сколько учащихся в школе? Здесь мы имеем дело с тридцатью множествами, имеющими по 25 элементов в каждом. Требуется найти численность объединения этих множеств.

$$\underbrace{25 + 25 + \ldots + 25}_{30\ \text{раз}} = 750$$

Запись получается очень длинной и требует большого вычислительного труда. Упрощение записи и вычисления производится на основе нового действия — умножения.

Умножение — это сложение одинаковых чисел. При замене сложения умножением вводится новый знак $\cdot$ (или $\times$). Между математиками есть строгая договоренность: на первом месте следует писать число, которое складывают, на втором — число, показывающее, сколько раз его складывают.

$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 7$ (или 4×7)

4 — первый множитель или множимое.

7 — второй множитель или множитель.

28 — результат умножения называется произведением.

Часто дети формально усваивают умножение, не понимают, зачем «придумали» еще одно действие. Поэтому раскрытию понятия умножения следует уделить особое внимание.

Умножение вводится во втором классе. В действующем учебнике (Бикбаева Н. У, 2 класс, 2009 г. стр. 109) дается рисунок. На пяти веточках висят по 2 сливы. Сколько всего слив? Затем следует запись:

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

$2 \times 5 = 10$

И дается разъяснение к этой записи. Но результат учащиеся могут найти путем простого пересчета слив по одному, поэтому необходимость складывать по два выступает не как действительное средство решения задачи, а как некоторая условность, которую теперь будут «проходить» на уроке. Поэтому при введении умножения следует устранить возможность поединичного подсчета и создать необходимость выполнения сложения одинаковых слагаемых.

Для этого выставить, например, четыре вазы, в которых яблоки положены так, что их пересчитать невозможно. Под каждой вазой написано 5 яблок, всего ваз 4.

Тогда в записи $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ возникает необходимость сложения.

Убедить детей в практической необходимости сложения одинаковых слагаемых можно следующим образом: на наборном полотне выставляется в один ряд 25—30 одинаковых кружков. Учащимся предлагается сосчитать их, сидя на своих местах. Учащиеся убеждаются, что это долго. А те дети, которые сидят подальше от доски, к середине ряда сбиваются со счета и приходится начинать сначала.

Тогда учитель разделяет ряд отдельными пятками. Почему легко стало считать? Что сделал учитель для этого? Как теперь расположены кружочки?

Другое задание. Выставляется прямоугольник, расчерченный на клетки 10×5.

Сколько всего клеток? Конечно, можно подсчитать по одной клеточке, но это неудобно. Легче посчитать группами (рядами), тем более что группы уже выделены.

Идею удобства считать группами следует подчеркнуть и работая с учебником. Так, к заданиям № 565, № 571, № 573 полезно спросить: «Как бы подсчитал эти предметы первоклассник, который еще не умеет складывать числа? (Он бы пересчитывал их по-одному). Что нового в нашем счете?

Полезны упражнения, в которых учащиеся сами могли бы создать ситуацию, подходящую для описания умножением.

Положите слева 8 палочек, справа 4 палочки. Сколько всего палочек? Запишите это действие. Расположите эти палочки так, чтобы их можно было посчитать с помощью умножения. Разные варианты (4×3 и 6×2) обсуждаются. Обращается внимание и на то, как дети разложили палочки. Кто-то разложил их рядами, а кто-то кучками. Важно, что они разложены равночисленными группами.

В учебнике дано достаточно заданий, в которых учащиеся от рисунков переходят к записи примера умножением.

Полезны упражнения, в которых по выражению надо составить рисунок.

1. В нескольких коробках разложены карандаши. Их удобно подсчитать так 6×4.

Нарисовать, как разложены карандаши. Дети рисуют 4 прямоугольника по 6 палочек в каждом, т.к. запись говорит, что по 6 карандашей было в 4 коробках.

2. Саид шел мимо дома и посчитал окна, оказалось, что их удобно посчитать так: 6×3. Нарисуйте дом, который увидел Саид. Дети рисуют окна, которые распределены по 6 на 3-х этажах горизонтально, или по 6 в три столбца. Некоторые дети вообще рисуют по 6 квадратов пучками три ряда. Важно ли в этой задаче показать, как распределены окна?

3. Интересны задания на преобразование рисунка.

Мама накрывала праздничный стол. Когда в вазы были положены яблоки, их удобно было сосчитать так: 4×3. Нарисуйте, как мама разложила яблоки.

Для простоты вазы рисуем так: ______ , а яблоко так: 

Яблоки у мамы были красные. Сколько ваз вы нарисовали? (3) Сколько яблок в каждой вазе? (4) Но у нее были еще зеленые яблоки. Она их тоже поставила на стол. Теперь яблоки удобно посчитать так: 5×3. Возьмите зеленые карандаши и покажите, что сделала мама. (Дорисовать по 1 зеленому яблоку). Пришедшие гости к столу принесли желтые яблоки. Мама их также поставила на стол, после чего сосчитать их можно так:

5×4. Дорисуйте уже желтым карандашом, как разложила мама все яблоки. (Дорисовать новую вазу с 5 яблоками).

4. Нарисуйте флажки, к которым подходит выражение 6×3.

Помня о неудаче с окнами, большинство ребят рисуют три ряда по 6 флажков. Следует похвалить тех, кто расположил флажки кучками.

5. Сделайте рисунок в уме к записи 4×5. Пусть это будут тарелки с помидорами. Сколько взяли тарелок? (5) Сколько помидоров на каждой? (4) А теперь распишите рисунок к записи $4 + 5$. Сколько тарелок? (2) Сколько помидоров на каждой? (4 и 5)

После каждого упражнения учитель подчеркивает, что в записи всегда на первом месте стоит число, которое складывают, берут много раз (множимое), а на втором – сколько раз его складывают (множитель). Усвоение этих понятий можно проверить, предложив детям задачу:

«Рашид купил пять поплавков по 2 сума за каждый. Сколько стоит его покупка?»

Большинство ребят пишут решение: $5 \times 2 = 10$. И удивляются, что учитель зачеркнул решение, сказав, что оно неверно.

При разборе учитель предлагает иллюстрировать задачу рисунком.

Будем рисовать поплавок кружком.

Сколько поплавков куплено? (5) Сколько кружков нарисуем? (5) Сколько стоит один поплавок? (2 сума). Подпишем под каждым 2 сума. Получим:

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ $\qquad$ $5 + 5 = 10$

$2 \times 5 = 10$ $\qquad$ $5 \times 2 = 10$

Что означает запись 5×2 (куплено 2 поплавка по 5 сум.) Какой будет рисунок? Оказывается, вы решили не ту задачу, которая вам была дана. Просто в этих задачах совпали ответы.

Регулярно включая работу по преобразованию рисунка, используя разные ситуации (конверты с марками, кучки морковки, карандаши в коробке), учитель сможет добиться цели: запомнить, что означает каждый множитель.

Напоминая смысл множителей, учитель, в свое время, может спросить, почему в формулах нахождения стоимости цену умножают на количество, для нахождения пути скорость умножают на время.

Полезны также задания, которые готовят к составлению таблицы умножения:

1. Пример на умножение вычисли сложением.

7×4 $\qquad$ 10×6

1×5 $\qquad$ 15×4

2. Поставьте знаки сравнения, объясняя примеры, опираясь на смысл умножения.

$12 \times 4 \ldots 12 \times 3$ $\qquad$ $3 \times 4 \ldots 2 \times 4$

$4 + 4 + 4 \ldots 4 \times 2$ $\qquad$ $4 \times 7 + 4 \ldots 4 \times 9$

На сколько левое произведение больше правого?

3. Найдите результат второго примера, пользуясь первым:

$2 \times 7 = 14$	$2 \times 10 = 20$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 5 = 40$	$16 \times 2 = 32$
$2 \times 8 = \ldots$	$2 \times 9 = \ldots$	$8 \times 4 = \ldots$	$8 \times 6 = \ldots$	$16 \times 3 = \ldots$

Рассуждение ученика: «В первом примере по 2 взяли 7 раз и получили 14, а во втором примере по 2 взяли 8 раз, т.е. на одну 2 больше, значит, $14 + 2 = 16$, $2 \times 8 = 16$».

На этапе усвоения конкретного смысла умножения составляется таблица умножения двух, где используются полученные знания.

$2 \times 2 = 4 \quad 2 + 2 = 4$

$2 \times 3 = 6 \quad 2 + 2 + 2 = 6$

$2 \times 4 = 8 \quad 2 + 2 + 2 + 2 = 8$

$2 \times 5 = 10 \quad 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

$2 \times 6 = 12 \quad \underline{2 + 2 + 2 + 2 + 2} + 2 = 10 + 2 = 12$

$2 \times 7 = 14 \quad \underline{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2} + 2 = 12 + 2 = 14$

$2 \times 8 = 16 \quad \underline{2 + 2 + 2 + 2 + 2} + \underline{2 + 2 + 2} = 10 + 6 = 16$

$2 \times 9 = 18 \quad \underline{2 + 2 + 2 + 2 + 2} + \underline{2 + 2 + 2 + 2} = 10 + 8 = 18$

Таблицу читают так: 2 умножить на 2 получится 4, или по 2 взять 2 раза получится 4.

Можно «подловить» учащихся: «запишите пример: дважды три». Дети, да и взрослые, как слышат, так и пишут $2 \times 3 = 6$. Но, что означает слово «дважды» – два раза по 3, значит, надо записать: $3 \times 2 = 6$. Повторяя эти уловки несколько раз, дети понимают, что к словам в математике надо относиться вдумчиво. Запишите: семью пять (5×7), четырежды девять (9×4), шестью семь (7×6) и т.д.

Конкретный смысл деления.

Деление – это разбиение множества на равномощные непересекающиеся подмножества. Исходя из операции, деление можно выполнить двумя способами.

1. Дано множество натуральных чисел и число элементов в каждом подмножестве. Сколько получится подмножеств? Например, 15 тюльпанов надо разложить в букеты по 3 тюльпана в каждом. Сколько получится букетов?

15 тюл.: 3 тюл. = 5 (букетов).

Такое деление называется «делением по содержанию».

Пример можно прочитать так:

Сколько раз по 3 тюльпана содержится в 15 тюльпанах?

2. Дано множество натуральных чисел и количество подмножеств. Надо распределить элементы множества в эти подмножества поровну. Например, 15 тюльпанов разложите в 3 вазы поровну. Сколько тюльпанов в каждой вазе?

15 тюл.: 3 = 5 тюльпанов.

Такое деление называется «делением на равные части».

Современная методика при разъяснении смысла действия деления не рекомендует введение понятий «деление по содержанию» и «деление на равные части».

Разъяснение этих понятий осуществляется практическим методом, показом и записью деления.

Введение двух видов деления одновременно снимает необходимость уроков по обобщению двух видов деления.

Работу можно организовать так.

К доске выходит ученик. Учитель дает ему 6 тетрадей и велит раздать по 2 тетради девочкам. Так как ученик раздает (распределяет, делит) поровну, то его действие называется делением. Что известно? Было 6 тетрадей, раздали по 2 тетради. Что узнали? Сколько девочек получили тетради? Сделаем рисунок:

6 т : 2 т = 3 (девочки)

Но тетради можно распределить и по-другому. У ученика 6 тетрадей, к доске вышли 2 девочки. Ученик дал 1-ой девочке тетрадь, затем 2-ой девочке тетрадь. И так продолжал, пока не распределил все тетради.

6 т : 2 = 3 т

Проверим, у каждой девочки по 3 тетради, поровну. Значит и это действие тоже деление.

Практическая работа.

1. У каждого ученика полоски бумаги 12 см. И небольшая мерка 2 см. Сколько раз по 2 см содержится в 12 см. Дети откладывают мерку

12 см : 2 см = 6.

2. У каждого ученика полоска 12 см. Разделите ее на 2 равные части (перегните полоску пополам и совместите части). Запишем наши действие: 12 см : 2 = 6 см. Сравните записи наших действий (они одинаковы). Но в первом случае 2 см означало длину мерки, а 6 – количество полученных частей, а во втором случае означало количество частей, а 6 см – длину одной части.

Поэтому смысл деления различен, по характеру действия и по смыслу ответа.

Для углубления понятия двух видов деления полезно, как и в умножении, проводить работу с рисованием предметов, направленным на анализ содержания действия.

1. Дается запись 8 : 4 = 2. Это запись про карандаши, которые раздали детям.

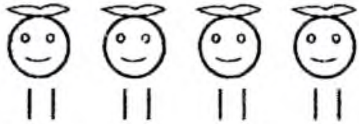
Сколько было карандашей? (8)

А сколько было детей? (Ответ не однозначен, пояснить, что означает два).

1 вариант.

Пусть 2 означает, что детям дали по 2 карандаша, тогда

4 – количество детей.



2 вариант:

Пусть 2 означает девочек, которым дали карандаши, тогда 4 – количество карандашей у девочек.

Более сложное задание: выполните два рисунка к примеру 12 : 4, если речь идет о конвертах и марках. Дети самостоятельно должны выяснить, что означает каждое число и выполнить два рисунка.

2. По рисунку составьте задачу.

△△△ △△△ △△△ △△△

а) на умножение.

б) на деление.

В данных заданиях детей не ориентируют на вычисления, главная задача показать, каким образом осуществляется действие.

Обратить внимание на два вида деления можно и при введении названия компонентов деления и его результата.

Число, которое делят, называется делимое. Число, на которое делят, называется делитель. А вот результат деления называют в зависимости от характера деления.

Когда 12 см : 2 = 6 см. Нашли часть числа, поэтому 6 называется частное.

Когда узнали сколько раз по 2 см содержится в 12 см, то 6 называется отношением.

На «тонкость» в этих понятиях надо обратить внимание в 4 классе, т. к. понятие «отношение» является подготовкой к понятию «пропорция» в 5 классе.

Переместительное свойство умножения.

Усвоение переместительного свойства умножения имеет большое практическое значение, так как позволяет сократить число примеров табличного умножения, которое необходимо запомнить, а также применить на практике вычислений: удобно большее число умножать на меньшее число.

Переместительное свойство умножения способствует углублению понятия конкретного смысла умножения.

Знакомство со свойством надо построить так, чтобы дети смогли сделать самостоятельный вывод: «от перестановки множителей произведение не изменяется».

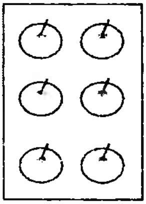
Рассмотрим фрагмент урока по выводу свойства.

1. Подготовительная работа.

а) Возьмите по 2 палочки 3 раза и разложите их парами. Сколько всего палочек? Какой пример на умножение можно составить? ($2 \times 3 = 6$). Наберите этот пример на наборном полотне. Покажите (по общему сигналу).

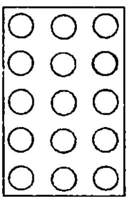
Возьмите по 3 палочки 2 раза и положите их по три. Сколько палочек всего? Какой пример можно составить? Наберите его под первым на наборном полотне. ($3 \times 2 = 6$) Сравните примеры.

б) Посмотрите на рисунок.



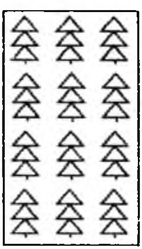
Сколько яблок в ряду?
Сколько рядов по 2 яблока?
Сколько всего яблок?
Как записать? ($2 \times 3 = 6$)
Сколько яблок в столбике? Сколько столбиков по 3 яблока?
Сколько всего яблок? Как решать? ($3 \times 2 = 6$)

Изменилось ли количество яблок, когда их считали по 2, а затем по 3?
Значит: $2 \times 3 = 3 \times 2$, т.е. от перестановки чисел в примерах на умножение ответ не изменяется.
Как называются числа при умножении, как называется результат?
Скажите правило, пользуясь словами: сомножители, произведение.
Повторим правило хором (2–3 раза).
в) Замените умножение примером на сложение и вычислите.
$2 \times 3 = ...$ ($2 \times 3 = 2 + 2 + 2 = 6$)
$3 \times 2 = ...$ ($3 \times 2 = 3 + 3 = 6$)
Мы убедились, что результаты остаются равными.



г) Но в нашей работе мы использовали только числа 2 и 3. Справедливы ли наши рассуждения к любым числам?
Посчитайте кружочки:
а) рядами: $3 \times 5 =$
б) столбиками: $5 \times 3 =$

Найдите результат умножения, заменив его сложением.
Сделайте вывод. $3 \times 5 = 5 \times 3$.

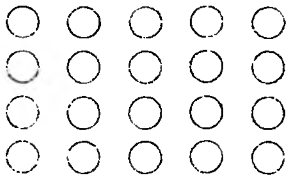


д) Как можно посчитать елочки? (Рядами и столбиками).

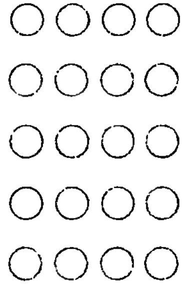
Какие примеры получим: 3×4 и 4×3. Получим ли один и тот же результат? Да, мы считаем одни и те же елочки. Вывод:
$3 \times 4 = 4 \times 3$.

Решим задачу.
Ребята 2 А класса посадили яблони, по 5 яблонь в 4 ряда. Ребята 2 Б класса посадили по 4 вишни в 5 рядов.
Кто больше посадил деревьев?

1) Для простоты деревья изобразим кружочками.



5×4



4×5

Сравнить примеры. Вывод?

Еще раз проговорим правило (закон, свойство) умножения.

Примеры упражнений на закрепление переместительного свойства:

1. Вычислите результат последующего примера, пользуясь решением предыдущего.

$4 \times 9 = 36$	$8 \times 9 = 72$	$32 \times 2 = 64$
$9 \times 4 = ...$	$9 \times 8 = ...$	$2 \times 32 \times ...$

2. Какой знак пропущен?

$7 ... 3 = 3 \times 7$ $\quad$ $9 \times 5 = 5 ... 9$

3. Проверьте, правильно ли поставлен знак « = »

$5 + 5 + 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ $\quad$ Замените левую и правую часть
$2 + 2 + 2 + 2 = 4 + 4$ $\quad$ умножением.

4. Вставьте пропущенное число:

$3 \times 7 = 7 \times ...$ $\quad$ $8 \times 9 = ... \times 8$

5. Приведите возможные рассуждения при выполнении задания:
Найдите значение произведений.

24×2 $\quad$ 15×3 $\quad$ 42×2 $\quad$ 2×24 $\quad$ 3×15 $\quad$ 2×42

С какой целью выполняется задание?

6. Как целесообразнее строить рассуждения при выполнении задания? Найдите результат, пользуясь решением предыдущего примера.

$6 \times 8 = 48$	$4 \times 6 = 24$	$9 \times 5 = 45$
$7 \times 8 =$	$5 \times 6 =$	$8 \times 5 =$

7. Какое практическое правило вытекает из переместительного свойства умножения для вычислений? (Удобно большее число умножать на меньшее число).

Взаимосвязь между компонентами и результатом действия.

Рассмотрение связи между компонентами и результатом действия, правил «о нахождении неизвестного множителя, делимого и делителя» находит практическое применение при решении уравнений, используется при составлении таблицы умножения и связанной с ней таблицы деления.

Формулы связи развивают математический язык. При выводе правил взаимосвязи ученик должен четко понять, что для выполнения действия нужно иметь не менее двух чисел, выполнение действия приводит к результату. Часто учитель, выставив пример вида $8 : 4 = 2$, просит ученика назвать компоненты деления. Ученик отвечает: «Делимое, делитель, частное». Но ответ ученика не верен. Компоненты – это числа, которыми осуществляются действия: делимое и делитель; частное – это уже результат действия. Взаимосвязь между компонентами и результатом действия умножения и деления можно осуществить по-разному.

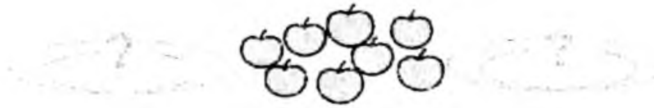
Рассмотрим один из вариантов.

На доске рисунок (или реальные объекты)

Составьте задачу по данному рисунку, чтобы она решалась умножением, запишите ее решение.

$4 \times 2 = 8$

Иллюстрация меняется.



Составьте задачу на деление. Их можно составить две.

$8 : 2 = 4$ $\qquad\qquad$ $8 : 4 = 2$

Дети составляют задачи и записывают решение в тетради.

8

$4 \cdot 2 = 8$

$8 : 4 = 2$ $\qquad\qquad$ $8 : 2 = 4$

Вывод: по задаче на умножение мы составили две задачи на деление.

Деление связано с умножением. Найдем эту связь на математическом языке.

$$4 \cdot 2 = 8$$

$1^{\text{ый}}$ множитель $\quad 2^{\text{ой}}$ множитель $\quad$ произведение

Произведение : $1^{\text{ый}}$ множитель = $2^{\text{ой}}$ множитель $\qquad$ Произведение : $2^{\text{ой}}$ множитель = $1^{\text{ый}}$ множитель

$8 : 4 = 2$ $\qquad\qquad$ $8 : 2 = 4$

Если произведение разделить на первый множитель, то получится второй множитель.

Если произведение разделить на второй множитель, то получится первый множитель.

С целью практического применения этих правил даются упражнения.

1. Решите примеры по образцу.

$9 \times 2 = 18$	$7 \times 4 = 28$	$9 \times 6 = 54$
$18 : 2 =$	$28 : 7 =$	... ...
$18 : 9 =$	... ...	... ...

2. Заполните таблицу.

1-ый множитель	5		6	4
2-ой множитель	2	7		3
Произведение		14	24	

При выполнении этого задания дети используют рисунки и применение правила, т.к. еще не знают таблицу умножения.

1)  $5 \cdot 2 = 10$

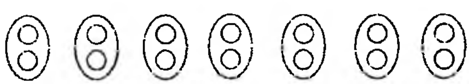
2) 

$14 : 2 = 7$ (по 7 два раза в 14)

Можно сделать так:

7 — это сколько раз складывают неизвестное число, т.е. 14 разложили на 7 одинаковых частей.

Разложу кружки по одному 7 раз, оставшиеся добавлю по одному.



Кружков не осталось.
$14 : 7 = 2$

3) Нарисую 24 кружка. Их получили, сложив по 6 кружков. Узнаю, сколько раз складывали.

$24 : 6 = 4$

Каждое действие закрепляется примером.

3. Решите примеры на деление, используя примеры на умножение:

$42 : 7 = ...$	$56 : 8 = ...$	$36 : 4 = ...$	$48 : 8 = ...$
$8 \times 6 = 48$	$9 \times 4 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 7 = 56$

Ученик сам должен найти нужные примеры для ответа и записать их столбиком.

4. Пользуясь решенным примером, найдите значение делителя.

$6 \times 7 = 42 \qquad 42 : \square = 7$

Рассуждения ученика: «Пример на деление получен из примера на умножение. Если произведение разделим на первый множитель, получим второй множитель».

Полезно также решать тройки взаимообратных задач, при решении которых закрепляются связи между компонентами и результатом действий.

Случаи умножения и деления с числами 0 и 1.

В 3 классе рассматриваются случаи

$a \times 1 = a$; $\quad 1 \times a = a$; $\quad a : 1 = a$; $\quad a : a = 1$;

$a \times 0 = 0$; $\quad 0 \times a = 0$; $\quad 0 : a = 0 \quad a : 0$ — невыполнимо.

Кажущееся сходство этих случаев ведут к несуразным ошибкам. Например, спутав $0 : a = 0$ и $a : 0$ дети часто дают ответ: $a : 0 = 0$. Зная, что $3 \times 0 = 0$; $5 \times 0 = 0$, теряются при решении 128×0. При решении примеров вида $(21 : 7 + 84 : 2) \times 0$ производят вычисления по порядку действий, не видят, что в результате получится нуль.

В дальнейшем при выполнении операций над многозначными числами не видят рационального применения знаний. Так, в примерах вида 348×51, находя первое неполное произведение 348×1, поэтапно умножают: $8 \times 1 = 8$; $4 \times 1 = 4$; $3 \times 1 = 3$.

Довольно много ошибок допускается учащимися при умножении и делении чисел, в записи которых в середине содержатся нули.

Все факты говорят о том, что действия с 0 и 1 требуют особого внимания учителя.

Рассмотрим теоретическую основу указанных случаев.

Случай $1 \times a$ и $0 \times a$ основаны на конкретном смысле умножения.

$$1 \times a = \underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{a \text{ раз}} = a$$

$$0 \times a = \underbrace{0 + 0 + \ldots + 0}_{a \text{ раз}} = 0,$$

так как умножение — это сложение одинаковых чисел. 1 и 0 это числа, которые складывают, a — число, показывающее, сколько раз складывают 1 или 0.

Случаи $a \times 1$ и $a \times 0$ нельзя объяснить, опираясь на смысл умножения, т.к. для сложения нужно не менее двух слагаемых. Это особые случаи умножения. Они приняты аксиоматически.

$$a \times 1 = a$$
$$a \times 0 = 0$$

Эти случаи надо запомнить.

Однако надо показать, что они подчиняются законам умножения, иначе их не считали бы умножением. Например, на них распространяется переместительное свойство умножения.

Доказательство ведется методом неполной индукции.

$1 \times 3 = 1 + 1 + 1 = 3$ $\quad$ $1 \times 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

$3 \times 1 = 3$ особый случай $\quad$ $5 \times 1 = 5$ особый случай.

Сравним пары выражений: $1 \times 3 = 3 \times 1$; $1 \times 5 = 5 \times 1$

Действия одинаковые, множители одинаковые, результаты одинаковые. Но множители поменялись местами. Значит, и для случая с единицей справедливо переместительное свойство умножения.

Аналогичное доказательство проводим для действий с нулем.

Случаи деления: $a : 1 = a$; $a : a = 1$; $0 : a = 0$; $a : 0$ доказываются на основе связи деления с умножением.

Что значит $a : b$? Это значит найти такое число c, которое при умножении на b дает a.

$$a : b = c <=> c \times b = a$$

$5 : 1 = 5$, т.к. $5 \times 1 = 5$	$a : 1 = a$, т.к. $a \times 1 = a$
$0 : 4 = 0$, т.к. $0 \times 4 = 0$	$0 : a = 0$, т.к. $0 \times a = 0$
$5 : 5 = 1$, т.к. $1 \times 5 = 5$	$a : a = 1$, т.к. $1 \times a = a$

Попрсбуем $5 : 0$.

Какое бы число мы ни взяли в частном, при умножении его на нуль всегда получится нуль, а не то число, которое делим. При делении на нуль ответ получить невозможно, это действие **невыполнимо.** Поэтому математики вводят запрет: **делить на нуль нельзя!**

$0 : 0 =$ любое число, т.е. пример имеет бесчисленное множество решений. Какос бы число мы не поставили в частное при умножении его на делитель 0, получаем делимое 0.

Учитель постоянно должен держать в поле зрения действия с нулем и единицей, дополняя задания учебника разнообразными упражнениями.

1. Решите примеры, поставив вместо точек нужное число.

$... \times 35 = 35$	$... : 3 = 2$	$10 \times ... = 10$	$... : 5 = 1$
$... \times 35 = 0$	$... : 3 = 10$	$10 \times ... = 0$	$5 : ... = 1$

2. Вставьте пропущенные знаки.

25 * 0 = 25	0 * 17 = 17
25 * 0 = 0	0 * 17 = 0
39 * 1 = 39	0 * 9 = 9
39 * 1 = 40	9 * 0 = 0

3. Лола задумала число, умножила его на 8 и получила 0. Какое число задумала Лола?

4. Аня задумала число, разделила его на 12 и получила 1. Какое число задумала Аня?

5. Составьте примеры на умножение с ответом 0 (1).

6. Составьте примеры на деление с ответом 1 (0).

7. Представьте число 8 (3; 18) в виде произведения двух чисел, одно из которых 1.

8. Составьте четыре примера на произведение двух однозначных чисел с ответом 6.

9. Вычислить.

87×0	0×234	$6 \times 0 : 305$	$0 \times (67 - 39)$
$87 : 1$	217×0	$0 : 15 \times 83$	$(23 + 98) \times 0$
$87 - 1$	1×95	$17 : 1 + 0$	$61 \times (90 - 89)$
$87 + 1$	95×1	$23 : 23 + 8$	$(17 - 17) : 75$

10. Нигора сказала, что придумала такой пример, который никто решить не сможет. Права ли Нигора?

11. Рано сказала, что придумала пример, в котором ответ будет любое число. Можно ли придумать такой пример?

12. Переместительное свойство позволяет объяснить умножение числа на 10. Вычислить: $7 \times 10 = 10 \times 7 = 1$ д. $\times 7 = 7$ д. $= 70$

Выводится практическое правило: чтобы умножить число на десять, надо к нему справа приписать нуль.

Табличное умножение и деление.

Формирование навыков табличного умножения и деления является центральной задачей темы «Умножение и деление». Знание табличных случаев должно быть доведено до автоматизма.

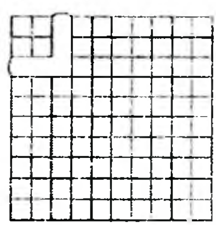
Прочное усвоение таблицы обеспечивает в дальнейшем успешность выполнения как устных, так и письменных вычислений.

К моменту начала изучения табличного умножения дети должны четко усвоить:

1) смысл действий умножения и деления;
2) название компонентов действий и их результатов;
3) переместительное свойство умножения;
4) взаимосвязь между компонентами и результатом действия;
5) умножение и деление на 1 и на 10.

Традиционно сначала составляется таблица умножения двух сразу после уяснения детьми конкретного смысла умножения и изучения дальнейших вопросов.

Составление таблицы проводим с использованием квадрата и уголка.



— Изобразите на своих квадратах $2 \cdot 2$.

Дети покрывают 2 ряда по 2 в каждом.

— Сколько всего квадратов? (4) Как узнали? $(2 + 2)$.

Запишем. Сколько получится, если $2 \cdot 2$? Запишем в таблице умножения:

$2 \cdot 2 = 4$, т.к. $2 + 2 = 4$

— Изобразите $2 \cdot 3 = 6$, т.к. $2 + 2 + 2 = 6$.

Как можно найти вторую сумму, пользуясь первым результатом
(4 + 2 = 6).

Изобразим следующие произведения 2 · 4; 2 · 5.
Записав таблицу, читаем примеры по-разному:
2 умножить на 3, получится 6;
по 2 взять 3 раза, получится 6;
произведение чисел 2 и 3 равно 6;
трижды два — 6 (трижды — три раза). На закрепление даются задания:
1. «На каждой тарелке по 2 яблока. Сколько яблок на четырех тарелках?»
2. Один карандаш стоит 2 сума. Сколько стоят 5 карандашей?
3. Составь задачу по рисунку, чтобы она решалась умножением.

4. Соответствует ли рисунок записи?

2 · 3

5. Анализ решения задачи.

Может ли выражение 32 – (2 · 4) быть решением задачи? «В бидоне 32 л молока. Продавец налил 9 покупателям по 2 литра. Сколько л осталось в бидоне?» Какое число нужно изменить в задаче, чтобы запись стала ее решением? (4 покупателя)

На дом: выучить таблицу и решить примеры 7 · 2 + 8; 2 · 9 + 36; 2 · 8 + 29, заменив произведение суммой одинаковых слагаемых.

На следующем уроке параллельно с рассмотрением смысла деления составляется еще две строки 2 · 8 и 2 · 9. Нарушение последовательности строк не случайно, оно способствует более свободному оперированию табличными случаями при решении примеров.

На третьем уроке рассматривается 2 · 7, 2 · 6, на каждом уроке важно осуществлять контроль усвоения. Для этой цели используются различные формы проверки знаний: фронтальный опрос, математический диктант, перфокарты, письменная работа, работа по карточкам. Работа проводится в темпе. Учитель показывает карточки 2 · 3; 2 · 4; 2 · 5, учащиеся называют ответ. Далее не по порядку. Можно организовать соревнование между рядами.

На 4–5 уроках проводятся упражнения на закрепление. Большое значение здесь имеют упражнения на скорость.

1. Кто быстрее заполнит таблицу?

a	2	4	8	9	3	5
$2 \cdot a$						

2. Кто за отведенное время напишет больше примеров на умножение с числами: 2, 8, 4, 16, 9, 18.

3. Назовите примеры в порядке их возрастания: 2 · 7, 2 · 2, 2 · 5, 2 · 6, 2 · 9, 2 · 8, 2 · 4, 2 · 3.

4. Какие случаи таблицы пропущены? Кто быстрее запишет их справа?

$2 \cdot 2 = 4$
$2 \cdot 5 = 10$
$2 \cdot 7 = 14$
$2 \cdot 8 = 16$

5. Вставьте в окошки нужные числа.

$2 \cdot \square = 14$ $\qquad$ $2 \cdot \square = 10$ $\qquad$ $2 \cdot \square = 18$

Таким образом, материал, связанный с составлением таблицы, можно распределить по урокам

1) $2 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; $2 \cdot 4$; $2 \cdot 5$. $\qquad$ 2) $2 \cdot 8$; $2 \cdot 9$. $\qquad$ 3) $2 \cdot 6$; $2 \cdot 7$.

Для осознания практического использования переместительного свойства полезны задания:

1. Быстро прочитайте примеры, в которых одинаковые ответы:

$3 \cdot 2$; $5 \cdot 2$; $2 \cdot 4$; $2 \cdot 3$; $4 \cdot 2$; $8 \cdot 2$; $2 \cdot 9$; $2 \cdot 8$.

2. Запишите различные примеры на умножение с данными числами: 2, 4, 8, 16, 18, 9, 6, 12.

3. Вставьте пропущенные числа:

$\square \cdot 8 = 8 \cdot 2$, $\qquad$ $9 \cdot \square = 2 \cdot 9$, $\qquad$ $2 \cdot \square = 6 \cdot 2$

4. Сравните, не вычисляя:

$\underbrace{9 \cdot 2}_{\text{2 раза по 9}} > \underbrace{8 \cdot 2}_{\text{2 раза по 8}}$

$2 \cdot 9 \ldots 8 \cdot 2$
$4 \cdot 2 \ldots 5 \cdot 2$
$2 \cdot 7 \ldots 6 \cdot 2$

На итоговом уроке составляется итоговая таблица умножения 2-х и деления на 2.

Она содержит 4 столбика примеров:

$2 \cdot 2 = 4$		$4 : 2$	
$2 \cdot 3 = 6$	$3 \cdot 2$	$6 : 2$	$6 : 3$
$2 \cdot 4 = 8$	$4 \cdot 2$	$8 : 2$	$8 : 4$
$2 \cdot 5 = 10$	$5 \cdot 2$	$10 : 2$	$10 : 5$
$2 \cdot 6 = 12$	$6 \cdot 2$	$12 : 2$	$12 : 6$
$2 \cdot 7 = 14$	$7 \cdot 2$	$14 : 2$	$14 : 7$
$2 \cdot 8 = 16$	$8 \cdot 2$	$16 : 2$	$16 : 8$
$2 \cdot 9 = 18$	$9 \cdot 2$	$18 : 2$	$18 : 9$

Аналогично составляются остальные таблицы. Ускорить запоминание таблицы, сделать встречу с ней радостной, можно, проведя разумную подготовительную работу уже в 1-ом классе. Изучив числа до 100, можно начинать готовиться к запоминанию таблицы.

I этап. Задание: записать двойками число 20, т.е. прибавляя к двум по два: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

Этот ряд в течение нескольких уроков запоминаем в прямом и обратном порядке. Проводится игра-соревнование «Прошагай и сосчитай».

Вопросы «Сколько будет, если взять две двойки, три двойки, пять двоек, восемь двоек?»

Сначала ведутся записи в тетради: 2 + 2 = 4 ... Затем устная работа.

Когда ряд достаточно хорошо усвоен, вводятся последовательно ряды чисел, полученные сложением по 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

...

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.

Затем ведется работа по всем рядам. Продолжается она длительное время в начале каждого урока в течение 3-4 минут.

Во 2 классе изучается таблица умножения – это второй этап.

При составлении ее считаем двойками, тройками, ... девятками. Дети давно знают ответы. Идет работа по записи и заучиванию табличных случаев.

$4 \cdot 9 = 36$
$9 \cdot 4 = 36$
$36 : 4 = 9$
$36 : 9 = 4$.

Теперь числовые ряды дети проговаривают с расшифровкой:

«6 – это $2 \cdot 3$, 8 – это $2 \cdot 4$, 10 – это $5 \cdot 2$ и т.д.». В памяти остается тройка чисел: 6, 2, 3; 8, 2, 4; 10, 2, 5 ...

На III этапе составляется вся таблица. Затем задание: записать в строчку числа, которые есть в таблице, начиная с числа 12: 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 30, 32, 35, 36, 40, 42, 45, 48, 49, 54, 56, 63, 64, 72, 81. *Эти числа называются табличными.*

Вот, вся таблица умещается в двух строчках, ее легко держать в памяти и опять урок начинается с записи таблицы в строчку. 3–4 мин. сначала диктуют все, потом «сильные» ученики, затем цепочкой, потом любой ученик. Обязательно с расшифровкой.

Записали и объяснили: 12 – это $3 \cdot 4$ или $6 \cdot 2$; 15 – это $3 \cdot 5$ и т.д. Работа ведется устно. Но если пример забыт, его надо записать. Обычно дети забывают расшифровку чисел: 32, 42, 49, 54, 56, 63, 64, поэтому их надо задавать чаще. Числа, на которые есть два примера, выделяются. Например, обвести кружком, записать другим цветом. Их всего пять: 12, 16, 18, 24, 36.

На некоторое время можно повесить настенную таблицу.

Табличные числа

до 20 – 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20
до 30 – 21, 24, 27, 28, 30
до 40 – 32, 35, 36, 40
до 50 – 42, 45, 48, 49
до 60 – 54, 56
до 70 – 63, 64

до 80 — 72
до 90 — 81

Чтобы нацелить детей на запоминание, на уроке таблица снимается. За две недели до полного снятия таблицы учитель предупреждает, что таблицу снимет, ее надо запомнить на всю жизнь.

Выделяют с учащимися числа, которых в таблице нет (13, 17, 19, 22, 23 и т.д.), их назовем **нетабличными числами.**

Они помогут в изучении тем «Внетабличное деление», «Деление с остатком», «Деление многозначных чисел» (при подборе цифры частного).

Внетабличное умножение и деление.

Задачи изучения темы.

1. Познакомить учащихся со свойствами арифметических действий и сформировать умение пользоваться ими при устных вычислениях.

2. Усвоить приемы устных вычислений в пределах 100 при умножении двузначного числа на однозначное число, однозначного числа на двузначное число, двузначного числа на двузначное число.

3. Сформировать умение выполнять деление с остатком.

В основе формирования вычислительных приемов лежит усвоение различных вопросов начального курса математики.

1) Умножение двузначного числа на однозначное число содержит:
разрядный состав числа;
свойство умножения суммы на число;
умножение чисел, оканчивающихся нулями;
знание таблицы умножения;
сложение двузначных чисел;

$23 \cdot 4 = (20 + 3) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 80 + 12 = 92$

2) Деление двузначного числа на однозначное число.

$42 : 3 = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14$
$46 : 2 = (40 + 6) : 2 = 40 : 2 + 6 : 2 = 20 + 3 = 23$

разрядный состав числа;
свойство деления суммы на число;
деление чисел, оканчивающихся нулями;
табличные случаи деления;
«удобный» состав чисел;
3) Деление двузначного числа на двузначное число. 85 : 17
связь деления с умножением;
переместительное свойство;
умножение двузначного числа на однозначно число;
прием подбора;

Знакомство со свойством умножения суммы на число следует ввести при решении задачи.

«Бабушка связала 4 пучка морковок. В каждом пучке 3 красные и 2 желтые морковки. Сколько всего морковок в четырех пучках?»

Решение:

I способ. 1) Сколько морковок в пучке?

$3 + 2 = 5$

2) Сколько всего морковок?

$5 \cdot 4 = 20$

Запишем решение выражением: $(3+2) \cdot 4 = 20$.

Ответ: 20 морковок.

II способ. 1) Сколько всего красных морковок?

$3 \cdot 4 = 12$

2) Сколько всего желтых морковок?

$2 \cdot 4 = 8$

3) Сколько всего морковок?

$12 + 8 = 20$

Запишем решение выражением: $3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 20$.

Ответ: 20 морковок.

Значения выражений равны, значит, выражения равны:

$(3 + 2) \cdot 4 = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4$

«Переведем» запись на язык математики

сумма число

$(3 + 2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4$

I сл. II сл. I сл. число + II сл. число

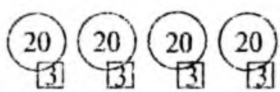
Чтобы умножить сумму на число, надо каждое слагаемое умножить на число и полученные неполные произведения сложить. Выражения $3 \cdot 4$; $2 \cdot 4$ назовем неполными произведениями, т.к. они составляют лишь части всего произведения.

Далее рассматривается решения примеров вида $23 \cdot 4$; $36 \cdot 2$; $2 \cdot 45$; $5 \cdot 16$.

Умножение вида 23×4 основано на правиле умножения суммы на число: $23 \times 4 = (20 + 3) = 20 \times 4 + 3 \times 4 = 80 + 12 = 92$. Как и все вычислительные приемы в пределах 100, этот прием можно иллюстрировать.

Как представили числа?

$(20 + 3)$



Сколько раз по $(20 + 3)$ поставили? (4)

Сколько всего кружков?

Сколько всего квадратов?

$23 \cdot 4 = (20 + 3) \cdot 4 = 20 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 80 + 12 = 92$.

Решим несколько примеров с объяснением.

Памятка:

заменим...

получим...

удобно...

$36 \cdot 2 = (30 + 6) \cdot 2 = 30 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 60 + 12 = 72.$

Заменим 36 суммой десятков и единиц; получим умножение суммы на число, удобно каждое слагаемое умножить на число и неполные произведения сложить.

Полный проговор используется 3–4 урока, но полная запись сокращается или представляется в виде схемы.

Затем сокращается полный проговор.

Решение примеров вида: 2×45 основано на переместительном свойстве.

$2 \cdot 45 = 45 \cdot 2$

$5 \cdot 16 = 16 \cdot 5$

$16 \cdot 5 = (10 + 6) \cdot 5$

$10 \cdot 5 = 50$ и $6 \cdot 5 = 30$

Итого 80.

Далее решаются примеры «про себя». Ответ записывается сразу. В случае ошибок, ученик возвращается к полному проговору.

Деление двузначного числа на однозначное число также требует подготовительной работы.

Вновь появляется таблица умножения, данная в ответах:

2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 21, 24, 25, 27, 28.
32, 35, 36, 42, 45, 48, 49, 54, 56, 63, 64, 72, 81.

Учитель вызывает учащихся на отработку быстроты табличного деления.

1) Игра «Торопись, да не ошибись». (Ответы дети показывают с помощью разрезных чисел). Сколько раз по 3 содержится в числе 15 (30; 18)?

24 уменьшить в 3 раза;

12 разделить на 3;

27 уменьшить в 3 раза и т.п.

2) При делении какого числа на 5 в частном получим 8?

При делении какого числа на 4 в частном получим 5?

Какие числа при делении дают в ответе 5?

(Числа, которые оканчиваются нулем или 5).

Почему? Докажем это!

Выпишем все известные случаи умножения на 5.

$1 \cdot 5 = 5$	$6 \cdot 5 = 30$
$2 \cdot 5 = 10$	$7 \cdot 5 = 35$
$3 \cdot 5 = 15$	$8 \cdot 5 = 40$
$4 \cdot 5 = 20$	$9 \cdot 5 = 45$
$5 \cdot 5 = 25$	$10 \cdot 5 = 50$

Подчеркнем примеры, в которых сомножитель четный (2, 4, 6, 8, 10). Прочитайте примеры, в которых сомножитель нечетный.

Делаем вывод:

1. При умножении четных чисел на 5 получаем четное число, оканчивающееся на нуль («круглые» числа).

2. При умножении нечетных чисел на 5 получаем нечетное число, оканчивающееся на 5.

3. Действие деление обратно действию умножения:

1) по 4 взять 5 раз получится 20; а 20 разделить на 4 получится ...

2) по 9 взять 5 раз получится 45; а 45 разделить на 9 ...?

4. Необходимо обратить внимание детей на то, что в следующих примерах в результате деления получается один десяток:

20 : 2	40 : 4	60 : 6	80 : 8
30 : 3	50 : 5	70 : 7	90 : 9

5. Какие числа до 100 при делении на 2, 3, 4, 5 в результате дают круглые числа?

Составляется таблица, дети ее записывают на карточку:

20: 2 = 10	30 : 3 = 10	40 : 4 = 10	50 : 5 = 10
40 : 2 = 20	60 : 3 = 20	80 : 4 = 20	100 : 5 = 20
60 : 2 = 30	90 : 3 = 30		
80 : 2 = 40			
100 : 2 = 50			

После записи первого столбика выяснить, почему при делении 20, 40, 60, 80, 100 на 2 получаются «круглые» числа?

(Количество десятков в делимом — четные числа, а четные числа на 2 делятся нацело).

6. Сравните выражения двух столбиков:

20 : 2	30 : 2
40 : 2	50 : 2
60 : 2	70 : 2
80 : 2	90 : 2
100 : 2	

Обоснуйте решение первого столбика.

Обьясните решение второго столбика. Количество десятков в делимом нечетное число, нечетное число десятков при делении на 2 дают в остатке 1 десяток, поэтому делить будем так:

30 : 2 = (20 + 10) : 2 = 20 : 2 + 10 : 2 = 10 + 5 = 15.

При делении 50 : 2; 70 : 2; 90 : 2 задаем вопрос, какое число, близкое к 50 (70, 90), делится на 2 так, что получаются «круглые» числа?

Кому трудно ответить, посмотрите в карточку.

50 : 2

Выделяем из 50 в первое слагаемое четное число десятков, получим:
50 : 2 = (40 + 10) : 2 = 40 : 2 + 10 : 2 = 20 + 5 = 25.

А можно ли делимое заменить суммой трех слагаемых? (можно)

90 : 2 = (60 + 20 + 10) : 2

90 : 2 = (40 + 40 + 10) : 2, но это неудобно, делить долго.

Подготовительные упражнения занимают несколько уроков в устном счете.

Далее изучается свойство деления суммы на число по плану:

1) чтение выражения и повторение его компонентов.

2) практическая иллюстрация деления суммы на число двумя способами.

3) подробная запись и введение двух правил (...проговор).

В проговоре следует ввести слова «неполное делимое».

Так как делимое заменяется слагаемыми, которые составляют его части, то каждое слагаемое будем называть неполными делимыми.

4) Решение примеров двумя способами.

5) Решение примеров наиболее удобными способами.

(20 + 16) : 6 = 36 : 6 = 6, т.к. это табличное деление.

(30 + 9) : 3 = 30 : 3 + 9 : 3 = 10 + 3 = 13, т.к. 39 на 3 мы делить не умеем, его в таблице умножения нет, 39 — нетабличное число.

При такой подготовке деление двузначного числа на однозначное число не вызовет затруднений. Первое время следует «расписывать» прием.

Памятка: «Заменим ... Получим ... Удобно ...» помогает дать полный проговор.

Позднее объяснение дается без развернутой записи, а проговор сворачивается, дается кратко и затем объяснение «про себя».

Запись примеров также можно показать схемой.

Особое затруднение вызывают у детей случаи, когда делимое надо представлять в виде суммы удобных слагаемых. При подготовке к этим вычислениям в устный счет следует включить такие упражнения:

1) Под каждым числом запишите ближайшее круглое число, которое без остатка делится на 3 (4, 5, ...)

42, 48, 75, 54, 87.

2) Замените данные числа суммой таких двух чисел, которые без остатка делятся на 3: 42, 48, 54, 75, 87.

(42 : 3) = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 =10 + 4 = 14.

Деление двузначного числа на двузначное число в пределах 100 основано на знании таблицы умножения, умении умножать двузначное на однозначное число и понимании связи деления с умножением.

Дети еще раз уясняют, что значит 20 : 4. Это значит, подобрать такое число (5), которое при умножении на 4 дает 20.

Основной прием деления двузначного на двузначное число состоит в подборе частного методом проб.

39 : 13

Рассуждение: «Чтобы 39 разделить на 13, надо подобрать такое число, при умножении которого на 13 получим 39». Предположим это 2, тогда 13 · 2 = 26, это мало. Проверю число 3. 13 · 3 = 39. Значит, 39 : 13 = 3.

Запись в тетрадях имеет вид:

$96 : 16 = 6$
$16 \cdot 2 = 32$
$16 \cdot 3 = 48$
$16 \cdot 4 = 64$
$16 \cdot 5 = 80$
$16 \cdot 6 = 96$

Так следует решать несколько уроков. При этом способе дети повторяют таблицу умножения и закрепляют умножение двузначного числа на однозначное число. Но затем учитель обращает внимание, что при некоторых вычислениях количество проб велико и решение становится неудобным, долгим.

Сократить количество проб нам поможет таблица умножения.

Например 39 : 13.

На какое число надо умножить 13, чтобы получить 39? Делимое 39 оканчивается цифрой 9, делитель 13 – цифрой 3. Вспомним таблицу умножения трех и подумаем, на какое число надо умножить 3, чтобы произведение оканчивалось цифрой 9.

Это число 3, т.к. $3 \cdot 3 = 9$.

Проверим, подойдет ли оно в качестве частного? $13 \cdot 3 = 39$.

Значит, $39 : 13 = 3$.

Далее следует сравнить первый и второй способы:

первый способ закрепляет теоретическую основу приема,

второй – готовит к практическому подбору цифры при делении многозначных чисел.

Решим несколько примеров.

85 : 17

Метод проб:	Рассуждение.
$85 : 17 = 5.$	Найдем частное, используя последние цифры делимого
$17 \cdot 2 = 34$	и делителя. 85 заканчивается цифрой 5, а 17 – цифрой 7.
$17 \cdot 3 = 51$	Вспомним таблицу 7 и в ней строку, чтобы произведение
$17 \cdot 4 = 68$	оканчивалось цифрой 5. Это: $7 \cdot 5 = 35$.
$17 \cdot 5 = 85$	Проверяем $17 \cdot 5 = 85$ Значит, $85 : 17 = 5$.

Метод проб:	Рассуждение.
$98 : 14 = 7$	98 : 14,
$14 \cdot 2 = 28$	в таблице умножения на 4 произведение оканчивается
$14 \cdot 3 = 42$	цифрой 8 дважды.
$14 \cdot 4 = 56$	Это 2 и 7. Пробуем 2.
$14 \cdot 5 = 70$	$14 \cdot 2 = 28$, не подходит. Пробуем 7. $7 \cdot 14 = 98$.
$14 \cdot 6 = 84$	Значит, $98 : 14 = 7$.
$14 \cdot 7 = 98$	

Чтобы в дальнейшем использовать второй способ подбора, следует в устный счет вводить упражнения:

1. Какой цифрой оканчивается произведение чисел 19 и 5 (23 и 8)?

Рассуждение: $19 \cdot 5 = (10 + 9) \cdot 5 = 50 + 45 = \ldots 5$.

$23 \cdot 8 = (20 + 3) \cdot 8 = \ldots + 24 = \ldots 4$ и т.д.

Подбор цифры вторым способом следует повторить перед делением многозначного числа на двузначное число.

Деление с остатком.

Изучение темы имеет практическую ценность для расширения и углубления знаний учащихся о делении как арифметическом действии;

для создания новых условий применения табличных случаев умножения и деления;

для своевременной подготовки учащихся к изучению письменных приемов деления.

Особенность деления с остатком в том, что в ответе получаются два числа.

Например, 31 : 9 = 3 (ост. 4).

Число 3 – это неполное частное, 4 – остаток.

В общем виде определение деления с остатком такое:

разделить a на b с остатком – это значит найти такие числа q и r, что $a = b \cdot q + r$, причем $0 < r < b$. Если $r = 0$, то получаем деление нацело. Сначала надо показать детям, что деление нацело не всегда выполнимо. Для этого проводятся практические работы.

1. Возьмите 14 кружков. Разложите по 2 кружка. Сколько раз по 2 кружка содержится в 14 кружках? Как это записать?

14 : 2 = 7 

2. Разложите 14 кружков по 4 кружка.

Что получилось? (По 4 кружка получили 3 раза, и 2 кружка осталось). Почему наше действие можно назвать делением? (Потому что кружки раскладывали поровну).

Что особенного мы обнаружили? (2 кружочка осталось, по 4 их разложить не смогли). Такое деление называется делением с остатком.

3. Разложите 14 кружков на 4 равные части. Как это выполнить?

Сначала положим по одному кружочку 4 раза.

Потом к каждому кружку будем добавлять поодному, пока все кружки не кончатся, а в группах было кружков поровну.

Осталось два кружка, добавить к группам их мы не можем, т.к. нам надо, чтобы в каждой группе кружков было поровну. Значит, 2 кружка осталось.

Сделаем еще несколько делений:

8 треугольников разложите по 3 треугольника;

8 треугольников разложите на 3 равные части и т.п.

Ученики называют результаты и показывают остатки.

Деление с остатком записывается так:

14 : 4 = 3 (ост.2)
8 : 3 = 2 (ост. 2)

Запись читают так: «14 разделить на 4, получится 3 и 2 в остатке» или «Делимое 14, делитель 4, неполное частное 3, остаток 2».

Объясните, почему 3 называется неполным частным? Часто слово «неполное» пропускают и говорят частное. Но всегда надо помнить, что когда есть остаток, в ответе надо называть два числа. Тогда ответ получится полным. Затем два-три примера зарисовываются в тетради.

1) 15 : 4

15 : 4 = 3 (ост.3)

2) Выполнить деление, сделав рисунки:

7 : 3; 10 : 4; 10 : 6; 11 : 4; 12 : 3.

3) Покажите деление двумя способами:

17 : 3

Дети производят деление по содержанию и деление на равные части, убеждаются, что выполнение деления разное, а запись одна: 17 : 3 = 5 (ост. 2).

4) Приведите свои примеры деления, когда получается остаток.

Когда делимое большое, то практическое деление палочек, кружков становится трудным и долгим.

Надо искать удобный, более легкий прием. В этом нам поможет умножение.

Решим, 31 : 3.

Вспомним таблицу умножения на 3. Числа 31 в ответах там нет. 31—нетабличное число. Найди самое большое табличное число до 31, которое на 3 делится без остатка. Это 30. Тогда,

31 : 3 = (30 + 1) : 3 = 30 : 3 + остаток 1 = 10 (ост. 1)

На втором уроке показывают, что **при делении остаток всегда должен быть меньше делителя.**

Повторив, как мы 31 : 3, выясняем, мы взяли 30 из 31 и разделили на 3. Возьмем из 31 не 30, а, например, 24 разделим на 3. Сколько получится? (24 : 3 = 8), а сколько останется? (Так как надо разделить 31, а мы разделили всего 24, то останется 31 − 24 = 7). Но можно ли оставлять в остатке 7? Почему? (Потому что из 7 можно взять еще 6 и разделить на 3).

Значит, при делении 31 на 3 надо взять из 31 столько, чтобы в остатке получилось число, меньшее 3, т.е. остаток всегда меньше делителя. Запомним рассуждение при делении с остатком 45 : 6.

1. Найду самое близкое к делимому число, которое меньше делимого и без остатка делится на 6. Это число 42.

2. Разделю 42 на 6, получу 7.

3. Узнаю, остаток. Я разделила 42, а надо делить 45, значит, 45 − 42 = 3, в остатке 3.

4. Сравню остаток с делителем: 3 меньше 6.

Значит, неполное частное подобрано правильно.

45 : 6 = 7 (ост. 3)

Как проверяют деление? (Умножением).

Как проверить 36 : 3 = 12 <=> 12 · 3 = 36.

Как проверить деление с остатком?

45 : 6 = 7 (ост. 3), значит 7 · 6 + 3 = 45.

Чтобы проверить деление с остатком, надо: 1) сравнить остаток с делителем, остаток должен быть меньше делителя; 2) частное умножить на делитель, прибавить остаток и получить делимое.

Деление с остатком позволяет **делить меньшее число на большее число.**

Например, 5 : 9 = 0 (ост. 5), т.к. 0 · 9 + 5 = 5

12 : 17 = 0 (ост. 12), т.к. 0 · 17 + 12 = 12

Решение таких примеров готовит к делению многозначных чисел, в частном которых в середине 0.

Следует выучить с детьми правило:

Если делимое меньше делителя, то неполное частное равно нулю, а остаток равен делимому.

12 : 15 = 0 (ост. 12)   87 : 98 = 0 (ост. 87)   125 : 327 = 0 (ост. 125)

Деление с остатком трудная тема, поэтому примеры на деление с остатком надо систематически включать в устный счет.

Письменное умножение и деление.

Задачи изучения темы.

1. Раскрыть теоретическую основу алгоритмов письменного умножения и деления. Уметь сознательно пользоваться алгоритмами умножения и деления на однозначное, двузначное и трехзначное число.

2. Познакомить учащихся со свойствами умножения и деления числа на произведение.

3. Совершенствовать навыки табличного и внетабличного умножения и деления.

Умножение и деление рассматриваются в следующей последовательности:

– умножение на однозначное число;
– деление на однозначное число;
– умножение числа на произведение;
– умножение чисел, оканчивающихся нулями;
– деление чисел на произведение;
– деление чисел, оканчивающихся нулями;
– умножение на двузначное и трехзначное число;
– деление на двузначное и трехзначное число;

Умножение и деление в пределах 1 000. В концентре 1 000 рассматриваются только устные приемы умножения и деления:

1) Умножение и деление круглых сотен на однозначное число (200×3; $800 : 4$).

2) Умножение и деление круглых десятков на однозначное число (60×3; $240 : 4$).

Примеры вычислений сводятся к табличному умножению и делению.

1) $\underline{200 \times 3}$
2 сот. × 3 = 6 сот.
6 сот. = 600
$200 \times 3 = 600$

$\underline{800 : 4}$
8 сот. : 4 = 2 сот.
2 сот. = 200
$800 : 4 = 200$

2) $\underline{60 \times 7}$
6 дес. × 7 = 42 дес.
42 дес. = 420
$60 \times 7 = 420$

$\underline{240 : 3}$
24 дес. : 3 = 8 дес.
8 дес. = 80
$240 : 3 = 80$

В подготовительные упражнения включаются задания на замену одних счетных единиц другими.

1) Сколько всего десятков в числах 60, 90, 120, 240?
2) Сколько единиц в 5 дес., 9 дес., 3 сот., 5 сот.?
3) Сравнить 6×4 и 6 дес. × 4; $32 : 8$ и 32 дес. : 8

Умножение на однозначное число. Работу можно начать с задания:

1. Выпиши из данных выражений те, в которых число умножается на однозначное число:

2×3; 23×3; 213×3; 203×9; 2345×2; 3×2543; 213×1; 213×0; 28×9; 23×10; 23×11; 213×10; 2130×3; 213×9; 213×6.

Значение каких выражений ты можешь найти?

Замени, где можно, умножение сложением и найди результат.

Как иначе найти 23×3, можно ли этот прием применить к другим выражениям?

Выполняя задания, дети повторяют конкретный смысл умножения, переместительное свойство, $a \times 1$; $a \times 0$; $(a + b) \times c$.

2. Сравните вычисления:

$(8 + 5 + 4) \times 3 = 17 \times 3 = (10 + 7) \times 3 = 30 + 21 = 51$
$(8 + 5 + 4) \times 3 = 8 \times 3 + 5 \times 3 + 4 \times 3 = 24 + 15 + 12 = 51$
$(6 + 8 + 5 + 3) \times 4 = 22 \times 4 = (20 + 2) \times 4 = 80 + 8 = 88$
$(6 + 8 + 5 + 3) \times 4 = 6 \times 4 + 8 \times 4 + 5 \times 4 + 3 \times 4 = 24 + 32 + 20 + 12 = 88$.

Сопоставляя вычисления, дети делают вывод, что правило умножения суммы на число справедливо для суммы с любым количеством слагаемых.

Используя этот вывод, учащиеся могут самостоятельно применить его для умножения трех- и четырехзначных чисел. Сделав 2—3 примера с развернутой записью, делаем запись столбиком.

$274 \times 6 = (200 + 70 + 4) \times 6 = 1\,200 + 420 + 24 = 1\,644$
$5\,432 \times 3 = (5\,000 + 400 + 30 + 2) \times 3 =$
$= 5\,000 \times 3 + 400 \times 3 + 30 \times 3 + 2 \times 3 = 16\,296$

$$\begin{array}{r} \times\ 274 \\ 6 \\ \hline 1644 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 5\,432 \\ 3 \\ \hline 16\,296 \end{array}$$

Важно сразу поставить перед учениками требование знать четко полный проговор.

Письменное умножение любого многозначного числа на однозначное число выполняется так же, как умножение двухзначного числа на однозначное число. Умножают сначала единицы, потом десятки, сотни и т.д.

Учитель проговаривает несколько примеров.

$$\begin{array}{r} \times\ 516 \\ 4 \\ \hline 2064 \end{array}$$

Надо 516 умножить на 4.

Записываю второй множитель под единицами первого множителя. Провожу черту (знак =) и ставлю знак × (можно точку, но она незаметна в данной записи).

Умножение начинаем с единиц. 6 единиц умножаем на 4 получим 24 единицы. 24 единицы это 4 единицы, пишем под единицами и 2 десятка прибавим к десяткам, после умножения десятков. 1 десяток умножаем на 4, получим 4 десятка, да еще 2 десятка, итого 6 десятков, пишем под десятками. 5 сотен умножим на 4, получим 20 сотен. Тогда 0 сотен, пишем под сотнями и 2 тысячи пишем перед сотнями, на месте тысяч. Читаем результат.

$$\begin{array}{r} \times\ 578 \\ 4 \\ 2312 \\ \hline \end{array}$$

После заучивания полного проговора переходят к краткому проговору, в котором название разрядов опускается.

Надо умножить 578 на 4. 8 на 4 – 32, 2 пишу, а 3 – к десяткам; 7 на 4 = 28, да еще 3, итого 31, 1 пишу, а 3 – к сотням; 5 на 4 – 20, да еще 3, это 23, записываю 23. Всего 2312.

В начале изучения темы учитель подчеркивает, что письменные приемы выполняют в том случае, если устно выполнить вычисление трудно.

Умножение вводится с повышением трудности.

86×4; 325×3; 216×3; 194×2; 318×3; 274×4; 207×4; 108×6; 203×4; 107×7.

Показываем и доказываем правила умножения на 10, 100, 1 000. Чтобы число, оканчивающееся нулями, умножить на число, надо приписать к числу столько нулей, сколько их после 1-го множителя.

380 × 9 = 38 дес. × 9= 342 дес. = 3420
8400 × 7 = 84 сот. × 7 = 588 сот. = 58800

$$\begin{array}{r} \times\ 38\text{ д.} \\ 9 \\ \hline 3\,42\text{ д.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 84\text{ с.} \\ 7 \\ \hline 588\text{ с.} \end{array}$$

324 д. = 3420 588 с. = 58800

Чтобы не делать двойной записи, будем выполнять умножение так:

$$\begin{array}{r} \times\ 380 \\ 9 \\ \hline 3\,420 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 8\,400 \\ 7 \\ \hline 58\,800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 69\,000 \\ 4 \\ \hline 276\,000 \end{array}$$

Множитель пишем под первой значащей цифрой множимого, умножаем, а затем к результату приписываем нужное количество нулей.

Обобщая умение умножать на однозначное число, составляем варианты заданий с повышением степени трудности, которые используются для подготовки к контрольной работе.

1 вариант – наиболее легкие задания.

2 вариант – выражения, содержащие несколько действий.

3 вариант – действия, содержащие несколько операций, требуют более высокого уровня развития учащихся.

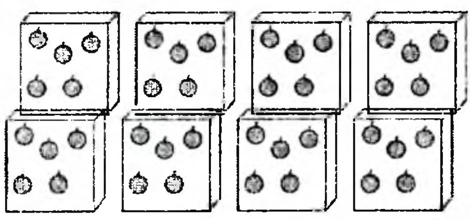
	1 вариант	2 вариант	3 вариант
1)	312 × 3	615 × 3	9 347 × 7
	512 × 4	924 × 5	28 453 × 2
	422 × 4	4 282 × 6	62 517 × 4
	631 × 3	8 751 × 8	91 314 × 6
2)	908 × 5	168 400 × 5	9 × 9 232
	7 006 × 9	80 690 × 4	4 × 18 396
	4 870 × 6	36 507 × 8	6 × 76 485
	60 500 × 3	40 620 × 5	4 × 33 977

Умножение на двузначное число. В основе умножения на двузначное число лежит знание умножения числа на произведение и умножения числа на единицу.

На конкретной ситуации следует построить выражение, $a \times (b \times c)$ и показать способы его вычисления.

Например, задача:

«В магазине стоит два ряда коробок с елочными игрушками. В каждой коробке 5 игрушек. В каждом ряду 4 коробки. Сколько всего игрушек?»



Решим задачу. 1 способ: 1) 4 × 2 = 8 (коробок)

2) 5 × 8 = 40 (игрушек) – всего

Составим выражение: 5 × (4 × 2) = 5 × 8 = 40

2 способ: 1) 5 × 4 = 20 (игрушек) – в одном ряду.

2) $20 \times 2 = 40$ (игрушек) – всего.

Составим выражение: $(5 \times 4) \times 2 = 20 \times 2 = 40$

3 способ: 1) $5 \times 2 = 10$ (игрушек) – в одном столбике.

2) $10 \times 4 = 40$ (игрушек) – всего.

Составим выражение: $(5 \times 2) \times 4 = 10 \times 4 = 40$

Сравним выражения: $5 \times (4 \times 2) = (5 \times 4) \times 2 = (5 \times 2) \times 4 = 40$

Чтобы число умножить на произведение, достаточно число умножить на первый множитель и полученный результат на второй множитель, или число умножить на второй множитель и полученный результат умножить на первый множитель.

На закрепление вычисляются выражения тремя способами.

$7 \times (2 \times 5)$ $\quad$ $4 \times (5 \times 3)$

Найди результат удобным способом.

$12 \times (5 \times 7)$ $\quad$ $29 \times (2 \times 5)$ $\quad$ $35 \times (2 \times 7)$

$9 \times (4 \times 25)$ $\quad$ $15 \times (4 \times 9)$ $\quad$ $11 \times (10 \times 3)$

Умножение на разрядные числа.

$243 \times 20 = 243 \times (2 \times 10) = (243 \times 2) \times 10 = 486 \times 10 = 4860$

$532 \times 300 = 532 \times (3 \times 100) = (532 \times 3) \times 100 = 1596 \times 100 = 159\ 600$

Решение можно записать так:

$$\begin{array}{r} \times\ 243 \\ \underline{20} \\ 4\ 860 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 532 \\ \underline{300} \\ 159\ 600 \end{array}$$

Умножение круглых чисел.

$80 \times 40 = 8$ дес. $\times (4 \times 10) = (8$ дес. $\times 4) \times 10 = 32$ дес. $\times 10 = 320$ дес. $= 3\ 200$

$600 \times 90 = 6$ сот. $\times (9 \times 10) = (6$ сот. $\times 9) \times 10 = 54$ сот. $\times 10 = 540$ сот. $= 54\ 000$

Решение можно записать столбиком.

$$\begin{array}{r} \times\ 7\ 600 \\ \underline{40} \\ 304\ 000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 2\ 540 \\ \underline{300} \\ 762\ 000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 1\ 720 \\ \underline{60} \\ 103\ 200 \end{array}$$

Умножение на двузначное и трехзначное число основано на умножении числа на сумму.

1) Объясните разные способы умножения числа на сумму и дайте проговор.

$16 \times (2 + 3) = 16 \times 5 = 80$

$16 \times (2 + 3) = 16 \times 2 + 16 \times 3 = 32 + 48 = 80$

2) Найдите значение выражения двумя способами.

$9 \times (6 + 3)$ $\quad$ $8 \times (4 + 5)$ $\quad$ $6 \times (5 + 2)$

3) Вычислить удобным способом:

$7 \times (10 + 4)$; $\quad$ $8 \times (5 + 3)$; $\quad$ $6 \times (20 + 5)$; $\quad$ $19 \times (7 + 3)$;

Введение приема:

$12 \times 15 = 12 \times (10 + 5) = 12 \times 10 + 12 \times 5 = 120 + 60 = 180$
$40 \times 32 = 40 \times (30 + 2) = 40 \times 30 + 40 \times 2 = 1200 + 80 = 1280$

$46 \times 73 = 46 \times (70 + 3) = 46 \times 70 + 46 \times 3 = 3\,358$

$$\begin{array}{r} \times\ 46 \\ 70 \\ \hline 3\,220 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 46 \\ 3 \\ \hline 138 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ 138 \\ 3\,220 \\ \hline 3\,358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 46 \\ 73 \\ \hline 138 \\ 3\,220 \\ \hline 3\,358 \end{array}$$

Это вычисление удобно записать «столбиком».
46 × 3 = 138 — это первое неполное произведение, оно показывает сколько всего единиц в произведении.
46 × 7 дес. = 322 дес. = 3 220 — это второе неполное произведение, оно показывает, сколько всего десятков.

Сложу неполные произведения, подписав второе неполное произведение под первым. Получу: 3 358

Решив еще несколько примеров (68 × 45; 86 × 53), учитель обращает внимание учащихся на особенность 2-го неполного произведения: оно всегда оканчивается нулем. Сумма равна самому числу, но нуль можно не писать, а второе неполное произведение начинать записывать под десятками

$$\begin{array}{r} \times\ 68 \\ 45 \\ \hline +\,340 \\ 272 \\ \hline 3\,060 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 86 \\ 53 \\ \hline +\ 258 \\ 430 \\ \hline 4\,558 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 96 \\ 16 \\ \hline +\ 576 \\ 96 \\ \hline 1\,536 \end{array}$$

2. Приобретенный навык расширяется умножением трех и четырехзначных чисел на двузначное число

983 × 16   632 × 72   7 961 × 84   17 536 × 23
594 × 37   218 × 94   4 524 × 56   23 815 × 16

5. Особо трудными для детей являются примеры вида:

7 500 × 39   5 006 × 32   10 090 × 58

$$\begin{array}{r} \times\ 7500 \\ 39 \\ \hline +\ 675 \\ 225 \\ \hline 292500 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 5006 \\ 32 \\ \hline +\ 10012 \\ 15018 \\ \hline 160192 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 10090 \\ 58 \\ \hline +\ 8072 \\ 5045 \\ \hline 585220 \end{array}$$

6. Прием умножения на двузначное число переносится на умножение трехзначного

$729 \times 524 = 729 \times (500 + 20 + 4) = 729 \times (4 + 20 + 500) =$
$= 729 \times 4 + 729 \times 20 + 729 \times 500$

Запишем умножение столбиком:

$$\begin{array}{r} \times\ 729 \\ 524 \\ \hline 2916 \\ +\ 1458 \\ 3645 \\ \hline 381996 \end{array}$$

Сколько получили неполных произведений. Почему?

Ответы на эти вопросы помогут сознательно умножить на числа, в которых нули посредине.

7. 423 × 502 406 × 502.

1) Сколько знаков в множителе? (Три, т.к. число трехзначное).

Что означает 0. (Отсутствие десятков).

Чему равно 1-ое неполное произведение (423 × 2);

2-ое : (423 × 0 = 0), 3-ое неполное произведение. (Сколько всего сотен, т.к. 423 × 5 сотен).

$$\begin{array}{r} \times\ 423 \\ 502 \\ \hline +\ 846 \\ 2115 \\ \hline 212346 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 406 \\ 502 \\ \hline +\ 812 \\ 2030 \\ \hline 203812 \end{array}$$

Для выработки умений и навыков умножения на двузначное число следует подбирать задания по степени возрастания трудности.

Деление на однозначное число. Формирование навыков письменного деления многозначных чисел – одна из наиболее трудных задач учителя начальной школы. Анализ работ учащихся выделяет наиболее распространенные ошибки: пропуск цифр частного (потеря нулей в частном); получение лишних цифр в частном. Основными причинами этих ошибок являются: формальное усвоение способа образования неполных делимых; неумение осознанно определять количество цифр в частном; отсутствие знания о том, что каждое неполное делимое дает цифру частного в соответствующем разряде; непонимание того, что деление меньшего числа на большее представляет собой деление с остатком, в результате которого частное равно нулю, а остаток равен делимому. Для успешного выполнения деления многозначных чисел необходимо сознательное усвоение алгоритма деления на однозначное число, систематическое повторение таблицы умножения, внетабличного деления и деления с остатком. Теоретической основой деления многозначного числа на однозначное число является свойство деления суммы на число. Это известное детям свойство расширяется на случаи, когда слагаемых в сумме больше двух. Работу можно начать с задания.

Сравните вычисления:

1) (24 + 36) : 2 = 60 : 2 = 30 и (24 + 36) : 2 = 24 : 2 + 36 : 2 = 12 + 18 = 30

2) (12 + 18 + 30) : 3 = 12 : 3 + 18 : 3+ 30 : 3= 4 + 6 + 10 = 20 и (12 + 18 + 30) : 3 = 60 : 3 = 20

3) (9 + 21 + 24 + 36) : 3 = 90 : 3 = 30 и (9 + 21 + 24 + 36) : 3 = 9 : 3 + 21 : 3 + 24 : 3 + 36 : 3 = 3 + 7 + 8 + 12 = 30.

Сопоставляя вычисления, делаем вывод, что правило деления суммы на число справедливо для суммы с любым количеством слагаемых. Усвоение приемов деления требует большого количества упражнений и строгой методической последовательности в работе. При делении на однозначное число целесообразен следующий порядок: 1) все разряды делимого делятся на делитель и количество цифр частного равно количеству цифр делимого (84 628 : 2); 2) не все разряды делятся, но в частном столько цифр, сколько в делимом (737 289 : 3); 3) не все разряды делятся и в частном одной цифрой меньше, чем в делимом (467 541 : 9); 4) то же, но в частном не будет некоторых промежуточных разрядов, нули в частном (961 218 : 3); 5) делимое оканчивается нулями, но частное не имеет нулей (2 765 000 : 8); 6) делимое и частное оканчиваются нулями (4 824 000 : 8). Изучение этих этапов начинается с трехзначных чисел и затем последовательно увеличивается количество разрядов в делимом. Алгоритм деления формируется поэтапно. Не следует торопить сокращать рассуждения учащихся и переходить на краткое рассуждение и оформление процесса деления. Это лучше делать постепенно. Сначала разрешить кратко рассуждать тем учащимся, которые не допускают ошибок, затем ежедневно присоединять к ним все новых и новых детей. При таких условиях учащиеся более глубоко овладевают алгоритмом деления.

Итоговый алгоритм деления – своеобразное и громоздкое правило. Уже на первом уроке учитель должен ввести алгоритм и выделить каждый этап.

1) Выделить первое неполное делимое и установить высший разряд частного.

2) Определить количество знаков в частном.

3) Узнать, сколько единиц высшего разряда разделили.

4) Узнать, сколько единиц высшего разряда осталось разделить.

5) Проверить, правильно ли подобрана цифра.

6) Образовать второе неполное делимое... и т.д. После решения двух-трех примеров по алгоритму, учитель заостряет внимание на первом этапе.

Учитель: «Овладение умением выделять первое неполное делимое, определять высший разряд частного и устанавливать количество знаков – первый шаг к умению выполнять деление. Научимся это делать. 378 : 3. Так как делим на однозначное число, то отделим один знак в делимом, начиная с высшего разряда. Первое неполное делимое 3 сотни. 3 сот.: 3, получим сотни. Значит. частное содержит сотни, десятки и единицы, т. е. три цифры. 368 : 8. При делении 3 сотен на 8 в частном получим 0 сотен и остаток 3 сотни, но так как запись числа с нуля не производится, то 3 сотни заменим десятками. 3 сот. = 30 д., да еще 6 д., получим 36 д. При делении 36 д. на 8 получим десятки. Значит, в частном десятки и единицы, т. е. две цифры.

28 140 : 7. Первое неполное делимое 28 тысяч. Значит, первая цифра частного обозначает тысячи. В частном тысячи, сотни, десятки, единицы, т. е. четыре цифры.

1 736 : 8. Первое неполное делимое 17 сотен, ... В частном трехзначное число.

Записи на доске и в тетрадях учащихся:

378 ⌊3	368 ⌊8	28 140 ⌊7	17 36 ⌊8
...	..	....	...
с.д.е.	д.е.	т.с.д.е.	с.д.е.

Вывод: разряд первого неполного делимого является высшим разрядом частного.

Следующее неполное делимое – единицы разряда непосредственно следующего за разрядом предыдущего неполного делимого.

_ 20 712 ⌊6	1) Выделю первое неполное делимое: 20 тысяч.
18	Высший разряд частного тысячи, в частном четыре знака.
_27	2) Определю первую цифру частного: 20 : 6 = 3 (тыс.)
24	3) Узнаю, сколько тысяч разделилось: 3 · 6 = 18 (тыс.)
_31	4) Узнаю, сколько тысяч осталось разделить: 20 – 18 = 2
30	5) Проверка! Остаток меньше делителя. Цифра 3 подобрана
_12	правильно.
12	6) Образую второе неполное делимое: 2 тыс. = 20 с.,
0	да еще 7 сотен делимого, всего 27 сотен и т. д.

Особое внимание уделяется примерам с нулями в частном. Часто упрощенное объяснение провоцирует ошибки пропуска цифр или появления лишних цифр в частном. Например, объяснение образования неполного делимого проводится так: «... в остатке 4, сносим 3, 43 делим на 5» и т. п. Такое «техническое» деление не раскрывает смысла образования неполного делимого. Дети часто спрашивают, почему надо сносить одну цифру. Аналогичные вопросы возникают в случае получения частного с нулями.

545 ⌊5. Найдя первую цифру частного 1, ученик рассуждает так: «4 на 5 не делится, буду делить 45, получу 9. Ответ 19».

Действительно, слова «не делится» значат, что действие не выполнимо, следовательно, результата нет, и никакой цифры от деления 4 на 5 появиться не должно. Появление нуля в частном остается непонятным и его не пишут.

Подготовительная работа к этим приемам проводилась в теме: «Деление с остатком». Верно ли, что меньшее число не делится на большее число? Верно, но для деления нацело. Но при делении с остатком это действие выполнимо. Разделить 4 на 5 означает найти два неотрицательных числа – частное и остаток – таких, чтобы сумма произведения частного на делитель и остатка была равна делимому.

Такие числа есть: 4 : 5 = 0 (ост. 4), т.к. 0 · 5 + 4 = 4. Поэтому случаи, когда делимое меньше делителя, следует рассматривать как деление с остатком. При рассмотрении первого примера надо вернуться к полному рассуждению:

812 ⌊4	1) Первое неполное делимое 8 сотен; в частном три
...	цифры. 8 сотен разделю на 4, получу 2 сотни, первая
	цифра частного.

2) Второе неполное делимое 1 десяток; 1 десяток делю на 4. Так как делимое меньше делителя, в частном 0 десятков, вторая цифра частного; 1 десяток в остатке.

3) Образую третье неполное делимое: 1 десяток = 10 единиц, да еще 2 единицы делимого, всего 12 единиц.

4) 12 делю на 4, получу 3 единицы, третья цифра частного. Читаю ответ: 203.

Запись выглядит так:

```
_812|4        _812|4
 8   203       8   203
 _1            _12
  0             12
 _12             0
  12
   0
```

После усвоения рассуждений вводится сокращенная запись и проговор. На усвоение и приобретение навыков отводится не менее трех недель.

Решают примеры на деление с остатком и без остатка.

26 890 : 9	27 726 : 8	24 827 : 7	17 385 : 6
31 180 : 9	23 900 : 8	20 285 : 7	21 180 : 6
17 284 : 5	11 159 : 4	13 610 : 3	14 597 : 2
14 388 : 5	14 258 : 4	21 886 : 3	10 297 : 2

Деление проверяется умножением:

```
_26890|9          2 987        26 883+7 = 26 890
 18    2987           9
 _88              26 883
  81
  _79
   72
   _70
    63
     7 (ост.)
```

Следует добиться от учащихся соблюдения выполнения точной последовательности алгоритма деления, ввести его в привычку. Эта привычка поможет справиться с наиболее трудными случаями, когда в середине частного несколько нулей, частное с нулями на конце, нули на конце в частном при делении с остатком.

```
_360018|6        _277800|6        _2680 2|8
 36     60003     24     46 300    24     3350
 _0018            _37              _28
     18            36               24
      0            _18              _40
                    18               40
                     0               _2
                                      0
                                      2 (ост.)
```

Деление многозначного числа на однозначное, таким образом, сводится к делению двузначного числа на однозначное, т. е. к табличному делению, цифра частного подбирается сразу, без проб.

Деление на двузначное число.

При изучении темы устанавливается следующий порядок:

1) деление на 10 в пределах 1000;

2) деление на круглые числа в пределах 1000;

3) деление на двузначные числа в пределах 1000;

4) деление многозначных чисел на двузначные числа;

5) деление на трехзначные числа.

В подготовительном периоде к теме на каждом уроке следует целенаправленно повторять приемы устных вычислений. Устные упражнения могут быть разнообразными по форме, но предпочтение отдается тем, в процессе выполнения которых создаются условия для активной работы всех учащихся.

Например:

1) Выполнить деление и проверить результат: 72 : 12; 96 : 16; 85 : 17; 60 : 15 и т.д.

2) Объяснить приемы деления:

350 : 25 =(300 + 50) : 25 = ...
240 : 60 = 24 д. : 6 д. = ...
48 080 : 16 = (48 000 + 80) : 16 = ...
800 : 40 = 80 д.: 4 д. = ...
840 : 14 = 84 д. : 14 = ...
700 : 20 = ...

3) Выполнить устно, используя правило деления суммы на число:

842 : 2 = (800 + 40 + 2) : 2 = ...

639 : 3	6 426 : 2	848 : 8

4) Сравните решения примеров в столбиках и выведите правило деления на 10 в пределах 1000:

60 : 10 = 6	180 : 10 = 18
90 : 10 = 9	870 : 10 = 87
70 :10 = 7	430 : 10 = 43

Сравнивая частное и делимое, делаем вывод: чтобы разделить на 10 число, которое оканчивается нулем, достаточно закрыть в нем справа один нуль.

Сразу же следует рассмотреть деление на 10 с остатком и провести посильные для учащихся рассуждения:

589 : 10 = (580 + 9) : 10 = 580 : 10 + 9 : 10 = 58 + 0 (ост.9) =58 (ост.9)

Проведите их самостоятельно.

Выводится правило: чтобы любое многозначное число разделить на 10, надо закрыть последнюю цифру делимого, то, что мы видим, — частное, то, что закрыли, — остаток.

При делении на двузначное число наибольшая трудность возникает при подборе цифры частного. Прием подбора основан на свойстве деления числа на произведение, при этом делитель округляется до ближайшего круглого числа, т. е. делитель изменяется, а потом найденную цифру частного нельзя сразу записывать, ее надо проверять.

Ознакомление с правилами деления числа на произведение хорошо провести с помощью практической работы, иллюстрирующей три способа вычисления выражения $12 : (2 \cdot 3)$ или $18 : (2 \cdot 3)$ и т. п. Последующие два урока выделить на выработку навыков деления тремя способами и выбора наиболее удобного способа для каждого случая деления.

Деление на разрядные числа.

Понятия круглые и разрядные числа – синонимы. Числа 70, 700, 7000 и т.д. – круглые числа. Деление на круглые числа начинают с деления на круглые десятки. Сначала рассматривается случай, когда в делении на каждом его этапе участвуют только два разряда делимого: 360 : 20; 930 : 30; 880 : 40 и т.п.

Новым в этом делении является образование первого неполного делимого:

$460 \,|\underline{20}$ Выделить первое неполное делимое. В делителе две цифры, поэтому в первом неполном делителе не может быть меньше двух цифр. 46 десятков – первое неполное делимое. Первая цифра частного – десятки, значит, в частном будет две цифры.

$46 : 20 = 46 : (2 \cdot 10)$, $46 : 10 = 4$ (ост. 6) и $4 : 2 = 2$ (д.) – первая цифра частного. Узнаем, сколько десятков разделили и т. д. Более трудный случай, когда в делимом используются три разряда делимого. Например: 420 : 70, подобный случай рассматривался в устных вычислениях как деление по содержанию, т. е. 42 д. : 7 д.= 6. Однако в целях подготовки к подбору цифры при делении на двузначное число следует показать использование правила деления числа на произведение: $420 : 70 = 420 : (7 \cdot 10) = (420 : 10) : 7 = 42 : 7 = 6$.

Далее, этот прием применяем к делению с остатком: 647 : 80; 595 : 70; 452 : 90.

Каждый раз ведется рассуждение:

$$\begin{array}{r|l} -\,657 & \underline{80} \\ \underline{640} & 8 \\ 17 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -\,595 & \underline{70} \\ \underline{560} & 8 \\ 35 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -\,482 & \underline{90} \\ \underline{450} & 5 \\ 32 & \end{array}$$

Чтобы 657:80, надо 657 разделить на 10, получится 65, затем 65 : 8 = 8.

Узнаю, сколько единиц разделили. Для этого 80 умножим на 8, получится 640.

Узнаю, сколько единиц осталось разделить, 657 – 640 получится остаток 17.

Сравнивая решенные примеры, устанавливаем закономерность: чтобы трехзначное число разделить на круглое двузначное число, надо два старших разряда делимого разделить на старший разряд делителя.

При таком подходе деление на круглые десятки сводится к табличному делению без остатка или с остатком. При этом цифра частного определяется сразу, без проб. Для подготовки к делению многозначных чисел на круглые числа вводим краткий проговор. Например, 482 : 90; чтобы 482 : 90, достаточно 48 разделить на 9.

Для выработки автоматических навыков деления на круглые числа в устный счет следует регулярно вводить вопросы, связанные с повторением нумерации многозначных чисел, включающих проверку:

1) умений называть число отдельных единиц каждого разряда, общее число единиц, десятков, сотен и т. д. в числе, называть единицы высшего разряда;

2) умений по названию единиц высшего разряда определять количество цифр, которыми оно записывается;

3) умение переводить единицы высшего разряда в единицы любого низшего разряда.

Деление на двузначное число.

И на этом этапе изучение темы проводим от простого к сложному.

Деление, когда на каждом его этапе участвует столько же разрядов, сколько их в делителе: 552 : 23; 768 : 24; 966 : 23.

```
_768|24
 72  32
_ 48
  48
   0
```

Здесь подбор цифры частного сводится к внетабличному делению в пределах 100. Цифра частного подбирается без проб, в ответе две цифры.

Деление, когда используются три разряда делимого: 476 : 68; 385 : 65; 416 : 52.

```
_476|68
 476  7
   0
```

Выделю первое неполное делимое, т. к. в делителе две цифры, отделю две цифры в делимом, начиная с высшего разряда.

Получу 47 десятков, но 47 меньше 68, значит, в неполном делимом три цифры. Заменю делитель ближайшим круглым числом, это число 70, буду 476 делить на 70. Для этого 476 : 10, получу 47, теперь 47 разделю на 7, получу 6. Цифра 6 – пробная. Проверим ее, $68 \cdot 6 = 408$, $476 - 408 = 68$, остаток равен делителю, пробную цифру увеличим на единицу, это 7. Проверим ее, $68 \cdot 7 = 476$, $476 - 476 = 0$, значит, цифра подобрана правильно. Ответ 7.

Прием, который использован, называется приемом округления делителя.

Выполняя деление, мы округлили делитель ближе к большему круглому числу. Но округление можно сделать ближе к меньшему круглому числу, т. е. к числу 60. Чтобы 476 разделить на 60, надо разделить его на 10, затем 47 разделить на 6. Получим 7, это верный ответ.

Анализ деления показывает, что при делении нацело удобнее округлять делитель ближе к меньшему круглому числу. При делении с остатком выгоднее округлять делитель ближе к большему круглому числу, получается меньше проб.

Трудно установить цифру частного, если пробное частное больше десяти. Например, 232 : 29. Разделим 23 на 2, получится 11, но разрядных единиц не может быть больше десяти, поэтому первая пробная цифра 9. Проверим, 29 умножим на 9, получим 261, много. Проверим 8, 29 умножим на 8, получим 232. Ответ 8.

После выработки умений проводить полные рассуждения, учащиеся переходят к кратким пояснениям, а затем «про себя».

ГЛАВА XII
АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Введение

Алгебраический материал не выделяется в программе для начальных классов в качестве самостоятельного раздела. Рассмотрение элементов алгебры в начальном курсе математики тесно связано с изучением вопросов арифметики, однако, алгебраическая часть программы имеет существенное значение в математическом развитии школьников. Основными алгебраическими понятиями начального курса являются «равенство», «неравенство», «выражение», «переменная величина», «уравнение». Построение начального курса математики позволяет с самого начала обучения ввести планомерную работу, направленную на формирование этих понятий. Ознакомление учащихся начальной школы с основными алгебраическими понятиями создает условия для обобщения многих арифметических понятий. Использование буквы как символа, обозначающего любое число из известной учащимся области чисел, является хорошей подготовкой к ознакомлению детей в дальнейшем с понятием переменной, функции. Раннее ознакомление с понятием «уравнение и решение задач алгебраическим способом» позволяет внести серьезное усовершенствование во всю систему обучения детей решению разнообразных текстовых задач. Алгебраический материал планомерно распределен в программе и проходит через 4 года обучения. При этом усвоение ни одного из вводимых понятий не должно доводиться до уровня формального определения. При обучении в следующих классах эти понятия будут уточняться, расширяться, некоторые из них будут претерпевать существенные изменения. Преждевременное введение каких-либо формулировок вредно, поскольку способствует закреплению в сознании детей знаний, которые в дальнейшем придется перестраивать. Изучение алгебраического материала в начальной школе носит подготовительный характер к изучению основного курса алгебры.

Чтобы четко представить себе объем знаний по алгебре и место алгебраического материала в курсе математики начальной школы надо знать и уметь:

Знать:

— Вопросы алгебраического характера, включенные в начальный курс математики (по классам), уровень обобщения при их раскрытии, последовательность изучения темы.

— Арифметические вопросы, усвоению которых способствует знакомство с алгебраическим материалом.

— Наглядные пособия, используемые при изучении алгебраического материала.

— Виды упражнений алгебраического характера.

— Дидактические игры, которые можно использовать при изучении алгебраического материала.

— Различные виды, формы и методы проверки усвоения алгебраического материала.

Уметь:

— Реализовать в практике обучения взаимосвязь арифметического материала и элементов алгебры.

— Целенаправленно применять соответствующие наглядные пособия.

— Использовать в обучении упражнения алгебраического характера.

— Целенаправленно использовать дидактические игры.

— Применять различные виды, формы и методы проверки усвоения знаний.

— Подбирать проверочные задания, составлять самостоятельные письменные работы с элементами алгебры.

Основные задачи изучения темы.

1. Сформировать у учащихся умение читать, записывать и сравнивать числовые выражения.

2. Познакомить учащихся с правилами выполнения порядка действий в числовых выражениях и выработать умение вычислять значения выражений в соответствии с этими правилами.

3. Сформировать у учащихся умение читать, записывать буквенные выражения вида: $a + b$; $c - d$; $6\,a$; $d : 4$; $c \cdot d$; $a : b$ и вычислять их значения при данных значениях букв.

4. Познакомить учащихся с простейшими уравнениями вида:

$x + 4 = 12$;	$x - 5 = 7$;	$8 - x = 3$;
$x \cdot 4 = 16$;	$x : 3 = 15$;	$28 : x = 7$

и сформировать умение решать их способом подбора, а затем на основе знания связи между компонентами и результатом действий.

5. Научить решать простейшие задачи при помощи уравнений.

Рассмотрим методику работы над вопросами алгебраического содержания.

В основе любого познания лежит освоение языка данной науки. Математический язык относится к искусственным языкам, который развивается и создается вместе с развитием математики.

В основе математического языка, как и любого другого языка, лежат алфавит, слово и предложение.

Алфавит начального курса математического языка составляют:

1. Цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – с их помощью записываются числа;

2. Знаки арифметических действий (+), (–), (:), (?);

3. Знаки отношений (<); (>); (=); (⊥); (:); (∥);

4. Строчные буквы латинского алфавита для обозначения чисел;

5. Технические знаки (круглые, квадратные, фигурные скобки и т.д.)

Построенная по определенным правилам последовательность математических символов называется математическим выражением (словом). Примеры выражений: $3 + 2$; $(7 + 4) \cdot 8$; $8a$; $40 : b$; $(17 - 8) : 3$; $7 : c$; $(a + b)^2$.

Выражение вида $3 + 2$; $(7 + 4) \cdot 8$; $(17 - 8) : 3$ называют **числовыми выражениями.** Любое число также является числовым выражением.

Выполнение всех действий, указанных в числовом выражении, дает число, называемое значением числового выражения.

Например: $24 : 6 - 1$ — числовое выражение;

3 — значение числового выражения.

Существуют числовые выражения, значения которых найти невозможно. Такие числовые выражения не имеют смысла.

Например: $17:(5 - 5)$; $\sqrt{-4}$; $\arccos 8$ — в действительных числах смысла не имеют.

Для обозначения переменной величины используются буквы латинского алфавита.

Записи вида: $a - b$; $14 + c$; $(35 - b) : 5$ называются **буквенными выражениями или выражениями с переменными.**

Каждому выражению с переменной соответствует множество чисел, при подстановке которых получается числовое выражение, имеющее смысл. Это множество называют **областью определения выражения.**

Например: для выражения

$\frac{x+1}{x-3}$ область определения выражения состоит из всех действительных чисел, кроме числа «3», так как при $x = 3$ выражение $(3 + 1) : (3 - 3)$ смысла не имеет. В математике рассматривают выражения, содержащие 1, 2 и более переменных.

Например: $(5x - 6y) : z$ — выражение с 3 переменными.

Каждое числовое выражение и выражение с переменной является математическим словом. Используя алфавит математического языка, можно составить такие записи: $28 - (3 \cdot 4 + 2 \cdot 3) + \cdot) \neq 1$, или $4y - :)7$. Эти записи не являются ни числовыми выражениями, ни выражениями с переменной, т.к. не имеют смысла.

Определение. Если f и g числовые выражения то $(f)+(g)$, $(f)-(g)$, $(f)\cdot(g)$, $(f):(g)$ — числовые выражения. Каждое число является числовым выражением. Приняты правила для выполнения порядка действий в выражениях.

Если числовое выражение содержит только действия сложения и вычитания, то они выполняются по порядку слева направо. Действия сложения и вычитания называются действиями первой ступени.

Если числовое выражение содержит только действия умножения и деления, то они также выполняются по порядку слева направо. Действия умножения и деления называются действиями второй ступени.

В выражении, содержащем все 4 действия, условились выполнять сначала действия 2-ой ступени, а затем действия 1-ой ступени, в том порядке, в котором они записаны.

Если в выражении имеются скобки, то выражения в скобках заменяются их числовыми значениями и затем производят вычисления в соответствии с правилами.

Например: $28 : 4 \cdot (10 - 7) + 3 \cdot (18 + 2) = 28 : 4 \cdot 3 + 3 \cdot 20 = 21 + 60 = 81$

Выполняя действия, мы одно выражение заменяем другим, пока не получаем выражение в виде числа. Такая замена называется тождественным преобразованием выражения.

Определение. Два выражения называются тождественно равными, если при любых значениях переменных из области определения выражений их соответственные значения равны.

Например: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ являются тождественно равными при любых значениях переменных x и y.

$\frac{a^3 - 8}{a - 2}$ и $a^2 + 2a + 4$ тождественно равны при любых «a», кроме $a = 2$.

Два тождественно равных выражения, соединенных знаком равенства, называют тождеством. Замена выражения другим, тождественно равным ему на некотором множестве, называется тождественным преобразованием данного выражения на этом множестве. В основе тождественных преобразований лежат правила, многие из которых изучаются в начальной школе: прибавление числа к сумме, вычитание числа из суммы, умножение и деление суммы на число и другие.

Методика изучения выражений.

При ознакомлении учащихся с числовыми выражениями в методике предусматривается определенная этапность, которая находит отражение в следующей схеме:

1-этап	2-этап	3-этап
$5 + 4$	$4 + 5 - 3$	$7 \cdot 3 - 10$
$7 - 4$	$2 + 2 + 2$	$(23 + 17) : 4$
$3 \cdot 2$	$10 - 2 - 2$	$(14 - 6) : 2$
$18 : 3$	$5 + (3 - 1)$	$37 - 3 \cdot 8$
	$10 : 2 \cdot 3$	$18 : 3 + 5 \cdot 6$
	$4 \cdot 5 : 10$	
	$2 \cdot 3 \cdot 4$	
	$30 : 5 : 2$	

С простейшими числовыми выражениями вида:

$5 + 1$; $5 - 1$; $5 + 3$; $7 - 4$;

дети встречаются на этапе усвоения конкретного смысла действий сложения и вычитания. Они учатся читать и записывать такие выражения, вычислять их значения:

«к пяти прибавить один, получится шесть»;

«из семи вычесть четыре, получится три»;

«сложить пять и три, получится восемь».

Термины «выражение», «значение выражений» не вводятся. Выражения записываются на основе выполнения конкретных действий.

Например: На столе стоит ваза с тремя красными розами. Учитель добавляет еще две белых розы, всего в вазе пять роз.

Важно, чтобы дети поняли, что, отвечая на вопрос: «Сколько всего роз?» — ответить можно не только сказав, что всего в вазе пять роз, но и так: «всего в вазе три и две розы».

В процессе выполнения действий осознается смысл слов «прибавить», «сложить», «вычесть», «отнять».

Дальнейшее понятие о действиях углубляются. Учащиеся узнают, что, прибавляя несколько единиц, увеличиваем число на столько же единиц, а вычитая — уменьшаем его на столько же единиц. Это находит отражение в новой форме чтения выражений:

«три увеличить на два, получится пять»,

«семь уменьшить на четыре, получится три».

Затем учащиеся знакомятся с названием чисел при сложении (компонентами сложения): первое слагаемое, второе слагаемое и название результата действия сложения — сумма.

На усвоение и запоминание этих слов надо отвести не менее 2—3 недель, следует обратить внимание на тот факт, что на вопрос учителя: «как называются числа при сложении?» — дети, отвечают: «первое слагаемое, второе слагаемое, сумма». Учитель принимает этот ответ правильным, не выделяя того факта, что складывают два числа, они и являются слагаемыми, а сумма — результат действия.

Потому в этом случае надо поставить два вопроса:

«Как называются числа при сложении?»;

«Как называется результат сложения?».

или спросить:

«как называются числа в записи (предложении) 3 + 2 = 5»?

При этом создаются реальные условия для «разведения» в сознании учащихся понятий «выражение» и «значение выражения»

Нельзя допускать выражения:

«К первому слагаемому 5 прибавить второе слагаемое 3», так как слагаемыми числа называются только при сложении.

Закрепление чтения выражений проводится при проведении устного счета.

В математическом диктанте следует задавать выражения разными способами:

1. Положите 5 кругов. Прибавьте 2 круга, сколько получилось кругов? Запишите на языке математики.

2. Сложить четыре и два.

3. Шесть увеличить на три.

4. Первое слагаемое четыре, второе слагаемое три, найдите результат.

5. Найдите сумму чисел 4 и 5.

Полезна обратная связь. Учащиеся сами проводят диктанты. Для этого надо повесить таблицу.

Как прочитать пример?

1. По названию действия ...
2. По названию чисел ...
3. По названию результата ...
4. Число □ увеличь (уменьши) на □ единиц.

После усвоения терминологии сложения вводятся термины вычитания. Дети с большим трудом запоминают слова: «уменьшаемое», «вычитаемое», «остаток или разность».

Следует поработать над происхождением этих слов, сделать их наглядными. Можно поставить друг на друга 9 больших кубов. Получилась большая горка. А теперь вычтем, уберем 4 куба. Горка кубов уменьшалась, поэтому 9 это уменьшаемое, 4 – вычитаемое. Сколько кубов осталось? Поэтому 5 остаток. Термин «разность» следует ввести после сравнения двух множеств, при рассмотрении отношений «на сколько больше?», «на сколько меньше?», «какая разница?»

На доске выставлено множество красных и синих кружков. Каких кружков больше? На сколько больше? Из 6 вычитаем 4, получаем 2, т.е. 6 – 4 = 2. Но число 2 показывает, какая разница между множествами, поэтому 2 называют разностью. Тогда результат вычитания называют разностью. «На ветке сидело 7 птиц, 3 птицы улетели. Сколько птиц осталось?» Сама постановка вопроса подсказывает, 4 – это остаток. При вычислении выражений, их чтении математики чаще всего используют слово «разность». Работая ежедневно с таблицей «Как прочитать пример?», проводя математические диктанты, учащиеся закрепляют термины сложения и вычитания.

Аналогичную работу надо провести во втором классе при изучении действий умножения и деления.

Термины «значение выражения», «выражение» лучше ввести во втором классе. Однако в некоторых современных учебниках понятия «выражение» и «значение выражения» вводятся сразу, как только дети начинают составлять первые примеры. Но задавать вопросы вида: «Что называется выражением? Что называется значением числового выражения?» – не следует.

После введения терминов «выражение», «значение выражения», задания даются в форме: «прочитай выражение»; «запиши выражение по данной задаче»; «сравни выражения» и др.

На втором этапе рассматриваются выражения вида: 3 + 4 – 2; 3 + 3 + 3; 6 – 2 – 2; 10 – 2 + 4, а так же 8 : 4 · 2; 5 · 4 : 10; 2 · 3 · 4; 20 : 2 : 5.

Раскрывая способы вычисления таких выражений, учитель говорит, что математики договорились находить значение их, выполняя действия в том порядке, в котором они записаны.

Выражение третьего этапа содержат все четыре действия: $4 \cdot 3 - 10$; $38 + 4 \cdot 8$; $3 \cdot 8 + 18 : 6$; $32 : 4 - 2 \cdot 3$. В них выполняются сначала действия 2-ой ступени (умножения или деления в порядке записи), а затем 1-ой ступени (+ или − по порядку записи).

Составление сложных выражений может быть введено с помощью математического диктанта.

«Запишите произведение чисел 8 и 4, и, не вычисляя его, прибавьте число 20. Какое получилось выражение?» $8 \cdot 4 + 20$.

Вычислим его в том порядке, в котором его записывали. Сначала выполним умножение $8 \cdot 4 = 32$ и к результату прибавим 20. $32 + 20 = 52$.

Что обозначает знак «+»? (Какое действие надо выполнить с числом 20). Так как число 20 мы прибавили, то оно является слагаемым, к чему прибавили 20? (К произведению 8 и 4). Следовательно, произведение $8 \cdot 4$ тоже слагаемое в нашем выражении.

Его можно прочитать так: «Сумма, в которой первое слагаемое выражено произведением чисел 8 и 4, а второе слагаемое 20», или «Прибавление числа 20 к произведению чисел 8 и 4».

В процессе многократных упражнений, прислушиваясь к интонации учителя, анализируя структуру предложения, учащиеся овладевают письмом записи сложных выражений. Записываются и вычисляются выражения, в которых обе компоненты заданы выражениями: $5 \cdot 3 + 8 : 2$; $16 : 2 - 3 \cdot 4$ и т.д.

Полезны задания, в которых преобразование компонентов простого выражения приводит к составлению сложного выражения.

Правило порядка действий проводится после знакомства с различными способами чтения выражений. В математике принято называть выражение по названию последнего действия.

Так, выражение $(12 \cdot 5 + 3 : (2 + 7)) \cdot 18$ называется умножением на 18, а выражение $(23 \overset{2}{-} 7 \overset{1}{\cdot} 6 \overset{3}{-} 4 \overset{4}{+} 15) : (17 - 6)$ называется делением суммы на разность.

На четвертом этапе рассматриваются выражения, содержащие скобки. Фрагмент урока: «Знакомство со скобками».

На наборном полотне выставлены карточки. $\boxed{6}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{-}$

Задание. Используя карточки, составьте выражения, назовите их.
Учащиеся составляют:

$\boxed{6}\boxed{+}\boxed{2}$; $\boxed{2}\boxed{+}\boxed{6}$ Сумма чисел 2 и 6.

$\boxed{6}\boxed{-}\boxed{2}$; Разность чисел 6 и 2.

Учитель заменяет отдельные карточки одной:

$\boxed{6 + 2}$; $\boxed{2 + 6}$; $\boxed{6 - 2}$.

Добавляет карточки $\boxed{10}$, $\boxed{+}$, $\boxed{-}$

Задание: составьте новые выражения с этими карточками и прочитайте их.

Дети составляют и читают

$\boxed{10}$ + $\boxed{6+2}$ (к числу 10 прибавить сумму чисел 6 и 2)

$\boxed{10}$ − $\boxed{6+2}$ (из числа 10 вычесть сумму чисел 6 и 2)

$\boxed{6-2}$ + $\boxed{10}$ (к разности чисел 6 и 2 прибавить число 10)

Далее выясняется, как вычислять значение этих выражений.

Учитель поясняет, что в составленных выражениях сумма (разность) чисел заключена в прямоугольнике. В тетради их рисовать неудобно, поэтому убираем верхнюю и нижнюю стороны прямоугольника, а боковые стороны закруглим, получим круглые скобки. Выражение принимает вид:

$10 + (6 + 2)$;
$10 - (6 + 2)$; $(6 - 2) + 10$.

Как мы вычисляли: сначала вычисляли сумму или разность, а затем выполняли действие с числом 10.

Примем правило: «Если в выражении есть скобки, то выполняем действие в скобках первым, т.е. скобки заменяем значением выражения, потом работаем по правилам действий без скобок».

Учимся читать выражения из нескольких действий.

Представим 42 в виде произведения двух однозначных чисел:

$42 = 6 \cdot 7$, а 8 – как частное двух любых чисел $8 = 40 : 5$, замените в примере $42 - 8$ числа полученными выражениями: $6 \cdot 7 - 40 : 5$

Как называется результат в простом выражении? (Разность)

Так же он называется и в новом составном выражении – разность.

Но уменьшаемое и вычитаемое стали тоже выражениями, назовем это новое составное выражение так: «Разность, в которой уменьшаемое выражено произведением чисел 6 и 7, а вычитаемое является частным чисел 40 и 5».

Выражение можно задать по названию последнего действия:

«Вычесть частное чисел 40 и 5 из произведения чисел 6 и 7».

Необходимость введения правил порядка действий можно обосновать, создав проблемную ситуацию.

На доске выставляется карточка

$56 - 20 : 2 + 4 \cdot 3$,

вычислите значение этого выражения.

Интонация учителя, структура предложения, задающего выражение, уже не могут быть подсказкой, поэтому учащиеся дают разные ответы.

1. $56 - 20 = 36$;	$36 : 2 = 18$;	$18 + 4 = 22$;	$22 \cdot 3 = 66$
2. $20 : 2 = 10$;	$56 - 10 = 46$;	$4 \cdot 3 = 12$;	$46 + 12 = 58$
3. $20 : 2 = 10$;	$56 - 10 = 46$;	$46 + 4 = 50$;	$50 \cdot 3 = 150$

Почему же вычисление одного и того же выражения дало разные результаты?

Мы вычисляли в разном порядке, значит, если заранее не договориться, в каком порядке выполнять действия, одно и то же выражение будет иметь несколько значений. Вот почему нужны правила порядка действий.

Равенство. Неравенство.

Понятие о равенствах, неравенствах раскрываются во взаимосвязи. Работа над ними ведется с 1 класса, органически сочетаясь с изучением арифметического материала.

Уже в 1–2 классах формируются начальные представления о числовом равенстве и неравенстве.

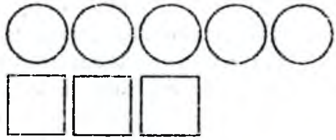
В 3–4 классах рассматриваются равенства и неравенства с использованием чисел в пределах 1000.

Первые представления о равенствах и неравенствах дети получают уже в подготовительном периоде. Устанавливая взаимно однозначное соответствие между двумя множествами, преобразуя группы предметов с неодинаковым количеством предметов в группы с одинаковым количеством (двумя способами) и преобразуя группы предметов с одинаковым количеством в группы с неодинаковым количеством (двумя способами), закрепляются понятия «больше», «меньше», «равно».

Работа проводится так.

Учитель на наборном полотне приготовил 5 кружков.

У: «Сейчас под кружками я поставлю квадраты. Следите больше или меньше я поставлю квадратов».



Ставит каждый квадрат строго под кружком. Дети зрительно сопоставляют каждому квадрату кружок, выявляют, что квадратов меньше, чем кружков. Аналогично формируются понятия «больше», «равно».

– Как сделать, чтобы квадратов было столько же, сколько кружков?

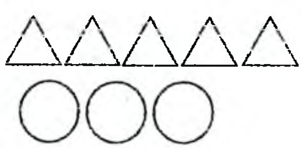
Первый способ дети находят быстро:

– Надо добавить еще квадраты. Под каждым кружком стоит квадрат, значит, их поровну.

– Как еще уравнять количество кружков и квадратов?

Учитель подводит к тому, что лишние кружки можно убрать.

Следующее задание в том, что фигуры 1-го и 2-го ряда расставлены произвольно.

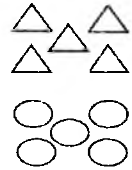


Ученики догадываются, что фигуры можно передвинуть, расположив одну под другой, и делают вывод.

Учитель ставит две вазы с цветами.

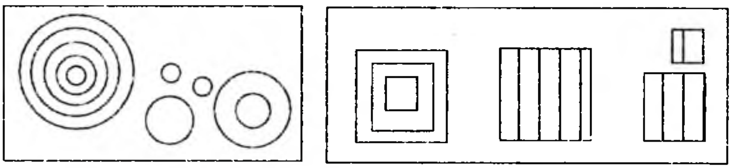
В одной вазе белые цветы, в другой красные, где цветов больше?

Ученик берет по одному цветку из ваз, составляя пары, там, где цветы остались, их было больше. Наконец, создается ситуация, в которой перемещать фигуры нельзя. На плакате в разных частях размещены красные треугольники и синие круги. Каких фигур больше?



Вместе с учителем дети находят решение. Будем соединять фигуры ниточками. Лишних фигур не осталось, значит, фигур поровну. Следует обратить внимание учителя на то, что сравнение множеств на этом этапе не сопровождается счетом. Зрительному и механическому восприятию понятий «больше», «меньше», «равно» способствует работа с фигурами.

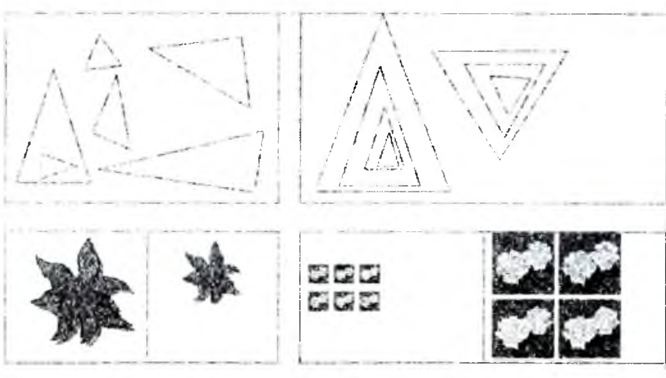
На плакатах приготовлены рисунки



Где больше кругов? Где больше квадратов?

Где больше тыкв?

Для индивидуальной работы раздаются задания в конвертах



Где фигур больше?

При изучении нумерации первого десятка вводятся знаки: <, >, =.

Учитель учит детей: «Острие знака всегда «смотрит» в сторону меньшего количества предметов».

Обучаясь счету предметов, дети одновременно выполняют сравнение полученных чисел (пять кружков больше, чем 4 треугольника, значит 5 >4).

При изучении образования натурального ряда чисел, выявляется закономерность, чем дальше стоит число в натуральном ряду, тем оно больше. В дальнейшем при сравнении чисел дети опираются на это свойство: 5 < 7, т.к. при счете 5 называют раньше 7; 9 > 8 , т.к. при счете 9 называют после 8.

Записывая отношения с помощью знаков >, <, =, учащиеся упражняются в чтении и записи неравенств и равенств.

Полезно задавать такие дополнительные вопросы для неравенства 6 < 7:

1) Назови левую часть неравенства, правую.

2) Прочитай запись справа налево, слева направо.

3) Зачеркни неверные записи. Объясни, почему они неверные?

9 > 7	4 > 3
8 < 9	5 < 3
7 < 5	0 > 4

4) Какие числа можно записать вместо 7, чтобы получить верную запись?

7 < 5

5) Какие числа можно вставить в окошко □ < 7, чтобы получить верную запись?

При изучении нумерации чисел в пределах 100, 1000, а также нумерации многозначных чисел сравнение осуществляется на основе сопоставления их по месту в натуральном ряду; на основе замены числа суммой разрядных слагаемых; по соответственному разряду или классу.

857 > 785, т.к. 8 сотен больше 7 сотен.

Следующий этап работы – сравнение выражения и числа.

Первые выражения вида 3 + 1 > 3, 3 – 1 < 3 получают из равенства 3 = 3, сопровождая преобразование соответствующими операциями над множествами.

На наборном полотне в ряд выставляются по 3 кружка синего и красного цвета.

Составляется равенство 3 = 3.

3 = 3

3 + 1 > 3

Слева добавляется один зеленый кружок, набирается выражение, сколько кружков стало: 3+1.

Изменилось ли количество кружков справа? Где кружков стало больше?

Поставим знак: 3+1>3 читают запись: три плюс 1 больше, чем 3.

После ознакомления с названиями выражений, неравенство читают так: сумма чисел 3 и 1 больше, чем число 3.

В дальнейшем сравнение выражения и числа (числа и выражения) производится нахождением значения выражения и сравнением его с числом, что отражается в записях:

$5 + 3 > 5$	$2 < 6 - 3$	$6 = 2 + 4$
$8 > 5$	$2 < 3$	$6 = 6$

Опираясь на практические операции над множествами, сравнивая множества, читая неравенства слева направо и справа налево, учащиеся усваивают основные свойства равенств и неравенств:

Если $a = b$, то $b = a$.
Если $a > b$, то $b < a$.

Сравнивая специально подобранные выражения, учащиеся усваивают конкретный смысл арифметических действий, накапливают наблюдения об особых случаях действий:

$17 + 0$ ... 17	7×1 ... 7	$c + 1$ ... c
$19 - 0$ ... 19	0×5 ... 0	c ... $c : 1$ и т.д.

При изучении действий в 100,1000,1000000 упражнения на сравнение числа и выражения даются на новом числовом материале, увеличивается количество чисел и знаков в выражениях.

Далее сравниваются два выражения.

Сравнить два выражения — значит сравнить их значения. Поэтому сравнение двух выражений осваивается учащимися по мере овладения вычислительными навыками.

Работу по сравнению выражений можно организовать, используя индивидуальное наборное полотно.

Набирая под диктовку учителя выражения в верхней строке, дети находят значение каждого выражения и составляют числовое неравенство на нижней строке, а затем переносят знак между данными выражениями.

$2 + 5 < 10 - 2$
$7 < 8$

Сравнение выражений преследует различные цели. Главная из них — доведение вычислительных умений до автоматизма.

Например, упражнения вида

56 + 30 * 59 − 30
42 − 7 * 42 + 8
5 + 9 * 8 + 7
40 − 6 * 30 + 4
80 − 47 * 80 − 29

предназначены для отработки приемов вычислений, основанных на свойствах сложения и вычитания.

В учебнике по математике встречаются и такие примеры, в которых провести сравнение можно на основе знания изменения результатов действий в зависимости от изменения компонентов.

Рассмотрим примеры.

1. Сравнить 38 − 6 * 38 − 4.

В левой и правой частях даны разности двух чисел, у которых уменьшаемые одинаковы. Вычитаемое первой разности больше вычитаемого второй разности.

Чем больше вычитаем, тем меньше остается. Значит,

$$38 - 6 < 38 - 4$$

Правильность ответа проверяется и подтверждается вычислением выражений.

2. Сравнить 45 + 3 * 45 + 5.

Оба выражения − суммы, у которых одинаковые 1-ые слагаемые. Чем меньше прибавляем, тем меньше получаем. Значит: $45 + 3 < 45 + 5$.

3. Подобрать число, чтобы получилось верное неравенство:

$$68 - 4 > 68 - ?$$

Оба выражения разности, у которых уменьшаемые одинаковы. Чтобы первая разность была больше второй, надо увеличить вычитаемое во второй разности, т.е. оно должно быть больше 4.

Вычитаемое второй разности может принимать значения 5,6,7, ..., 68.

Прием сравнения может основываться на знаниях письменной и устной нумерации. Например:

19 − 10 * 18 − 8

Вычитая десяток, остаются единицы.

Вычитая единицы, останется десяток.

Но десяток больше единиц, поэтому $19 - 10 < 18 - 8$.

Сравнивая выражения вида:

$60 - 20$ и $60 - 10$

учащиеся считают десятками, как новыми счетными единицами.

Тождественные преобразования выражений.

Тождественное преобразование выражения − это замена данного выражения другим, значение которого равно значению заданного выражения.

Термин «тождественное преобразование» учащимся не дается.

Преобразование выражений учащиеся выполняют при изучении свойств арифметических действий.

Чтобы учащиеся сознательно выполняли действия и понимали алгоритм их выполнения, необходимо познакомить их с теоретической основой этих приемов. Это свойства: $(a + b) + c$; $a + (b + c)$; $(a + b) - c$; $a - (b + c)$; $(a + b) + (c + d)$; $(a + b) - (c + d)$; $(a + b) \times c$; $(a + b) : c$ и другие свойства.

При изучении каждого свойства учащиеся убеждаются, что выполнять действия можно разными способами, при этом значение выражения не изменяется.

Знание свойств действий учащиеся применяют для преобразования заданных выражений в тождественные.

Предлагаются задания вида:

1) Найди значения выражений тремя способами.

90 − (60 + 10)	30 + (40 − 20)	(20 + 34) − 4
(90 − 60) − 10	....	(20 − 4) + 34
(90 − 10) − 60	....	20 + (34 − 4)

Укажи наиболее удобный способ.

2) Сравни выражения, записанные в левой части равенства. Чем они похожи, чем отличаются?

$$(10 + 6) + 3 = 10 + (6 + 3)$$
$$(10 + 6) \times 3 = 10 \times 3 + 6 \times 3$$

3) Заполни пропуски и найди результат:

$(30 + 4) + 5 = 30 + (4 + 5) = \dots$.

$(30 + 4) \times 5 = 30 \times \dots + 4 \times \dots = \dots$.

4) Закончи запись так, чтобы сохранился знак «равно» в следующих выражениях:

$80 : (4 \times 10) = 80 : 10 \dots$,

$50 - (30 + 5) = 50 - 30 \dots$.

На основе тождественных преобразований можно показать, что если в выражениях со скобками скобки не влияют на порядок действий, то их можно не ставить.

$$(40 + 20) + 10 = 40 + 20 + 10$$
$$(10 \times 6) : 4 = 10 \times 6 : 4$$

Методика использования буквенной символики.

Ознакомление учащихся с буквенной символикой является средством обобщения в начальном курсе математики.

Задача учителя при изучении буквенной символики — довести до сознания детей то, что буква может принимать различные числовые значения, и поэтому является средством обобщения тех свойств, связей и зависимостей, которые дети наблюдают, оперируя числами.

Уже в первом классе дети различают примеры вида:

$\square + 2$, $\square - 2$, $\square + 3$, $\square - 3$

«Окошечко» — это переменная.

Подставляя в окошечко различные числа, получаем разные значения выражений.

В третьем классе четырехлетней школы вводится буква как переменная. Урок по введению буквенных выражений можно построить так.

Детям объявляется, что будет проведена игра «Составление математических выражений». К доске вызываются трое учащихся, которым даются карточки с числами и знаком «+».

«Вам, дети, надо встать так, чтобы из карточек, которые в ваших руках, получилась сумма чисел».

Дети встают, и получается выражение: $7 + 2$.

Каждый из этих трех учеников читает выражение разными способами.

Далее вызываются еще двое учащихся, которые с карточками чисел становятся впереди ранее вызванных детей с числами.

Учитель: «Что надо сделать знаку, чтобы получилось выражение?»

Знак делает шаг вперед, дети вновь читают выражение. Так составляются выражения $7 + 7$, $15 + 20$ и т.д.

С помощью кассы цифр на индивидуальном полотне дети составляют каждый свой пример и читают его разными способами.

Выясняется, что такое выражение могли составить все ученики школы и даже всех школ города, следовательно, математических выражений можно составить очень много.

У: Чем они отличаются?

Д: В них разные числа.

У: Что в них общего?

Д: Они являются суммами двух чисел.

Учитель поясняет, что вместо чисел, обозначающих первое слагаемое, можно написать букву, например, «a» (впереди первой колонки учеников встает ученик с карточкой «a»).

Вместо чисел, обозначающих второе слагаемое, тоже можно записать букву, например, «b» (впереди третьей колонки становится ученик с буквой «b»). Ученик с карточкой «+» делает шаг вперед.

Учитель: Мы получили буквенное выражение: $a + b$ (читает: a плюс b).

Из буквенного выражения можно получать любое числовое выражение, если вместо букв «a» и «b» поставить числа.

Учитель знакомит детей с некоторыми буквами латинского алфавита: a, b, c, d, m, n, x, y и их произношением. Затем учащиеся работают по учебнику и разбирают упражнения устно.

Выражение $15 - b$ читают: «Разность чисел 15 и b», называют данные значения буквы (6, 8, 15, 0).

Запись оформляется так:

$15 - b$

$b = 6$ $\qquad\qquad 15 - 6 = 9$

$b = 8$ $\qquad\qquad 15 - 8 = 7$ и т.д.

Следует выяснить, какие еще значения может принимать букв «b», может ли $b = 16$, 17 и почему не может.

В дальнейшей работе над буквенными выражениями предусматриваются различные виды упражнений:

1. Вычисление значения буквенного выражения при данных значениях букв:

а) Вычислите значение выражения

$a + 308$, если $a = 784$; 352

б) Вычислите значение выражения $128 - k$, если $k = 97$, 59 и т.д.

в) $209 \times b$, если $b = 9$, 25, 67

г) $c : 12$, если $c = 228$, 8796 и т.д.

Обобщая, учитель делает вывод:

Значение буквенного выражения зависит от значения буквы, входящей в выражение.

2. Самостоятельный подбор значений букв, входящих в выражение, и вычисление значений буквенного выражения:

$b < 11$. Какие значения может принимать буква b?

3. Решение задач, в которых одна из величин задана буквой. Запись решения задачи выражением, содержащим букву, самостоятельный подбор значений букв и вычисление буквенных выражений.

4. а) У Рано было a книг. Ко дню рождения ей подарили еще 5 книг. Сколько книг стало у Рано?

б) В магазине было m футбольных мячей. За день продали 27 мячей. Сколько мячей осталось в магазине?

в) В бригаде x человек. За смену каждый член бригады сделал 20 деталей. Сколько деталей изготовила бригада за смену?

г) Имеющиеся n кг силоса разделили поровну между 60 коровами. Сколько силоса получила каждая корова?

Подобные задания можно оформлять в виде таблицы.

Например: «Найдите значения выражений $c + d$ и $c - d$, если $c = 16$; 33; 48; $d = 14$; 15; 48». Оформление в тетради:

c	16	33	48
d	14	15	48
$c + d$	30	48	96
$c - d$	2	18	0

Использование таблиц дает возможность учителю обратить внимание детей на условия существования разности или частного.

Выполни упражнение:

«Из данного ряда чисел 0; 1; 15; 20; 23; 40; 50 выберите подходящие значения для вычитаемого b и заполните таблицу,

b				
$19 - b$				

Учитель спросит: «Почему не выбрали значения 20,23,40,50?» Какие еще значения можно взять, чтобы заполнить оставшиеся клеточки таблицы? Можно ли взять значение 19?

Общий вывод. «При вычитании уменьшаемое больше или равно вычитаемому».

Аналогично при работе с упражнением: «Из данного ряда чисел 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 выберите подходящие значения для делителя и заполните таблицу:

m						
$18 : m$						

Делаем вывод: «Подходят те значения m, на которые 18 делится без остатка, делить на нуль нельзя».

Работа по заполнению таблиц позволяет проследить характер изменения результата действий в зависимости от изменения одного из компонентов.

Так, после выполнения задания: «Заполни таблицу»:

c	0	10	100	1000	2000	2000	2000
b	10	10	10	10	10	100	1000
$c \times b$							
$c : b$							

Как изменяется произведение?

Как изменяется частное?

Обращаем внимание детей: значения c увеличивалось от 0 до 2000, а значение b оставалось постоянным. При этом произведение $c \times b$ и частное $c : b$ увеличивались.

При постоянном $c = 2000$ с ростом b (10,100,1000) произведение $c \times b$ увеличивалось. Вывод: чем больше один из множителей, тем больше произведение, чем больше делимое, тем больше частное, чем больше делитель, тем меньше частное.

После усвоения учащимися смысла буквенной символики, можно использовать буквы в качестве средства обобщения формируемых у них знаний.

Вся система упражнений здесь строится в соответствии с принципом от конкретного наблюдения на числовых примерах определенных связей, отношений, свойств, зависимостей, формируются соответствующие выводы, правила или формулы, которые записываются в буквенной форме.

Рассмотрим последовательность упражнений при работе над переместительным свойством сложения и записи его в обобщенном виде.

1. Сравните выражения:

30 + 15 * 15 + 30
35 + 12 * 12 + 35
21 + 17 * 17 + 21

Объясните, почему во всех выражениях поставлен знак =.

1. Замените буквы числами так, чтобы получились верные равенства:

$a + 17 = 17 + a$

$35 + a = a + 35$

$b + 12 = 12 + b$

Ученики подбирают различные числа, отмечая при этом, что та или иная буква в сравниваемых выражениях принимает одно и то же значение.

Например:

$a + 17 = 17 + a$, $a = 10$, получаем: $10 + 17 = 17 + 10$.

2. $a + b = 17$, $b + a = \square$

Какому числу может равняться вторая сумма, если значения a и b в обоих равенствах одинаковы?

3. $C + D$, $D + C$

Могут ли данные суммы равняться различным числам, если C и D в обоих равенствах одинаковы? Дайте числовые значения буквам C и D и запишите полученные суммы.

4. Закончите запись, чтобы получилось верное равенство $a + b = b +$.

Запишите данное равенство, при $a = 18$, $b = 20$; $a = 13$, $b = 40$.

6. Сравните выражения:

$C + D$ * $D + C$

$A + B$ * $B + A$

$C + A$ * $A + C$

Работа с приведенными заданиями позволяет ученикам не только усвоить обобщенную запись переместительного свойства суммы, но и продвигает их в осознании обобщающей роли буквы как символа математики, способствует в дальнейшем использованию буквы для обобщения наблюдаемых учениками числовых зависимостей.

Приведем примеры заданий, которые учитель может использовать с этой целью:

1) Найдите сумму. Запишите с помощью буквенной символики наблюдаемую зависимость: $3 + 0$, $5 + 0$, $9 + 0$, $12 + 0$, $18 + 0$ $(a + 0 = a)$;

2) Найдите произведение. Запишите с помощью буквенной символики наблюдаемую зависимость: $15 \cdot 1$, $13 \cdot 1$, $18 \cdot 1$, $34 \cdot 1$, $57 \cdot 1$, $(a \cdot 1 = a)$;

3) Найдите разность. Запишите с помощью буквенной символики наблюдаемую зависимость: $5 - 0$; $9 - 0$; $12 - 0$; $48 - 0$, $(a - 0 = a)$;

4) Найдите разность. Запишите с помощью буквенной символики наблюдаемую зависимость: $18 - 7 + 7$; $15 - 3 + 3$; $27 - 10 + 10$; $44 - 15 + 15$, $(a - c + c = a)$

5) Найдите значения выражений. Обобщите с помощью буквенной символики наблюдаемую зависимость: $18 : 2 \cdot 2$; $25 : 5 \cdot 5$; $36 : 6 \cdot 6$; $44 : 22 \cdot 22$. $(a : c \cdot c)$

Эффективного использования буквенной символики как средства обобщения можно достигнуть лишь в том случае, если работа в этом направлении будет проводиться в течение всех 4 лет обучения.

Решение уравнений в начальной школе.

Одно из важнейших алгебраических понятий – уравнение.

Уравнение в начальном курсе математики трактуется как равенство, содержащее букву. Решить уравнение – значит узнать, при каких значениях буквы уравнение обращается в верное равенство.

Известно, что в начальных классах должна быть заложена достаточно твердая основа, на которой могло бы уверенно строиться дальнейшее математическое образование.

Анализируя преемственность между начальными и средними классами школы, можно выделить следующие трудности в дальнейшем развитии понятия «уравнение».

Учащиеся не могут привыкнуть к тому, что буква в уравнении может принимать любые значения. Им трудно отказаться от привычного хода рассуждения при решении уравнения, трудно усвоить, что одно и то же уравнение можно решить разными способами, и дети, не задумываясь над тем, какой из них наиболее рациональный, решают уравнение давно известным способом.

Все это говорит о необходимости совершенствования работы над понятием «уравнение» в начальных классах с целью подготовки учеников к изучению систематического курса математики в средней школе.

В начальной школе определение понятия «уравнение» не дается.

Учащиеся уясняют это понятие в процессе выполнения специально подобранных упражнений.

В применяемой сейчас методике решения уравнений можно выделить три этапа.

I этап	II этап	III этап	
$\square + 4 = 6$	$x + 3 = 7$	$x + 8 = 15$	$x \cdot 3 = 27$
$5 - \square = 2$	$3 + x = 9$	$43 - x = 40$	$7 \cdot x = 56$
$\square - 3 = 5$	$x - 3 = 6$	$25 - x = 10$	$40 : x = 5$
	$8 - x = 5$	$x - 12 = 32$	$x : 7 = 9$

I этап – подготовительный в первом классе, $\square$ – окошечко – неизвестное число.

$\square + 4 = 6$ «к неизвестному числу прибавили 4 и получили 6, чему равно неизвестное число?» Решение осуществляется методом подбора

II этап – знакомство с буквой x как с символом для обозначения неизвестного числа в уравнениях простейшего вида: $x + 3 = 7$, $3 + x = 9$, $x - 3 = 6$, $8 - x = 5$.

III этап – решение уравнения на основе связей между компонентами и результатом действий.

Рассмотрим методику работы на каждом этапе.

I этап. Подготовительная работа начинается на уроках ознакомления с числами от 1 до 10 и включает следующие виды упражнений:

1) Разнообразные по форме упражнения, направленные на усвоение состава чисел в пределах 10. Состав чисел первого пятка учащиеся должны запомнить уже при изучении темы «Нумерации в пределах 10», а состав чисел 6, 7, 8, 9 – при изучении сложения и вычитания в пределах 10.

2) Примеры с «окошками». Такие задания рассматриваются при изучении нумерации чисел 1 – 10. Выполнение этих упражнений предполагает способ подбора чисел с опорой на наглядность

с с с к к к к	с к к к к к к	к к с к с с с
$3 + \square = 7$	$1 + \square = 7$	$\square + 4 = 7$

Учащиеся подставляют в «окошки» числа, используя в качестве наглядной основы полоски, состоящие из синих и красных квадратов.

Примеры с окошками встречаются в дальнейшем при изучении сложения и вычитания в пределах 10.

Полезны на подготовительном этапе задания по сравнению чисел.

Помимо заданий: «сравните числа», «поставьте знак <, > , =» предлагаются задания, включающие термины «верная запись» , «неверная запись». Это помогает разнообразить задания, вводить задания, требующие обоснования, доказательства того или иного утверждения.

Например:

1) Зачеркните неверные записи. Почему они неверные?

$8 > 7$	$7 < 5$	$9 > 7$
$8 < 7$	$5 > 6$	$0 < 1$

Объяснить учащиеся смогут, зная свойство натурального ряда, или другое обоснование: при счете 7 идет после пяти, значит, 7 больше пяти, поэтому запись $7 < 5$ неверная.

2) Дано неравенство $5 < 7$. Какие числа можно записать вместо семи, чтобы получить верную запись? (Больше пяти будут все числа, которые мы называем при счете после 5). Составьте все неравенства $0 < \square$,$1 < \square$, $6 > \square$, $7 > \square$.

3) Какие числа можно вставить в окошко $8 < \square$, чтобы получить верную запись?

II этап. Введение термина «неизвестное число».

Фрагмент урока.

На доске нарисованы или выставлены на наборном полотне кружки слева, справа тоже нарисованы кружки, но они закрыты листом бумаги.

Учитель спрашивает, сколько кружков на доске? Далее он сообщает, что под листом бумаги тоже нарисованы кружки, но их нельзя сосчитать, так как они закрыты. Число кружков неизвестно. В математике неизвестное число принято обозначать буквой, например, «x», и на вопрос «Сколько кружков справа?» можно ответить, что справа «x» кружков.

Под рисунком подписываются символы, которые соответствуют числу кружков

6 $\qquad\qquad$ x

Затем учитель вводит новые условия в виде вопроса: «Подумайте, сколько кружков может быть нарисовано справа, если известно, что число их меньше, чем слева?» Ставится знак неравенства

$6 > x$

Ученики предлагают числа и фиксируют сказанное в записи: $6 > x$, $6 > 1$, $6 > 2$, $6 > 3$, $6 > 4$, $6 > 5$. Возможно, что ученики сами укажут случай $6 > 0$; если нет, то учитель может задать вопрос: «Возможен ли такой случай, когда под листом бумаги не нарисовано ни одного кружка? Как тогда написать неравенство» ($6 > 0$).

Выясняется, какой из перечисленных случаев соответствует рисунку.

1) Учитель снимает лист бумаги (нарисовано 4 кружка и подчеркивает $x = 4$).

Очень полезно иметь наглядно интерпретацию для всех случаев:

$6 > x$
$x = 3$

$6 > x$
$x = 2$

Важно, чтобы в процессе вышеописанной работы ученики осознали, что значение неизвестного числа может быть различным, и это различие обусловлено определенными условиями, в данном случае – знаком неравенства и тем числом, с которым сравнивается неизвестное.

На этом же этапе можно рассмотреть задание:

1) Будут ли верными данные записи $2 < 5$, $x < 5$? (первое неравенство верное, так как число 2 идет при счете раньше 5, второе неравенство будет верным при $x = 0, 1, 2, 3, 4$.)

2) Каким может быть неизвестное число, чтобы полученное неравенство было верным: $x < 3$? ($0 < 3$, $1 < 3$, $2 < 3$, x может равняться 0, 1, 2)

III этап. Обозначение буквой компонентов арифметического действия.

Фрагмент урока.

4

3

4 + 3

Сколько кругов справа? (3). Сколько кругов слева? (4). С помощью какого арифметического действия можно узнать, сколько всего кружков на доске? (Сложение, ставится знак «+»).

Затем предлагается рисунок, на котором кружки справа закрыты листом бумаги:

5 x

Сколько теперь кружков справа? (x). Как записать число всех кружков на доске ($5 + x$). Каким числом может быть неизвестное? ($x = 0, 1, 2, 3, 4...$)

IV этап. Знакомство с уравнением. На этом этапе можно воспользоваться теми же рисунками, но несколько изменить работу с ними.

На 3 этапе ученики установили, что число закрытых кружков может быть различным.

Теперь учитель вводит новое условие. Каким может быть число закрытых кружков, если сумма равна 6? Выполняется запись $5 + x = 6$. Каким может быть число закрытых кружков, если сумма равна 7? 9? ($5 + x = 7$, $5 + x = 9$).

В процессе такой работы ученики должны осознать тот факт, что число неизвестных кружков обусловливается суммой всех кружков. Ученики получают первое представление об уравнении.

V этап. Нахождение неизвестного слагаемого.

4 x $4 + x = 7$

7

К числу 4 прибавили неизвестное число, получили 7. Как найти неизвестное число? (Зачеркиваются 4 кружка, остаются только закрытые кружки). Сказанное фиксируется с помощью математической записи: $x = 7 - 4$; $x = 3$.

В основе нахождения неизвестного слагаемого лежит правило нахождения слагаемого по сумме к другому слагаемому. Но предшествующие 4 этапа способствуют более сознательному выполнению записей решения уравнения и их проверки.

VI этап. Уяснение взаимосвязей между суммой и слагаемыми.

Для этой цели предлагаются задания.

1) Могут ли в данных уравнениях значения неизвестного слагаемого быть одинаковыми: $4 + x = 5$, $4 + x = 6$, $4 + x = 7$, $4 + x = 8$ (нет, так как первые слагаемые равны во всех уравнениях, а суммы различные). Учитель

может предложить решить каждое из уравнений и тем самым подтвердить свой ответ.

2) Могут ли значения неизвестных в следующих уравнениях быть различными: $5 + x = 7$, $x + 5 = 7$?

3) Сумма 7 и неизвестного числа равна 9. Запишите уравнение. Может ли сумма в данном случае равняться 5?

4) Неизвестное число увеличили на три, получили 9. Запишите уравнение. Может ли сумма в данном случае равняться 5, 6, 2? Запишите уравнение.

5) Запишите сумму всех кружков. Может ли число всех кружков равняться числу 5, 4, 6, 9?

Это подводит к пониманию того, что сумма может быть только больше или равна одному из слагаемых.

6) Составьте различные уравнения с числами: 9, 3, 5, 4. Неизвестное обозначьте буквой x. Найдите неизвестные слагаемые.

ГЛАВА XIII
ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Геометрия изучает определенные неизменные (не зависящие от времени) формы и свойства пространства. Вся принятая в геометрии терминология свидетельствует о том, что геометрические понятия возникли путем абстракции от реальных предметов. Например, «точка» – отточенное перо, острие гусиного пера. «Линия» – лен, льняная нить. Основные положения геометрии, ее теория сложились более 2500 лет тому назад. В началах Евклида (3 в. до н.э.) геометрия представлена в виде такой стройной системы, что ничего принципиально нового к ее основам математики не смогли прибавить до появления работ Н. И. Лобачевского, т.е. в течение нескольких тысячелетий.

В настоящее время важнейшими отраслями геометрии стали: неэвклидова геометрия, проективная геометрия, начертательная, аналитическая, дифференциальная геометрия. Школьный курс геометрии включает в себя элементы каждой из них.

В основе каждой науки лежат понятия: основные и производные понятия.

Определить понятие – это значит точно выделить тот класс объектов, который охватывается данным понятием.

Для этого надо знать все существенные признаки, определить понятие и проверить, обладает ли данный объект этими признаками или не обладает. В процессе определения понятия каждый раз одно понятие определяется через другое, более широкое. Например: «квадрат» – это прямоугольник..., «прямоугольник» – это параллелограмм, «параллелограмм» – это четырехугольник», «четырехугольник» – это многоугольник... и т.д. Эту последовательность нельзя продолжать до бесконечности, в конце концов, мы приходим к понятию, для определения которого нельзя сослаться на другое понятие. Оно называется основным.

Основными понятиями геометрии являются: точка, прямая, линия, плоскость, движение, множество точек, пространство, принадлежит, лежит между, построить фигуру.

Основной задачей учителя является определить методику, обеспечивающую раскрытие основного содержания геометрического материала начального курса математики на каждом уровне геометрического развития, а также методику изучения этого материала:

– формирование геометрических представлений;

– развитие мышления;

– формирование пространственных представлений и воображения;

– обеспечение связи геометрического материала с другим материалом начального курса;

— использование наглядности в обучении.

Формирование геометрических представлений проводится следующим образом: свойства фигур выделяются экспериментально; одновременно усваиваются терминология и навыки, поэтому основное место в обучении занимают практические работы учеников, наблюдения и работы с геометрическими объектами.

В методике формирования геометрических представлений важно идти от «вещи» к фигуре, и наоборот, от образа фигуры к реальной вещи. Геометрический материал нецелесообразно выделять в отдельные уроки, концентрировать в одном месте. Лучше изучать его распределенно, включать в каждый урок математики.

Геометрический материал в каждом классе распределен по определенной системе задач:

1. Задачи, в которых геометрические фигуры используются как фигуры для пересчитывания (квадрат, круг, треугольник).

2. Задачи, связанные с формированием представления о геометрических величинах (о длине, площади) и измерительных навыках (измерение длин отрезков, площадей).

3. Вычислительные задачи: вычисление периметра и площади.

4. Элементарные построения фигур на клетчатой и нелинованной бумаге с помощью линейки, угольника без учета размеров.

5. Элементарные построения фигур с заданными параметрами (треугольник с прямым углом, прямоугольник с заданными сторонами).

6. Классификация фигур.

7. Деление фигур на части и построение из частей других фигур.

8. Чтение геометрических чертежей, использование буквенных обозначений.

9. Выяснение геометрической формы предметов или их частей.

Геометрический материал в первом классе.

Изучение геометрического материала в первом классе должно быть равномерно распределено по всему учебному году. В процессе формирования геометрических представлений и необходимых навыков не последнюю роль играет факт времени — продолжительность и постепенность.

Геометрическому материалу уделяется 5–10 мин почти на каждом уроке. Еще до школы дети накапливают элементарные представления о форме, величине, взаимном расположении предметов в окружающем пространстве. Но знания эти носят случайный характер. Важной задачей обучения становится уточнение накопленных знаний и усвоение соответствующей терминологии.

В первом классе рассматриваются следующие цели:

1. Обобщение первоначальных представлений о величине предметов, об отношениях их взаимного положения в пространстве. Уточняется представления о круге, треугольнике, квадрате. Учитель выставляет на наборном полотне круг, квадрат, треугольник. Показывая каждую фигуру, называет ее. Дети повторяют хором.

Затем на наборном полотне выставляются круги, треугольники, квадраты разного цвета и размера.

Задание: покажи круг (квадрат, треугольник). Какого цвета этот круг (квадрат, треугольник)?

Сравни два круга, найди одинаковые по размеру. Чем похожи круги, чем отличаются?

Проводя подобные задания на последующих уроках, учитель ставит своей целью показать, что:

1. Форма фигур не зависит от материала, из которого они сделаны;

2. Форма фигур не зависит от цвета и размера фигур;

3. Форма фигуры зависит лишь от числа элементов, из которых она состоит (стороны, углы, вершины).

С этой целью предлагаются задания:

1. На доске расположены треугольники и квадраты, сделанные из разного материала, с разным соотношением сторон, разного цвета.

Задание: Отложить все треугольники и квадраты.

2. Детям раздаются карточки, на которых изображены разные многоугольники.

Задание: «Раскрась все треугольники и посчитай их».

4. Плакат: «Найди на плакате все зеленые треугольники (желтые, красные, большие, маленькие)».

Число треугольников дети показывают с помощью кассы цифр по сигналу учителя.

По мере развития геометрических представлений первоклассников задания усложняются, но даются они в течение всего года. В конце учебного года в урок вводится ряд геометрических заданий, выполнение которых требует от учащихся геометрической смекалки.

1. От квадрата отрезали 1 угол, сколько углов осталось? Какая получилась фигура?

2. Сложи фигуру из 12 палочек.

Переложи 4 так, чтобы получилось 2 квадрата: большой и маленький.

3. На доске чертеж. Сложи такую же фигуру на парте из палочек. Какие получились фигуры? Сколько их? Как положить палочки, чтобы разделить эту фигуру на 6 равных частей? Какие получились фигуры? Сколько их?

4. Как из 7 палочек сложить 3 треугольника.

Во внеклассной работе, в группе продленного дня полезна следующая работа с бумагой.

Геометрия листа бумаги.

Уже на первых уроках первоклассники знакомятся с тетрадью. Развитию геометрических представлений способствует геометрия листа бумаги. Учитель обращает внимание на то, что листы тетради покрыты прямыми линиями: эти линии проведены в различных направлениях. Некоторые прямые линии пересекаются (учащиеся находят пересекающиеся прямые), а некоторые не пересекаются. Место, где две линии пересекаются, называется точкой пересечения. Учитель просит отметить точку пересечения карандашом. Полезно употребить при этом выражение: «Эти две прямые проходят через одну точку, две прямые пересекаются в одной точке». Затем выделяется клетка.

Сначала ее надо выделить.

«Проведите отрезки от точки вниз, влево, вверх, вправо. Мы обвели клетку».

«Закрасьте карандашами разного цвета четыре клетки подряд» (столбиком, строчкой).

«Закрасьте одну клетку синим карандашом, пропустите одну (2, 3) клетки и закрасьте еще одну клетку» (слева, справа).

Для подготовки письма цифр следует хорошо отработать строение клетки и терминологию, используемую в дальнейшем учителем при письме цифр. Работа эта выглядит так:

«Отметим карандашом точки, которые после соединения образуют клетку».

«Соединим точки — получилась клетка или квадратик».

Две точки расположены сверху — назовем их верхними, а две снизу — нижними. Верхние точки расположены одна справа, другая слева. Будем называть эти точки верхняя правая, верхняя левая, нижняя правая, нижняя левая. Назовем и стороны: верхняя сторона, нижняя. левая, правая.

После нескольких уроков, можно провести практическую работу с цветными карандашами:

«Выдели мысленно клеточку в тетради. Отметь синим карандашом верхнюю правую точку, красным — верхнюю левую, желтым — нижнюю левую, зеленым — нижнюю правую, проведи оранжевым цветом правую сторону, синим — левую, красным — верхнюю, зеленым — нижнюю.

Сравни, такая ли получилась клетка (элемент самопроверки).

Далее работа продолжается. Вводятся точки (центр клетки, середина верхней (нижний, правой, левой стороны). И проводится подобная же практическая работа. Полезно на увеличенной клетке показывать указанные точки и отрезки, чтобы учащиеся называли их. Работу эту следует провести до письма цифр. Тогда при комментировании письма цифр учитель не будет затрудняться в подборе слов, а ученики будут его хорошо понимать. Например, вот как выглядит комментарий к письму цифры 1.

«Выделим клетку. Отметим центр клетки. Из центра клетки веду короткую палочку в верхнюю правую точку, из верхней правой точки веду большую палочку к середине нижней стороны».

Пояснение повторяем хором, пока дети не запомнят письмо цифры. Для развития руки полезно в тетради рисовать различные бордюры, зигзаги, орнаменты по клеточкам.

При этом могут получаться незатейливые рисунки, счет клеток и направление отсчета закрепляют изученные понятия.

Зрительные диктанты на уроках математики в первом классе.

Для успешного усвоения учебного материала имеет большое значение развитие зрительной, оперативной (кратковременной) памяти, умение анализировать, сравнивать рисунки, геометрические фигуры, знаки. Устанавливать закономерность, находить нарушения данной закономерности.

Полезно проводить на уроках математики 2–3 раза в месяц, начиная с 1 класса, зрительные диктанты. Чаще всего они проходят в форме игр: «Кто больше запомнит?», «Фотограф», «Не ошибись!», «Не подведи свою команду!»

В течение одной минуты одновременно показаны фигуры и знаки, которые даны на таблице в цвете, а затем учащиеся воспроизводят их в тетради по памяти, конечно, в уменьшенном размере, но с сохранением порядка изображаемых фигур, особенностей их конфигураций и раскраски. Постепенно время показа сокращается, а задания усложняются.

Используются разнообразные формы проверки таких заданий. Например, самопроверка с подчеркиванием и исправлением ошибок, взаимная проверка тетрадей учащимися. Проводится анализ ошибок.

На первых порах не все дети успешно справляются с заданиями. Некоторые успевают воспроизвести 2–3 фигуры из 5–6 предложенных (при ограничении времени воспроизведения), но постепенно количество воспроизведения увеличивается, а качество улучшается. К концу учебного года большинство детей успешно справляются с заданиями. Они им очень нравятся.

Методика работы над формированием некоторых геометрических понятий и представлений в 1-ом классе.

Фрагмент урока №1: формирование понятия прямая линия.

Цели: 1) познакомить с понятиями точка, прямая; 2) научить чертить прямую линию; 3) развивать пространственное воображение, логическое мышление.

1. Объяснение нового материала.

– С сегодняшнего дня мы будем совершать интересные путешествия в необычную страну. Этой страны нет на карте, но в ней есть удивительные города, а в городах – необыкновенные улицы. Называется эта страна Геометрия. (Учитель вывешивает плакат, на котором написано крупными буквами «Геометрия»). Что такое геометрия? Гео – Земля, метрия – измерение. Что получилось? Буквально: измерение земли. Наука об измерении Земли появилась в Греции. В древности людям для измерения Земли нужна была геометрия. Конечно, нам с вами измерять Землю не нужно, но много интересного и нужного поможет узнать геометрия. Итак, вперед, в путешествие по стране Геометрия! Сопровождать нас в этом путешествии будет важная фигура. Сейчас мы с ней познакомимся. (Учитель на доске ставит точку.)

– Кто знает, что это такое? (Это точка.)

– Жила-была Точка в стране Геометрия.

Скучно было Точке одной. Решила она найти себе друзей. Встретила по дороге другую точку. И пошли они вместе. Затем встретили еще одну и еще. Их стало так много, что они выстроились в ряд, прижавшись, друг к другу. Так тесно они прижались друг к другу, что получилась линия. Когда точки идут прямо, то какую линию они образуют? (Прямую.)

– Начертите прямую линию в тетрадях.

Учитель на доске чертит прямую линию и спрашивает:

– Можно ли эту прямую продолжить?

Если кто-нибудь из учеников даст утвердительный ответ, учитель просит его сделать это. Затем прямую линию продолжают до левого и правого краев доски. Учитель спрашивает:

– Можно ли дальше продлить прямую линию?

Дети ответят, что нельзя. Негде чертить.

– А если доска была бы шире?

Важно довести до сознания детей то, что возможность продолжить прямую зависит не от самой прямой, а от других условий. Далее учитель предлагает детям представить себе, какой длины можно было бы начертить прямую линию, если чертить не на доске, а на стене, на полу, на земле во дворе и т.д. Таким образом, у детей формируется представление о возможности неограниченного продолжения прямой линии.

– Начертите в тетради еще одну прямую линию. (Ученики выполняют).

– Продлите прямую линию вправо. (Продлили.)

– Продлите прямую линию влево. (Продлили.)

– А теперь скажите, можно ли установить, имеет ли прямая линия начало? А конец? (Не имеет.)

– Следовательно, прямая линия не имеет ни начала, ни конца. В математике говорят: прямая линия бесконечна.

Без конца, без края линия прямая.
Хоть сто лет по ней иди,
Не найдешь конца пути.

2. Практическая работа. У учащихся листы нелинованной бумаги произвольной формы.

1) Поставьте точку и согните лист так, чтобы точка оказалась на линии сгиба:

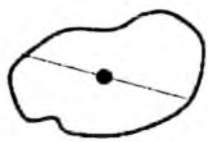


Рис. 1

Какая линия получилась? (Прямая.) С помощью какого инструмента можно проверить, что получилась прямая линия? (Линейки.) Проверьте.

2) Поставьте на другом листе точку и согните лист так, чтобы линия сгиба прошла через эту точку (рис. 2).

Рис. 2

Какая линия получилась? (Прямая.) Можно ли получить этим методом другую прямую, проходящую через эту же точку? (Да.) Сделайте это. Сколько прямых линий можно провести через одну точку? (Много.) В математике говорят, что через одну точку можно провести бесконечное множество прямых линий.

3) Поставьте на листе в любом месте две точки. Согните лист так, чтобы линия сгиба прошла через эти две точки. (Согнули лист.)

Возьмите другой лист, поставьте на нем точки в другом месте, согните лист. Как вы думаете, всегда ли можно провести прямую линию через две точки? (Да.)

Попробуйте получить другую прямую, проходящую через те же две точки. (Не получается.)

Делаем вывод: через две точки можно провести только одну прямую линию.

Логические задачи.

1. Мама, папа и я сидели на скамейке. В каком порядке мы сидели, если известно, что: я сидел справа от папы, а мама слева от меня (рис. 3)?

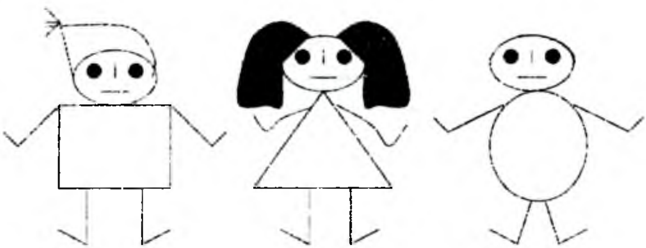


Рис. 3.

2. Кто где живет (рис. 4)?

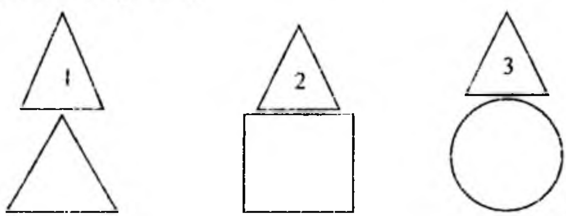


Рис. 4

3. Какую фигуру нужно поставить вместо знака «?» (рис. 5)?

Рис. 5

Фрагмент урока № 2: формирование понятия кривая линия. Закрепление понятия прямая линия.

Цели: 1) закрепить понятие прямая линия, познакомить с понятием вертикальная прямая; 2) сформировать в сознании учащихся понятие кривая линия; 3) развивать пространственное воображение, логическое мышление, внимание.

Оборудование: линейка, карандаши, шнурок длиной 25–30 см.

1. Повторение пройденного.

Скоро мы начинаем путешествовать, а к путешествию надо подготовиться. Путешественники на протяжении всего пути должны быть внимательны. Сейчас мы потренируемся. А поможет нам игра «Внимание!». По команде «Внимание!» я покажу картинку, а через 2–5 секунд спрячу ее. Кто успеет рассмотреть, что на ней нарисовано, тот зарисует это у себя в тетради. Потом я покажу следующую картинку, потом еще одну. (Учитель показывает последовательно 6–8 карточек с изображением фигур, в том числе с изображением кривой линии). (рис. 6).

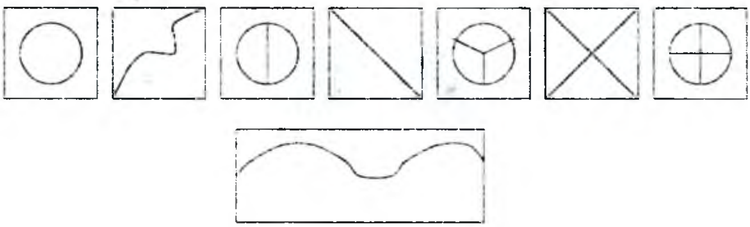


Рис. 6

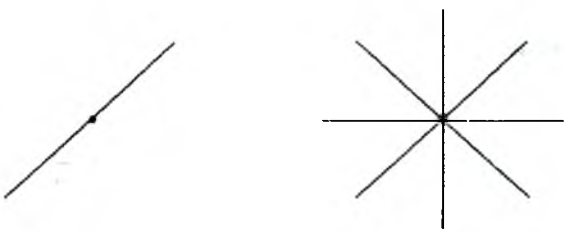


Рис. 7

– С какой фигурой мы познакомились на прошлом уроке? (С прямой линией.)

– Вспомните стихотворение о прямой линии. Поставьте в тетради точку. Проведите через нее прямую линию (рис. 7). Проведите через эту же точку еще одну прямую линию. Можно ли через эту же точку провести еще прямую линию? (Да.)

– Сколько прямых линий можно провести через одну точку? (Много, бесконечно много.)

– Поставьте в тетради две точки. Проведите через них прямую линию. Сколько прямых линий можно провести через две точки? (Одну.)

2. Объяснение нового материала.

– Кто из вас наблюдал за летящим самолетом? Какой след оставляет летящий самолет? Нарисуйте след летящего самолета. (На доске появляется рисунок 8.)

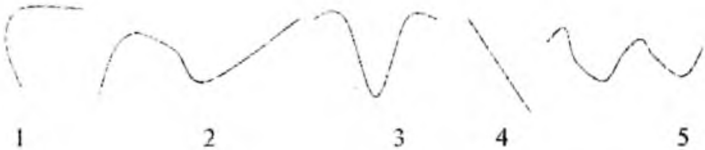


Рис.8

– Какая линия дана под номером 4? (Прямая линия.)

– Можно остальные линии назвать прямыми? (Это не прямые линии.)

– Как точнее их можно назвать? (Кривые линии.)

– В окружающем нас мире много предметов, дающих представление о кривых и прямых линиях. Назовите несколько предметов, представляющих собой кривые линии. (Провисшие провода, след летящего камня, полет птицы, направление падения листа.)

– А теперь привяжите к веревочке небольшой груз (карандаш, ручку, линейку и др.). Что происходит с веревочкой? (Веревочка натягивается.)

– О какой линии дает представление натянутая веревочка? (О прямой линии.)

– Верно, прямая линия протянулась точно сверху вниз. Такая линия называется вертикальной. А вот о ней четверостишие:

Вот веревочка моя!
Привязал к ней камень я.
И веревка моментально
Натянулась вертикально!

Учитель показывает несколько рисунков, на которых учащиеся находят вертикальные линии (фонарные столбы, трос подъемного крана с грузом, столбы спортивных сооружений, заводские трубы и др.).

На доске рисунок 9.

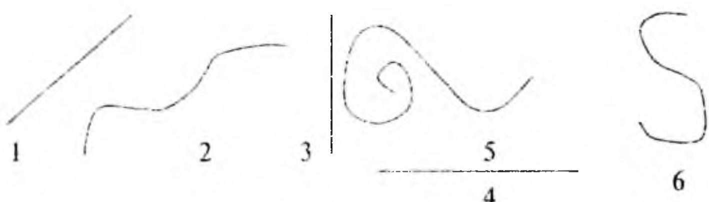


Рис. 9

– Найдите на рисунке похожие линии, покажите их, назовите их номера. (Называют.)

— Почему эти линии вы считаете похожими? (Потому, что это одинаковые линии. Они называются прямые.)

— Как называется прямая линия под номером 3? (Вертикальная линия.)

— Как можно назвать другие линии на рисунке? (Волнистые, кривые линии.)

— Итак, какие два вида линий изображены на рисунке? (Прямые и кривые линии.)

— Какие линии относятся к прямым линиям? (Это линии под номерами 1, 3, 4.)

— Какие линии относятся к кривым линиям? (Линии под номерами 2, 5, 6.)

При выполнении подобных заданий необходимо сделать для учащихся очевидным о с н о в а н и е классификации линий — как свойства геометрических фигур.

Логические задачи.

1. На веревке завязали три узла. На сколько частей узлы разделили веревку? Для проверки решения используйте веревочки, имеющиеся у вас.

2. Ирина Петровна — мать Тани, а Катя — дочь Тани. Кем приходится Катя Ирине Петровне? (Внучкой.)

Фрагмент урока № 3: формирование понятий отрезок, луч.

Цели: 1) познакомить учащихся с понятиями отрезок, луч; 2) научить сравнивать отрезки при помощи циркуля; 3) развивать логическое мышление и воображение учащихся.

Оборудование: карандаши, линейки, циркули, счетные палочки.

1. Объяснение нового материала.

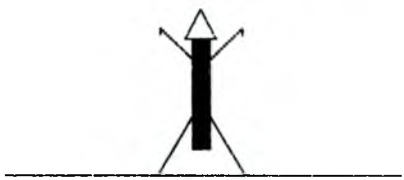


Рис. 10

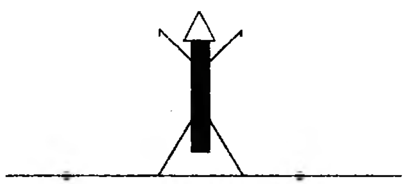


Рис.11

— Решил Карандаш прогуляться по прямой линии (рис. 10). Идет, идет, устал и говорит: «Долго мне еще идти? Скоро ли конец пути?» Что вы ему ответите? (У прямой линии нет конца.)

Опечалился Карандаш: «Что же мне делать? Я не хочу ходить без конца». «Тогда отметь на мне две точки», — ответила Прямая. Так он и сделал.

— Ура! — закричал Карандаш. — Появились два конца.

— Что же получилось? «Мой отрезок», — ответила Прямая. (рис. 11).

Решил Карандаш отнять у прямой линии ее отрезок, по которому гулял. Взял ножницы и отрезал часть прямой линии между двумя точками (рис. 12). Задумался Карандаш: «Что же получилось? Отрезок?»

Рис. 12

— Как вы думаете, чем отличается отрезок от прямой линии? (Прямая линия бесконечна, она не имеет ни начала, ни конца. Отрезок — это часть прямой линии, он имеет начало и конец).

— Иначе говоря, отрезок — это часть прямой линии, ограниченной с двух сторон точками. Покажите, какие части прямой линии остались после того, как Карандаш вырезал отрезок. (Показывают рис. 12.)

— Можно ли назвать отрезком часть прямой, расположенной справа от отрезка? Слева от отрезка? Почему это не отрезки? (Отрезок должен быть ограничен с двух сторон: отрезок имеет начало и конец.)

— Имеет ли начало часть прямой линии, расположенная справа от отрезка? (Да.)

— Можно лишь продолжить эту часть прямой линии вправо? (Можно.)

— Имеет ли эта часть прямой конец? (Нет, не имеет.)

— Часть прямой, у которой есть начало, но нет конца, называют лучом. Сколько лучей оказалось у Карандаша после того, как он вырезал отрезок прямой? (Два луча.)

2. Закрепление изученного материала.

Учитель раздает карточки, на которых изображены прямые, отрезки и лучи (рис. 13), и дает задание:

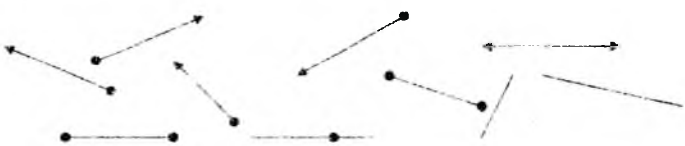


Рис. 13

Найдите на чертеже все лучи и обведите их синим карандашом.

Найдите на чертеже все отрезки, обведите их красным карандашом.

Какие геометрические фигуры остались не обведенными?

Сколько групп (классов) получили, разбив все геометрические фигуры, изображенные на чертеже?

Какие фигуры войдут в один класс? По какому признаку вы их объединили в один класс? Объясните.

Выполняя задание, ученики не просто закрепляют понятия прямая, отрезок, луч, они осознают свойства геометрических фигур и учатся на основании полученных знаний производить классификацию геометрических фигур.

Становится очевидным принцип ведущей роли теоретических знаний.

3. Практическая работа.

1) Начертите в тетради отрезок.

2) Начертите прямую линию, поставьте на ней три точки. Сколько получилось отрезков, лучей?

3) Рассмотрите фигуры, изображенные на рисунке 14 (предварительно каждый ученик получает карточку с рисунком). Сколько отрезков на рисунке, сколько лучей? Обведите отрезки красным карандашом, лучи синим.

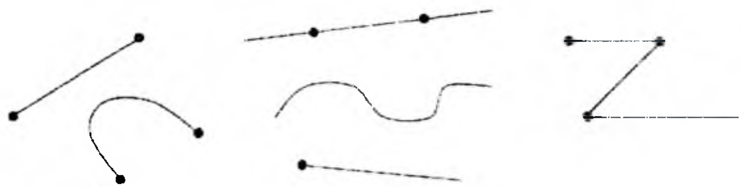


Рис. 14.

Сравнивая отрезок и прямую, учащиеся устанавливают основное свойство отрезка – его ограниченность. Необходимо сформировать у учащихся навык правильного построения отрезков: сначала точками обозначаются концы отрезка, затем точки соединяются прямой, образующей отрезок.

Задачи:

1) Одинаковой ли длины эти геометрические фигуры (рис. 15)? Почему? Как называют эти геометрические фигуры? (Прямая линия, отрезок прямой.) Какими общими свойствами обладают отрезки? (Каждый отрезок – это часть прямой. Отрезки ограничены с двух сторон).

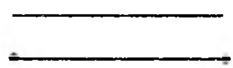


Рис. 15

А прямая линия? (Прямая линия не имеет ни начала, ни конца, она безгранична.)

4. Знакомство с линейкой как измерительным прибором. Измерение длин отрезков с помощью линейки.

1) На доску проецируется слайд с изображением отрезков различной длины (рис. 16).

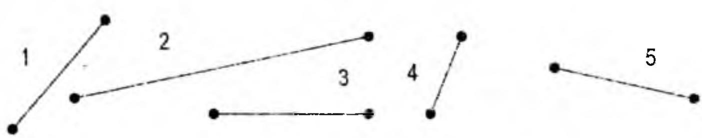


Рис. 16

– Какой из отрезков самый длинный? (Отрезок под номером 2.)

– Как вы определили? (Это видно «на глаз».)

– Есть ли на рисунке отрезки одинаковой длины? (Да, 1 и 3; некоторые ученики называют 3 и 5.)

– Какой из отрезков короче других? (Ответы учеников не совпадают; одни считают, что самым коротким является отрезок под номером 5, другие утверждают, что самый короткий отрезок под номером 4.)

— Да, конечно, в этой ситуации мы можем ошибаться, потому что определяли длины отрезков «на глаз». Тренировать свой глазомер — нужное и полезное дело, однако бывают ситуации, в которых длину предмета требуется определить более точно. Для точных измерений используют специальные измерительные приборы.

Как вы думаете, в нашей ситуации с помощью чего можно измерить и сравнить длину отрезка? (С помощью шнурка, палочки, полоски бумаги, циркуля, линейки.)

— Какой из названных вами «инструментов» поможет сравнить длины отрезков, а какой точно определить их длину? (Для сравнения можно использовать любой из них, а для точного определения длины отрезка нужно использовать линейку.)

Знакомство с измерительной линейкой, ее устройством. Учитель проводит беседу о том, как появилась линейка.

2) Практическая работа по сравнению длин отрезков, их измерению.

Фрагмент урока № 4: формирование понятия «угол».

Цели: 1) познакомить учащихся с понятиями угол, вершина угла, стороны угла; 2) развивать пространственное воображение, логическое мышление учащихся.

Оборудование: линейки, циркули, счетные палочки.

1. На доске прикреплен лист ватмана с таблицей (рис. 17).

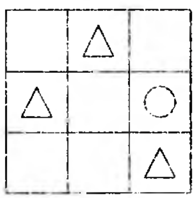


Рис. 17

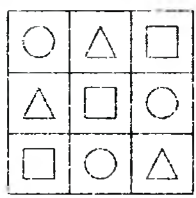


Рис. 18

Учитель предлагает заполнить пустые клетки, используя треугольники, квадраты, круги (рис. 18), и обращает внимание учащихся на то, что фигуры не должны повторяться не только в строке, но и столбце.

2. Практическая работа.

Вспомним, как Карандаш очень долго гулял по прямой, думал дойти до ее конца, но у прямой... (нет конца) и... (нет начала), она... (бесконечна). Взмолился Карандаш и Прямая посоветовала ему... (вырезать отрезок). Карандаш так и сделал. Взял ножницы и... (вырезал часть прямой линии). Что же получилось? (Отрезок и два луча.)

— Давайте и мы попробуем получить эти фигуры. Ученики разрезают шнурок на три части. Из пластилина скатывают четыре шарика, прикрепляют два шарика к концам шнурка — отрезку, по одному шарику к оставшимся шнуркам.

– Что получили? (Отрезок и два луча.)

Эта работа дает возможность показать, что такое отрезок и что такое луч в реальной действительности.

– Попросили Точку нарисовать, как можно пройти от ее дома до школы. Вооружилась она линейкой и решила идти по прямой линии. Да болото мешает. Задумалась Точка – придется обойти болото (рис. 19).

Рис. 19

– Что же получилось? – думает Точка.

– А вот и школа, спрошу-ка я у первоклассников. Они наверняка знают. Какую форму имеет моя дорога? Какая геометрическая фигура получилась? (Угол.)

Учитель раздает ученикам карточки с подобным рисунком, но на нем не отмечен путь Точки.

– Используя линейку, начертите путь Точки. Вспомните, по какой дороге вы идете из школы домой? По прямой? Или ваша дорога тоже имеет поворот? Попробуйте начертить путь, по которому бы вы прошли от дома до школы. (Возможные варианты решения фиксируются на доске цветными мелками.)

– Какие геометрические фигуры у вас получились? (Лучи и углы.)

– Поставьте точку. Проведите из нее два луча. (Возможные варианты решений фиксируются на доске, рис. 20.)

Рис. 20

Это углы. Место, где лучи сходятся, называется вершиной угла. Лучи, выходящие из вершины угла, называются сторонами угла.

3. Закрепление изученного.

Скатайте из пластилина два шарика.

1) Постройте из палочек два угла. (Строят.) Покажите вершины, стороны углов.

2) На доске четырехугольник и треугольник. Покажите углы у данных фигур. Сколько углов у треугольника? Сколько углов у четырехугольника?

Фрагмент урока № 5: Сравнение углов.

Цели: 1) закрепить понятия вершина угла, сторона угла; 2) научить сравнивать углы путем наложения; 3) развивать внимание, память, мышление, воображение.

Оборудование: линейка, карандаш, два куска проволоки, модели различных углов.

1. Повторение изученного материала.

– Вы помните, что получилось, когда Точка, вооружившись линейкой, прокладывала свой путь от дома до школы? О какой геометрической фигуре дает представление путь, по которому шла Точка от школы до дома? (Об угле.)

– Поехала Точка в горы покататься на лыжах. Сначала каталась с одной горки. А потом решила скатиться с другой, более крутой (рис. 21). Форму какой геометрической фигуры напоминают горы? (Угла.)

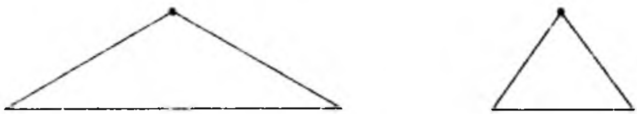


Рис. 21

2. Практическая работа.

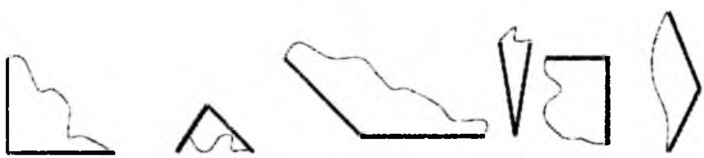
1) Из кусочков проволоки сделайте подобные углы.

2) Начертите в тетрадях два разных угла. Обозначьте точкой вершину угла. Как называются линии, выходящие из вершины угла? (Лучами.)

3) На доске треугольник и пятиугольник. Сколько углов у каждой фигуры? Как можно назвать каждую из данных фигур? Почему?

3. Объяснение нового материала.

– Положите перед собой модели углов, сделанные на уроках труда (рис. 22). (У каждого ученика по две модели: прямого угла под номерами 1 и 5; острого угла под номерами 2, 4; тупого угла – 3, 6, причем острые и тупые углы различной величины и вырезаны они из бумаги разного цвета.)



1 2 3 4 5 6

Рис. 22

– Покажите самый маленький угол. (Показывают угол под номером 4.)

– Найдите угол, похожий на этот угол. (Находят угол под номером 2).

– Покажите самый большой угол. (Показывают угол под номером 3.)

– Найдите угол, похожий на угол под номером 3. (Это угол под номером 6.)

– Есть ли еще похожие углы? Найдите и покажите их. (Показывают углы под номерами 1 и 5.)

Учитель берет демонстрационную модель прямого угла, прикрепляет ее на магнитное полотно, проводит указкой по сторонам, образующим прямой угол, говорит, что такие углы в математике называются прямыми. Показывает вершину и стороны прямого угла, знакомит учащихся с некоторыми сведениями из истории математики. Некоторые знаки для обозначения геометрических фигур и понятий были введены в древности, так знак «Δ» обозначал треугольник, а знак «∠» угол, для обозначения прямого угла был введен знак «|__». Далее учитель предлагает учащимся на модели показать стороны, образующие прямой угол, и отметить прямой угол знаком.

Затем учащиеся на книгах, тетрадях, столе, доске, парте, окне, двери, чертежном треугольнике находят прямой угол и убеждаются в этом, накладывая модель прямого угла. В дальнейшем для установления вида угла и сравнения углов учащиеся используют прямой угол чертежного треугольника из прозрачной пластмассы.

Для закрепления представлений о прямом угле учитель может предложить задания:

1. Среди данных углов (рис. 22) найдите прямые углы. Выпишите их номера. Докажите, что данные углы прямые, используя шаблон прямого угла.

Позже задание по данному рисунку можно усложнить, сформулировав его следующим образом:

2. Разбейте множество данных углов на два класса. По каким признакам проводится разбиение?

Программой также предусмотрено обучение умению находить прямые углы в различных геометрических фигурах. Четкие представления о прямом угле позволяют классифицировать фигуры по наличию или отсутствию в их контурах прямого угла. Поэтому другие задания можно сформулировать так:

3. В данных многоугольниках (рис. 23) найдите прямые углы, покажите их на рисунке и обозначьте знаком «|__». (Задание выполняется на индивидуальной карточке.)

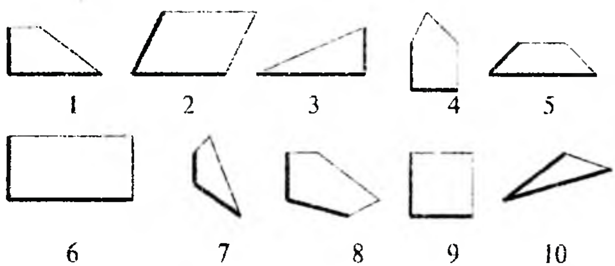


Рис. 23

4. Найдите фигуры, у которых только один прямой угол, назовите их по номерам. Заштрихуйте прямой угол. Как доказать, что угол прямой?

5. Выпишите номера фигур, у которых только два прямых угла, покажите их. Заштрихуйте прямые углы. Докажите, что заштрихованные вами углы прямые.

6. Назовите номера фигур, у которых нет ни одного прямого угла.

На последующих уроках учащиеся упражняются в построении прямого угла, используя разлиновку тетради. Пользуясь треугольником с прямым углом, вычерчивают прямоугольный треугольник. Полезно вычерчивать прямой угол в различных положениях на плоскости, располагая его стороны не только параллельно краям тетради.

Фрагмент урока № 6: виды углов. Сравнение углов по величине.

Цели: 1) познакомить с разными видами углов (прямой, острый, тупой); 2) научить сравнивать углы по величине путем наложения; 3) развивать логическое мышление.

1. Объяснение нового материала.

На уроках труда учащиеся изготавливают модель раздвижного угла (малку). С ее помощью учащиеся убеждаются, что величина угла (рис. 24) зависит от взаимного расположения сторон угла относительно друг друга.

Рис. 24

После того как сформировано понятие о прямом угле, учитель знакомит учащихся с понятием острый угол, тупой угол, сообщив, что углы, которые меньше прямого угла, называются острыми, а углы, которые больше прямого угла, – тупыми.

Используя модели углов, учащиеся находят острые и тупые углы в контурах окружающих предметов, показывают вершину и стороны, образующие соответственно острый и тупой углы. По рисунку 23 они выполняют следующие задания:

1. Найдите фигуры, в которых нет ни одного прямого угла. Как называются углы найденных вами фигур? Сколько острых и сколько тупых углов имеет эта фигура?

2. Какая фигура на рис. 23 имеет только один тупой угол? Сколько у этой фигуры острых углов? Сколько прямых углов? Покажите тупой и острый углы.

3. Найдите фигуру, у которой один угол острый, остальные – тупые. Как называют такой многоугольник?

4. На какие классы можно разбить множество данных многоугольников? По какому признаку производится разбиение?

Познакомив учащихся с разными видами углов, научив строить прямой угол, учитель переходит к формированию представлений о сравнении углов.

– Положите перед собой модели углов, сделанные на уроках труда. Выберите из них острые углы. Одинакова ли величина этих углов? (Углы незначительно различаются по величине, поэтому мнения учеников расходятся.)

– Да, на глаз трудно различить углы, чтобы ответить на вопрос, величина какого из данных углов больше, а какого меньше, надо сравнить углы. Кто помнит, как мы сравнивали длины отрезков? (Измеряли шнурком, линейкой, накладывали друг на друга.)

– Величины углов не измерить линейкой. Догадается ли кто-нибудь, как узнать, какой из данных углов больше, а какой меньше? (Нужно углы наложить друг на друга так, как мы сравнивали длины отрезков.)

– Так? (Учитель заведомо неверно накладывает один угол на другой). Нет, нужно, чтобы вершины сравниваемых углов совпали.

– Так, вершины сравниваемых углов совпали. (Показывает модели наложенных друг на друга углов с обеих сторон.) Величина какого угла больше, а какого меньше? (Нет, так тоже неверно.)

Далее учитель демонстрирует наложение углов так, чтобы учащиеся подошли к пониманию правильного наложения углов методом исключения, затем накладывают углы друг на друга так, что разница в их величине становится очевидной. Так, после некоторых проб, размышлений и ошибок учащиеся сами показывают способ наложения углов друг на друга.

– Значит, как нужно сравнивать углы по величине способом наложения? (Должны совпадать вершины углов, а также нужно, чтобы одна из сторон совпадала.)

Учитель обобщает ответы учеников: чтобы ответить на вопрос, величина какого из сравниваемых углов больше, а какого меньше, нужно наложить углы друг на друга так, чтобы вершины углов совпадали и чтобы сторона одного угла совпала со стороной другого угла, затем посмотреть, как расположились две другие стороны, сделать вывод.

2. Закрепление изученного материала.

– Возьмите из набора геометрических фигур (рис. 22) по две модели тупого угла. Сравните способом наложения величины этих углов. (Величина угла под номером 3 больше, чем величина угла под номером 6.)

– Возьмите теперь по две модели прямого угла и сравните способом наложения прямые углы. Возьмите модели прямых углов у соседа и сравните их со своими моделями прямого угла.

Накладывая шаблон одного прямого угла на другой, учащиеся убеждаются в том, что все прямые углы имеют одинаковую величину и делают вывод: все прямые углы равны между собой.

С использованием модели прямого угла учитель проводит следующую работу.

– Найдите на наборном полотне и покажите прямые углы. Сколько прямых углов вы нашли? (Два.)

– Докажите, что указанные вами углы прямые. (Доказали.)

– Снимите модели найденных прямых углов и выставьте их на одну из планок другого наборного полотна. (Выставляются фигуры под номерами 1, 5.)

– Как называется угол под номером 2? (Острый.)

– Почему? (Этот угол меньше прямого.)

– Найдите другие острые углы. (Снимают модели острых углов под номерами 2, 4.)

– Как называются оставшиеся углы? (Тупые.)

– Почему их называют тупыми? (Они больше прямого угла.)

– Докажите, что каждый из них тупой. (Сравнивают величины углов наложением.)

– Поставьте тупые углы на оставшуюся планку наборного полотна. (Ставят фигуры под номерами 3 и 6.) Сколько классов мы получили, разбив множество всех углов на группы? (Три класса.)

В результате разбора данной ситуации получили таблицу, которая наглядно иллюстрирует процесс разбиения множества геометрических фигур, изображенных на рис. 22, на три попарно непересекающихся подмножества (класса). Такая работа дает возможность выявить принцип (основание) разбиения множества всех углов на классы по определенным свойствам.

Продолжая работу, учитель выясняет, что общего у всех углов, расположенных на первой планке наборного полотна? (Все углы прямые.)

– Каким общим свойством обладают углы, выставленные на второй планке наборного полотна? (Эти углы острые.)

– Как сформулировать общее свойство углов, расположенных на третьей планке? (Эти углы тупые.)

– Запомните: быть прямым, острым или тупым – это свойство угла. Обладая этим свойством, каждый угол является или прямым, или острым, или тупым.

3. Практическая работа.

1. Начертите в тетрадях прямой, острый, тупой углы.

2. Используя модель раздвижного угла, образуйте различные виды углов, приложите к тетради, обведите карандашом полученный угол.

3. Возьмите циферблат часов с подвижными стрелками, образуйте прямой угол, тупой, острый.

4. Сколько прямых углов вы видите в фигуре, изображенной на рис. 25?

Рис. 25

Покажите тупой угол. Есть ли в этой фигуре острые углы? Сколько их?

Фрагмент урока № 7: виды треугольников.

Цели: 1) познакомить с различными видами треугольников; 2) развивать внимание, пространственное воображение и логическое мышление.

1. Объяснение нового материала.

– Вы помните, как наши путешественники гуляли по городу треугольников. Живут в этом городе веселые мастера-строители. Но пускают они в свой город только тех, кто хочет много знать о треугольниках и умеет строить их. Дали они задание Точке и Карандашу построить много углов и треугольников. Давайте мы поможем Точке и Карандашу и построим из палочек острый угол и тупой. (Построили.)

– Сколько палочек вы использовали, чтобы построить один угол? (Две.) Если концы начерченных сторон каждого угла соединить третьей палочкой, какие фигуры получатся? (Треугольники.)

– Сколько сторон у треугольника? (Три.) А сколько углов? (Тоже три.)

– Теперь соедините палочкой концы сторон прямого угла. Какая фигура получилась? (Треугольник.)

– Чем он отличается от двух других треугольников с острыми и тупыми углами? (Он содержит прямой угол.)

– Сосчитайте и покажите стороны, углы и вершины. Кто догадался, как называется треугольник с прямым углом? (Прямоугольный треугольник.)

– Обведите полученный прямоугольный треугольник карандашом, закрасьте его внутреннюю часть. Вспомните, каким знаком обозначали в древности прямой угол. Обозначьте прямой угол знаком «|_». (Учитель это делает на магнитной доске.)

– Посмотрите на треугольник, содержащий острые углы. Как, по-вашему, называется такой треугольник? (Остроугольный треугольник.) Обведите остроугольный треугольник карандашом, закрасьте его внутреннюю часть.

Формирование понятия периметр многоугольника при изучении геометрического материала.

I. Методика изучения понятия периметр многоугольника

1. Подготовительная работа к изучению темы. Задачи подготовительного этапа. Введение понятия «периметр».
2. Формирование понятия «периметр» прямоугольника, «периметр квадрата».
3. Обобщение понятия периметр на произвольные многоугольники.
4. Периметр треугольника.
5. Практическая работа по измерению периметров.

Подготовительная работа к изучению темы.

В первом классе учащиеся решают много задач, связанных со сложением и вычитанием длин отрезков. Например, «сложи отрезки длиной 5 см и 3 см». «От отрезка длиной 9 см отнять отрезок длиной 3 см». «Длина первого отрезка 5 см, второй длиннее первого на 2 см, а третий на 1 см короче второго, найти длину третьего отрезка».

Эти задачи носят вычислительный характер. Наличие чертежа при этом несущественно. Учащиеся оперируют числами. Таким образом, сумма длин отрезков – это число, являющееся суммой чисел.

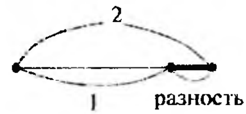
Когда же говорят о сумме отрезков, то получают новый отрезок, получение его является геометрической задачей.

Как получить сумму отрезков?

Для этого надо эти отрезки расположить по прямой линии так, чтобы конец первого совпал с началом второго. Отрезок, начало которого является началом первого отрезка и конец – концом второго, и будет суммой двух отрезков.

сумма

Как получить разность двух отрезков? Для этого отрезок 2 совмещается с началом отрезка 1. Разность отрезков есть отрезок между концами 1 и 2.



Сумму и разность отрезков можно построить с помощью циркуля, не используя масштабную линейку.

Учащиеся проверяют, что длина отрезка, являющаяся суммой данных отрезков, есть сумма длин слагаемых отрезков. Интерес представляет процесс «выпрямления» ломаной.

Например, найти сумму звеньев. Для этого чертим прямую линию. На ней одно за другим откладываем все звенья ломаной с помощью циркуля. Полученный отрезок измеряем.

Выпрямление ломаной можно показать учащимся, проведя небольшой эксперимент. Берется модель ломаной, сделанная из мягкой проволоки. Сначала находят ее длину первым способом, а потом выпрямляют проволоку и измеряют ее как отрезок.

После решения достаточного числа задач на нахождения длины (замкнутых и незамкнутых) ломаных (несколько задач полезно решить двумя способами) можно ознакомить детей с понятием периметра многоугольника.

Предварительно необходимо напомнить, что граница многоугольника есть замкнутая ломаная.

Длину границы многоугольника называют периметром этого многоугольника. Дети самостоятельно приходят к выводу, что периметр многоугольника есть длина ломаной линии.

Среди первых задач, в которых нужно найти периметр многоугольника, целесообразно использовать различные треугольники. Вначале лучше брать бумажные или картонные модели. Дети измеряют каждую сторону и складывают длины этих сторон. Это периметр треугольника.

В результате проведенной подготовительной работы учащиеся должны уметь:

1. Распознавать и изображать простейшие геометрические фигуры на клетчатой бумаге (точка, отрезок, ломаная, окружность, круг, многоугольник);
2. Измерить длину отрезка, длину ломаной;
3. Строить отрезок заданной длины;
4. Вычислять периметр треугольника.

II. Формирование понятия «периметр прямоугольника», «периметр квадрата».

Эту работу можно распределить на несколько этапов.

I этап.

1. Обратить внимание учащихся на предметы прямоугольной формы и выделить такие предметы.

2. Учащиеся рассказывают, как это сделали. Обращаем внимание, что большинство измеряют все стороны прямоугольника: $P = a + b + a + b$.

3. Выделяем свойство сторон прямоугольника. Вместе с детьми делаем вывод: $P = 2a + 2b$ или $P = 2(a + b)$.

4. Решение практических задач: нахождение периметра стола, книги, комнаты, построение в тетради прямоугольника с заданным периметром.

II этап.

Формируется понятие «периметр прямоугольника» и «периметр квадрата» и математическое ведение этих понятий. Эта задача связана с использованием свойств их противоположных сторон, которые выделяются в следующих упражнениях: выставляются четырехугольники, среди которых прямоугольники и квадраты.

1. Из данных фигур найдите прямоугольники. Почему это прямоугольники?

Как правило, дети берут прямоугольники, но не берут квадраты. Почему вы не взяли квадраты? (но вы сказали взять прямоугольники). Каково основное свойство прямоугольника? (У него все углы прямые). А у квадрата какие углы? (Все углы прямые). Значит, квадраты – это прямоугольники. Их тоже надо взять. (Дети чрезвычайно удивлены). Но почему квадратам дали особое название? Продолжим изучать свойства квадрата. У него все углы прямые, но у него все стороны равны. Это особый прямоугольник, поэтому дадим ему особое имя: квадрат.

2. На доске 4 фигуры разных цветов и нитки таких же цветов. Ученики измеряют периметр, натягивая нить по контуру. Каждая нитка подвешивается рядом с фигурой. Что составляет длина каждой нити? (Периметр фигуры.)

3. С помощью линейки измеряется длина каждой нити, делается вывод о нахождении периметра прямоугольника (квадрата). Выводится формула:

$P = a + b + a + b$ и $P = a + a + a + a$

4. Дети получают индивидуально фигурки прямоугольника и квадрата. Практически измеряют периметр. Надо ли измерять длины всех сторон прямоугольника? Как упростить формулу периметра прямоугольника, квадрата.

$P_{(\text{прям.})} = 2\ (a + b)$ $\qquad$ $P_{(\text{квадрата})} = 4a$

5. Задача. Сколько метров сетки надо, чтобы оградить огород квадратной формы со стороной 10 м?

6. Периметр прямоугольника 12 см. Построить этот прямоугольник. Почему решений несколько? А если это квадрат. Сколько решений? Почему?

III этап.

1. Работа с таблицей.

Какова формула периметра прямоугольника и квадрата.

Заполните пустые клетки по данным в таблице.

a	50		100	25		70
b	40	60	30		8	
$2(a + b)$	180	400		80	24	190

2. Составьте выражение для вычисления периметров этих фигур.

Учащиеся составляют выражения:

$4 \times 3 = 12$ см; $2 \times 3 + 6 \times 2 = 18$ см; $2 \times 10 = 20$ см.

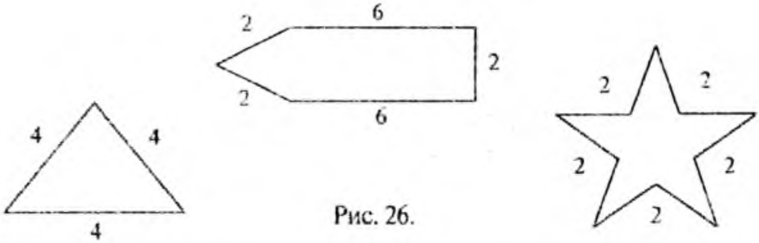


Рис. 26.

После достаточной тренировки в решении аналогичных задач дети без труда усваивают структуру выражения для вычисления периметра прямоугольника и квадрата.

Например, для вычисления периметра прямоугольника со сторонами 9 см и 7 см можно составить два выражения: $9 \times 2 + 7 \times 2$ или $(9 + 7) \times 2$

IV этап. Практическое применение периметра треугольника.

1. После совершения экскурсии ученики в классе описывают маршрут.

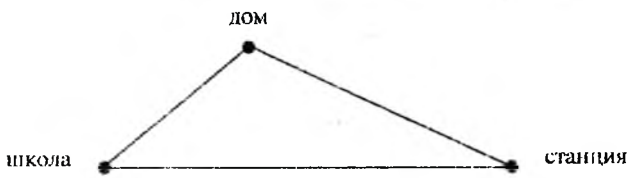


Рис. 27.

Укажите минимальные направления движения от дома и возвращения домой.

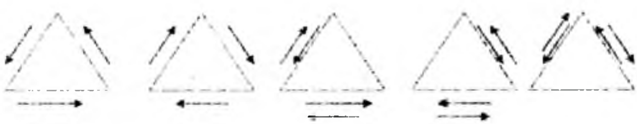


Рис. 28.

С помощью рисунков дети находят правильное решение.

2. Вычислите пути в конкретной ситуации.

Из палочек строят треугольник (5 см, 3 см, 4 см). Как представить длину пройденного пути, если ученик побывал везде?

Намечаем план.

1) Измерить ниткой длину кратчайшего пути.

2) Изобразить сумму отрезков на прямой.

Найти периметр.

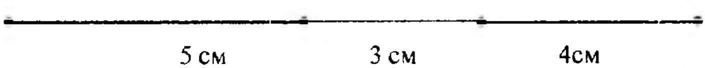


Рис. 29.

3) Самостоятельная работа: начертить треугольник с периметром 10 см.

V этап. Практическая работа.

Найти периметр крышки стола, двери, картины, треугольника. Измерения проводят с помощью линейки, нитки.

Делаем обобщение: Что такое периметр?

В дальнейшем в 3–4 классах систематически решают задачи на вычисление периметра, а также задачи им обратные. Например:

1) Чему равна сторона квадрата, если сумма длин всех его сторон равна 2 дм 4 см? Начертите такой квадрат.

2) Участок квадратной формы с трех сторон обнесен забором, а с одной примыкает к дому, длина которого 9 м. Какова длина забора?

3) В треугольнике одна из сторон равна 10 см, а две другие равны между собой. Периметр треугольника 24 см. Какова длина каждой из равных сторон треугольника?

При решении таких задач полезно выполнять чертеж (хотя бы схематический). Наряду с решением готовых задач надо предлагать учащимся составлять задачи с геометрическим содержанием:

1) подобрать и вставить в условие пропущенные числовые значения;

2) составить задачу, обратную решенной задаче;

3) составить задачу по данному решению.

Геометрия вокруг нас.

Занятие по математике начинается с обращения учителя.

– Ребята, будьте внимательными, наблюдательными, активными, чтобы в конце занятия вы смогли объяснить, почему это занятие названо «Геометрия вокруг нас».

Задание 1.

– Покажите геометрические фигуры, изображенные на наглядном пособии (рис. 29), и назовите их.

Если класс работает быстро, можно дать и другие задания, например:

– Сосчитайте, сколько на рисунке 1 изображено треугольников, четырехугольников, кругов.

– Покажите, в какой фигуре больше всего углов.

– Чем отличаются фигуры под номерами 5 и 4, 7 и 10?

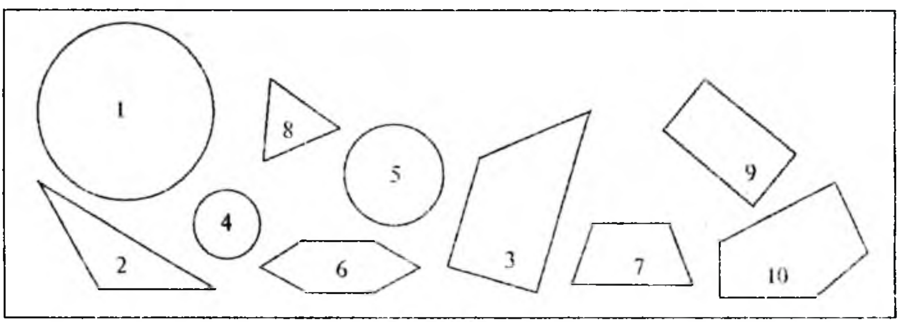


Рис.29

Задание 2.

Игра «Почтальоны».

В игре участвуют три ученика-почтальона. Каждому из них нужно доставить письма в три дома (рис. 30). На каждом доме изображена одна из геометрических фигур. В сумке почтальона находятся письма — 10 геометрических фигур, вырезанных из картона.

Рис. 30

По сигналу учителя почтальон ищет письмо (геометрическую фигуру) и несет его в соответствующий дом. Выигрывает тот, кто быстрее доставит письма по указанному адресу — разложит геометрические фигуры.

Геометрические фигуры на домах меняются, выходят другие почтальоны, и игра повторяется.

Задание 3.

— Внимательно рассмотрите рисунок (рис. 31).

На плакате (доске) изображена елочка, состоящая из узких полосок. Вместо игрушек ее украшают цифры от 1 до 8. На вершине елочки записана цифра 8.

Ветки у елки расположены симметрично. На одной из веток симметричной пары стоит число, а на другой ветке надо написать число, которое в сумме с данным числом даст число, записанное на вершине дерева.

— Используя этот рисунок, повторим состав числа 8.

Дети составляют и записывают примеры:

8 = ? + 7	8 = 1 + 7
8 = 5 + ?	8 = 5 + 3
8 = ? + 1	8 = 7 + 1
8 = 3 + ?	8 = 3 + 5
8 = ? + 6	8 = 2 + 6
8 = ? + 4	8 = 4 + 4
8 = 2 + ?	8 = 2 + 6

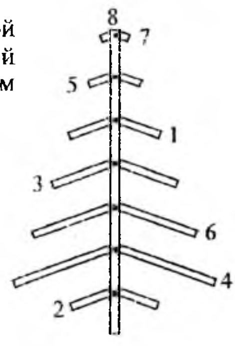


Рис. 31

— Посмотрите еще раз, из чего составлена елочка. (Из полосок.)

— Сосчитайте, сколько понадобилось полосок, чтобы составить эту елочку.

Некоторые дети видят только веточки и говорят, что всего 14 полосок. Кто внимателен, тот видит и 15-ю полоску — ствол елочки.

Задание 4.

Елочку можно нарисовать не только из полосок, но и из других геометрических фигур, например, из треугольников.

Учитель рисует елочку мелом на доске, а учащиеся составляют ее на парте из четырех треугольников (рис. 32).

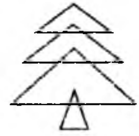


Рис. 32

— Покажите треугольники, из которых составлена елочка. Сосчитайте, сколько их.

Учащиеся, не задумываясь, отвечают, что видят 4 треугольника. Лишь более внимательные и сообразительные дети находят еще 3 треугольника, образованные от пересечения вершин и оснований треугольников.

— Из геометрических фигур состоят многие предметы, которые нас окружают. Посмотрите внимательно и скажите, какие из предметов, имеющихся вокруг нас, напоминают вам знакомые геометрические фигуры.

Дети называют предметы. Говорят, что окно, стул имеют форму квадрата; дверь, доска, учебник, тетрадь, газета, линейка — форму прямоугольника, чашка, тарелка, блюдце, часы — форму круга.

Задание 5.

— Нарисуйте на доске геометрические фигуры, форму которых имеют двери, окна, парты.

Задание 6.

— Назовите геометрические фигуры, из которых составлен этот домик (рис. 33).

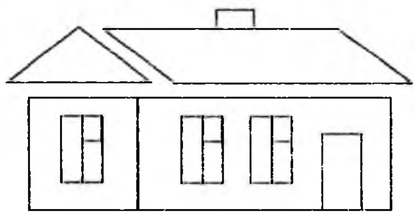


Рис. 33

— Сосчитайте число прямоугольников в одной оконной раме. Сколько всего прямоугольников вы видите? А сколько всего четырехугольников использовано для изображения домика?

— Какая геометрическая фигура встречается только один раз?

— Значит, ребята, чтобы построить дома, фонтаны, конструировать машины, нужно много знать, многому учиться. С первых школьных дней мы учимся читать, писать, считать. На уроках математики мы изучаем геометрический материал. Теперь вам, наверное, понятно, для чего его изучают? Без знания геометрии не обходятся ни конструкторы, ни изобретатели. Давайте и мы с вами пофантазируем. Даже имея такой небольшой запас знаний, как у вас, можно быть изобретателем, конструктором. Вот несколько геометрических фигур. Посмотрите, подумайте, что можно составить из них (рис.34).

Правильно, из пяти кругов и одного четырехугольника можно составить снеговика; из одного пятиугольника, двух кругов и двух прямоугольников — машину; из одного круга, двух четырехугольников и трех треугольников — ракету; из двух четырехугольников, одного пятиугольника и двух кругов — трактор.

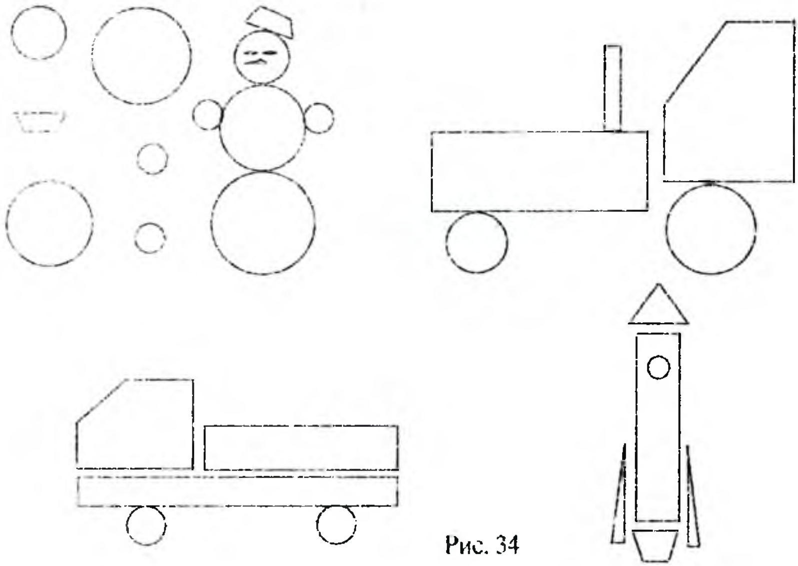


Рис. 34

Если ребята встречаются с затруднениями в выполнении этого задания, надо оказать помощь.

Подведение итогов занятия.

ГЛАВА XIV
ИЗУЧЕНИЕ ТЕМЫ «ДОЛИ И ДРОБИ» В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Первоначальное знакомство с долями и дробями в начальной школе следует рассматривать как подготовку к изучению дробей в 5 классе.

В программе четырехлетней начальной школы в 3 классе рассматривается вопрос нахождения доли числа и числа по его доле.

В 5 классе решаются задачи на нахождение нескольких долей числа.

Понятие «доля» и «дробь» являются для детей необычными понятиями. Для уяснения этих понятий необходима полная наглядность преподавания. На практике наиболее часто применяются бумажные полоски, линии, цилиндрики дробных счетов. Применение этих наглядных пособий на первом этапе обучения имеет недостаток в том, что полученные после каждого деления, например, половинки бумажной полоски по форме похожи на исходную полоску, которою можно принять снова за целую единицу. Поэтому на первых порах следует применять такие объекты, части которых по своему виду отличаются от целого предмета и не могут быть приняты за единицу. Такими объектами могут быть круги, квадраты, прямоугольники, треугольники. Но применение только геометрических фигур слишком однообразно, нужно применять и натуральные объекты: картофель, яблоко, репу и другие наглядные пособия. При использовании полосок, линий, палочек следует объект располагать так, чтобы под ним располагались его части, и дети смогли понять разницу между целой и дробной частью объекта.

Изучение темы «Доли и дроби» в начальной школе.

Если данный объект (предмет, множество предметов) можно разделить на несколько равных частей, то каждая из них называется долей объекта (предмета, множества предметов).

Доли записываются с помощью двух натуральных чисел и черты:

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

Число под чертой показывает, на сколько равных частей разделен объект, число над чертой — что взята одна такая часть (доля). Дробью (или дробным числом) называется пара натуральных чисел, одно из которых, записываемое под чертой, показывает, на сколько равных частей разделен объект, а другое, над чертой, — сколько образовавшихся долей взято: $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$.

Сравнение определений доли и дроби показывает, что доля есть частный случай дробного числа. В определении мы сознательно не использовали слова «числитель» и «знаменатель», т.к. они не употребляются в начальной школе. Запись дробей посредством черточки и их чтение, например, «три четвертых», «семь девятых» и т.д. было принято еще в VIII в. н.э. в Индии, в дальнейшем в Средней Азии и лишь потом перешло в Европу (в XII–XIII в).

Наиболее типичной ошибкой молодых педагогов является объяснение: «Что означает запись: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$».

Часто учитель говорит, что это один предмет разделен на две (три, пять и т.д.) части. В дальнейшем такое объяснение затрудняет понимание записи $\frac{3}{5}$, а также усложняет понимание решения задач на доли. Понятие доли необходимо обосновать учащимся с помощью вводной беседы:

«Посмотрите, ребята, это головка чеснока. Если снять верхние чешуйки, то мы видим несколько «зубков» или долек, а если с апельсина снять кожуру, то он легко разделяется на 10 «долек». Значит, в природе часто целый предмет делится на несколько частей. И в трудовой деятельности людям часто приходится разбивать (разрезать, разделять, разъединять) один предмет на равные части. Так, столяр, имея несколько досок, вынужден бывает каждую доску разрезать на несколько одинаковых частей; садовник разделяет на равные части клумбу, говорят, что она разбита на доли. Разбиение на доли не всегда выполнимо.

Так, например, чашку, ложку, вилку на равные части разъединить нельзя. Но можно разрезать яблоко, картофелину, булку, отрез ткани и т.д. и в этом случае говорить о долях».

Знакомство с долями можно провести на уроке труда, выполняя под руководством учителя аппликационные работы.

Фрагмент урока: «Знакомство с долями».

Цель урока: Наглядное ознакомление с 1/2, 1/4, 1/8 научить читать и записывать доли; сравнивать доли.

Наглядные пособия: 4 круга из цветной бумаги диаметром 10 см; 4 полоски из цветной бумаги длиной 10 см, шириной 1 см; 4 квадрата из цветной бумаги со стороной 10 см; лист из альбома.

Ход урока: Вступительная беседа. (См. вводную беседу).

Учитель: У меня в руках два круга (учитель показывает два одноцветных круга из приготовленного набора). Как проверить, что круги одинаковые? (Надо круги наложить друг на друга; они совпали, значит одинаковые). Наклеим целый круг на лист. Разделим второй круг на две равные части. Для этого сложим круг так, чтобы части его совпадали всеми точками. Разрежем круг. Сколько частей получилось? (Две части). Какие это части? (Равные). Каждая часть называется одна вторая доля круга или половина круга. Возьмите карандаш, научимся записывать одну вторую долю круга или половину круга. Проведем небольшую горизонтальную черточку – это знак деления. Под чертой напишем число 2, оно показывает, что круг разделили на две равные части. Над чертой напишем число 1, оно показывает, сколько частей взяли. Мы научились записывать новые числа. Получили запись: $\frac{1}{2}$. Она означает:

одна вторая доля круга или половина круга. Наклейте половины круга на бумагу, как у меня на схеме.

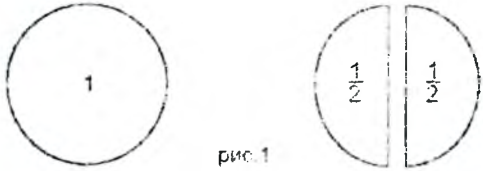


рис.1

Возьмите еще круг, сложите его пополам и еще пополам. Разверните. На сколько равных частей разделили круг? (На четыре). Каждая часть называется четвертой долей. Вырежьте четвертую долю и наклейте на бумагу. Напишем $\frac{1}{4}$. Прочтите эту запись (Одна четвертая круга). Кратко говорят: четверть круга.

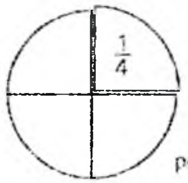


рис.2

Закрепление проводится с помощью деления квадрата на равные части и надписи на них $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, эти доли наклеиваются на лист. Черта обязательно горизонтальная.

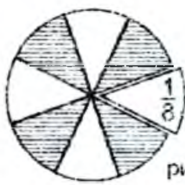


рис.3

Далее дети берут полоску длиной 10 см и с помощью линейки откладывают по 2 см.

Учитель: «На сколько равных частей разделили полоску? (На 5 частей). Как читается каждая часть? (Одна пятая доля полоски). А сколько пятых долей в целой полоске? (5).

рис.4

Аналогичная работа проводится с десятыми долями. В заключение урока учитель показывает фигуры, разделенные на доли, а ученики записывают эти доли.

рис.5

Для быстроты записи долей на доске и правильности их чтения можно приготовить таблицу.

К таблице приготовлены карточки с цифрами от 1 ... 9 для маленьких кармашков и названиями фигур: квадрата, круга, треугольника, прямоугольника для большого кармана. Ученик выбирает нужные карточки, вставляет в кармашки и читает долю.

При такой работе учитель обращает внимание детей, что доля – это одна часть какого-либо предмета, если предмет разделен на равные части.

В заключение учитель показывает карточку (или несколько подобных карточек), на которой фигура разделена на две неравные части и просит назвать закрашенную часть.


рис.6

Некоторые дети называют одна вторая часть треугольника. Но дети, понявшие, что такое доля, догадываются, что на схеме нет долей, так как части неравные.

Сравнение долей производят с помощью долей квадрата.

Накладывая доли друг на друга, выясняем:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$$

Запишем доли в порядке возрастания: $\frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}$.

Учитель: Обратите внимание, как изменяется доля с изменением числа под чертой.

Общими усилиями приходим к выходу: чем число под чертой меньше, тем доля больше, т.е. чем меньше число равных частей, на которое делили фигуру, тем больше доля.

На следующем уроке математики в 3 классе решаются **задачи на нахождение доли числа.** Изготовленная на уроке труда схема становится опорой в практических упражнениях.

Учитель: «Посмотрите на схему, как получить четвертую долю круга? (Надо разделить круг на четыре равные части). Отсчитайте 8 квадратов. Как найти $\frac{1}{4}$ долю от 8 квадратов? (Надо 8 квадратов разделить на 4 равные части). Разделите. Сколько получилось квадратов в четверти? (2 квадрата). Как вычислением найти ответ? (Надо 8 : 4 = 2)

Работа у доски с учеником. Возьми 15 тетрадей. Третью часть этих тетрадей положи в шкаф.

Как найти третью часть? (надо разложить тетради поровну на три стопки)

Как вычислить $\frac{1}{3}$ от 15? (Надо 15 : 3 = 5)

Вывод: Долю от числа находят делением. Этот вывод закрепляется практическими работами.

1. Отмерьте полоску длиной 12 см. Разделите ее на две равные части. Чему равна длина половины полоски, вычислите. Проверьте вычисление измерением.

2. Отсчитайте 12 кружков (квадратов, палочек). Найдите $\frac{1}{3}$ от 12 кружков. Вычислите (Надо 12 : 3 = 4). Проверьте практически.

3. Начертите в тетради отрезок длиной 9 см. Покажите третью долю отрезка. Вычислите эту долю. Проверьте измерением.

В дальнейшем задачи на нахождение доли числа должны включаться для устной и письменной работы.

Приведем несколько примеров таких заданий.

1. Посчитайте, на сколько равных частей разделена каждая из этих фигур. Назовите заштрихованную долю фигуры (Рис. 7).

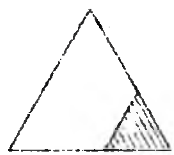


рис.7

2. Что больше: $\frac{1}{5}$ или $\frac{1}{10}$? Сколько раз нужно взять по $\frac{1}{10}$ круга, чтобы получить $\frac{1}{5}$ круга?

Сколько раз надо взять по $\frac{1}{10}$ круга, чтобы получить целый круг?

3. Сколько раз в единице содержится по $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$?

4. В дыне 6 кг. Сколько килограммов в $\frac{1}{2}$ дыни?

5. Сколько километров проезжает велосипедист за $\frac{1}{4}$ часа, если в час он проехал 20 км?

6. От ворот школы до парадного входа 50 м. Ученик прошел $\frac{1}{5}$ часть этого расстояния. Сколько метров осталось пройти?

7. Длина куска материи 75 м. Продали $\frac{1}{3}$ часть этого куска. Сколько метров материи осталось в куске?

8. Расположите доли в порядке возрастания.

$\frac{1}{15}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{25}$.

9. Длина гвоздя составляет 1/5 от проволоки длиной 85 см. Сколько таких гвоздей получится из этой проволоки? Какова длина гвоздя?

10. Сколько сантиметров в $\frac{1}{2}$ м; $\frac{1}{4}$ м; $\frac{1}{5}$ м?

11. Сколько минут в $\frac{1}{2}$ часа; в $\frac{1}{5}$ часа; в $\frac{1}{6}$ часа и т.д.

Надо объяснить детям, почему принято говорить: «половина седьмого; пять минут второго; четверть третьего; без четверти два».

Задачи на нахождение числа по его доле.

В начале работы надо брать такие задачи, чтобы их можно было непосредственно иллюстрировать. По составленной схеме проводим беседу: «Какую долю круга я показываю? $\frac{1}{2}$. Сколько половин в круге? (Две половины). А теперь какая доля круга? $\frac{1}{8}$. Сколько восьмых долей в целом круге? (Восемь).

Задача: «Ученик прочитал $\frac{1}{8}$ долю книги – это 3 страницы. Сколько страниц в целой книге?» (Указка учителя на схеме). Страниц в книге больше или меньше, чем прочитал ученик? (Больше). Во сколько раз больше? (в 8 раз). Сколько же страниц в целой книге? (24 страницы). Как сосчитали? (3×8). Правильно.

Значит, 3 страницы – это восьмая доля числа. Чтобы найти целое число, надо значение доли умножить на число доли.

Задача: «Пулат отрезал от куска проволоки 4 см. Это треть всего куска. Какой длины был кусок проволоки?».

Изобразим кусок проволоки, который отрезал Пулат.

(Чертят отрезок длиной 4 см). Какую часть всего отрезка составляет отрезанный кусок? (Третью часть). Как изобразить весь кусок? (Взять по 4 см 3 раза). Почему? (4 см – это треть проволоки, а во всем куске – три трети.) (Начертите). Какой длины был кусок? (12 см). Как узнали? (4×3). Проверьте измерением.

Запись решения: $4 \times 3 = 12$ (см) Ответ: 12 см.

Вывод. Число по его доле находим умножением.

Задача: «Дети помогали маме собирать огурцы. Пятая часть всех собранных огурцов составила 3 кг. Сколько огурцов собрали дети?».

Запишем кратко условие:

$\frac{1}{5}$ огурцов – 3 кг.

Всего – ? кг.

Ученик рассуждает при решении: $\frac{1}{5}$ всех огурцов – это 3 кг.

А всех огурцов по 3 кг взято 5 раз. Число по его доли находим умножением.

Решение: $3 \times 5 = 15$ (кг) Ответ: 15 кг.

Учитель иллюстрирует ответ ученика, пользуясь схемой, и показывает на ней: 3 кг – это $\frac{1}{5}$, а целое число $\frac{5}{5}$. Мы ищем целое число, поэтому умножаем.

На следующих уроках решаются задачи:

1. $\frac{1}{2}$ неизвестного числа равно 8. Найдите это число.

2. Блокнот стоит 2 тыс. сум, цена блокнота составляет $\frac{1}{4}$ часть цены книги. Сколько стоит книга? (Что дешевле блокнот или книга? Как узнать цену книги?)

3. Найдите число, если $\frac{1}{3}$ доля его равна 30.

4. $\frac{1}{6}$ часть всех учеников в классе учатся на «5». Всего отличников 6? Сколько учеников в классе?

5. Неизвестное число равно $\frac{1}{5}$ доли разности чисел 85 и 40.

Найдите это число.

Далее задачи на нахождении числа по его доле и задачи на нахождение доли числа включаются в перемежении и предлагаются как для устного, так и для письменного решения. Полезно решать задачи с конкретным содержанием, чтобы учащиеся конкретно представляли долю величины (одну треть ведра воды, четверть корзины яблок, пятая часть куска ткани, одну сотую долю метра и т.п.).

В четвертом классе в ознакомительном плане знакомимся с дробями – несколькими долями чисел.

Используем схемы, по которым работали в 3 классе, вспоминаем доли:

1. Назови по схеме доли. Как получили долю?

2. Покажите на схеме $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ доли полоски.

Что в записи доли показывает число под чертой, над чертой?

Далее учитель вывешивает на доске три круга, разделенных на 4 равные части каждый. У первого круга другим цветом выделена четверть, у второго – две четверти, у третьего – три четверти (Рис. 8).

Рис.8

Учитель: «Какая доля круга выделена на 1-ом круге? (одна четвертая). Сколько долей выделено на 2-ом круге? (Две четверти). Запишем новое число: черта покажет, что круг делили на равные части, под чертой запишем, на сколько долей разделили, а над чертой – число, сколько таких частей взяли. Получилась запись $\frac{2}{4}$.

Аналогично записываем под третьим кругом $\frac{3}{4}$.

Такая запись нескольких равных долей называется дробью. Число под чертой называется знаменатель, над чертой – числитель.

Числитель дроби показывает, сколько равных частей взято. Знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделен целый круг, полоска, отрезок (целое число).

Для закрепления дробей по данным иллюстрациям называют и записывают, какие дроби изображены.

Ученик дает пояснения:

«Прямоугольник разделен на 9 равных частей. Пишу 9 под чертой, а закрашено 4 доли, пишу 4 над чертой. Получили дробь: $\frac{4}{9}$.

Уяснению конкретного смысла дроби помогают упражнения на сравнение дробей.

Для сравнения дробей обычно используют иллюстрации с прямоугольниками (рис. 9).

Дети чертят в тетради прямоугольник, длина которого 16 см, ширина 1 см. Это один прямоугольник. Запишем. (В первом прямоугольнике пишем число 1).

Начертите под первым прямоугольником такой же второй и разделите его на 2 равные части? Какие доли получили? ($\frac{1}{2}$ прямоугольника).

Сколько вторых долей в целом прямоугольнике?

Ниже начертите третий прямоугольник. Разделите на 4 равные части. Как называется каждая часть. Подпишите. Что больше: одна вторая доля прямоугольника или одна четвертая доля? Одна вторая или две четвертых, одна четвертая или три четвертых, две вторые или три четвертых?

Начертите еще такой же прямоугольник. Разделите на 8 частей этот прямоугольник.

Как называются полученные доли? Сколько восьмых долей в целом. Сколько восьмых долей в одной четверти? В половине прямоугольника? Что больше: три восьмых или одна четвертая? Какой дроби равна одна вторая?

Ответы на эти вопросы дети дают, глядя на рисунок:

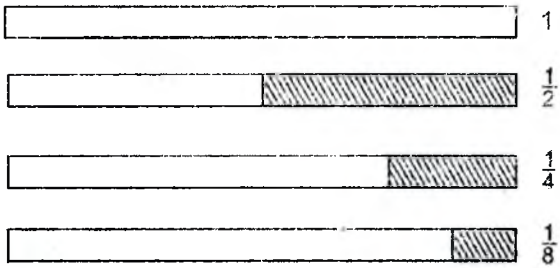


Рис.9

Сравнивая $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{4}$, дети убеждаются, что $\frac{3}{8} > \frac{1}{4}$.

Таким же путем сравниваются и другие дроби, но для их сравнения выполняются другие иллюстрации. Для закрепления предлагаются упражнения:

1. Поставьте знак: =, >, <

$\frac{3}{8} \dots \frac{3}{4}$ $\qquad$ $\frac{4}{5} \dots 1$ $\qquad$ $\frac{4}{8} \dots \frac{1}{2}$

2. Подберите такое число, чтобы равенство (неравенство) было верным:

$\frac{5}{10} = \frac{\square}{2}$ $\qquad$ $\frac{3}{8} < \frac{\square}{4}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} > \frac{\square}{4}$

Ответы на эти задания дети находят, выполняя действия над отрезками, рассуждая так:

«Изображу на отрезке дробь 3/8 . Для этого разделю отрезок на 8 равных частей и возьму 3 такие части. На таком же отрезке изображу дробь 3/4. Для этого разделю отрезок на 4 части и возьму 3 такие части. Сравню отрезки, сразу видно $\frac{3}{8} < \frac{3}{4}$.

Значит, поставлю знак «меньше».

Выполняя практическую работу с полосками, дети могут сравнивать дроби, располагая их в порядке убывания или возрастания. Можно обратить внимание детей на факт: если числители одинаковые, то та дробь больше, у которой знаменатель меньше; если знаменатели одинаковые, то та дробь больше, у которой числитель больше.

Полезны упражнения:

Выразите в минутах: $\frac{1}{3}$ ч; $\frac{1}{2}$ ч;

в килограммах: $\frac{1}{10}$ ц; $\frac{9}{10}$ ц;

в метрах: $\frac{2}{5}$ км; $\frac{3}{4}$ км;

в секундах: $\frac{2}{10}$ мин; $\frac{1}{5}$ мин;

в тийинах: $\frac{3}{10}$ сум.

Объясните, как вычисляли.

В результате выполняемых упражнений следует сделать вывод: чтобы найти несколько долей от числа, это число делят на знаменатель (находят одну часть) и умножают на числитель (находят несколько таких частей).

Вывод находит применение при решении задачи:

«У монтера было 12 м провода. $\frac{2}{3}$ всего провода он израсходовал. Сколько метров провода израсходовал монтер»?

Решение выполняется с помощью графического рисунка, выполняемого под руководством учителя.

Изобразим рисунок провода, приняв 1 см за 1 м. Какой длины отрезок надо начертить? (12 см)

Что сказано об израсходованном проводе? (Израсходовано $\frac{2}{3}$ всего провода). Как изобразить израсходованный кусок? (Надо отрезок разделить на 3 равные части и взять 2 такие части). Значит, сначала 12 разделить на 3. Что этим узнаем? (Длину одной части). Чему равна она? ($12 : 3 = 4$ (м)). Затем узнаем длину 2-х таких частей. $4 \times 2 = 8$ (м).

Решение можно записать, составив выражение: $12 : 3 \times 2 = 8$ (м). Ответ: 8 м.

При повторении такие задачи включаются в составные задачи: «Мотоциклист проехал за 3 дня 1250 км. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$ всего пути; во второй день $\frac{3}{10}$ всего пути. Какое расстояние проехал мотоциклет в третий день?». «В школе 600 учащихся. $\frac{2}{5}$ всех учащихся поедет в лагерь. Остальные останутся в городе. Сколько человек останется в городе?»

При решении задач можно провести различные виды работ, активизирующих деятельность детей.

1. Запись на доске всех операций решения под руководством учителя.

2. Ученик проводит рассуждения – учитель ведет запись на доске.

3. Дети пишут решение в тетради под комментирование одного ученика (без записи на доске).

4. Самостоятельное решение задачи по предварительно составленному плану.

5. Самостоятельное решение задачи с последующей проверкой.

Различные задания с дробями следует включать в устные и письменные упражнения в течение всего оставшегося года.

Чтобы успешно обучать математике учащихся начальных классов, начинающий учитель должен овладеть уже разработанной системой обучения математике и на этой основе приступить к творческой самостоятельной работе.

ГЛАВА XV
ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

I. Требования к знаниям по теме.

Знать:

1) Что такое «задача». Виды арифметических задач.

2) Роль решения задач в обучении математике.

II. Общие вопросы методики обучения решению задач.

1. Что значит решить задачу?
2. Подготовительная работа к решению задач.
3. Методика введения понятия «Задача» в 1-ом классе.
4. Общие приемы работы над задачей.
5. Виды работ над задачей.

В окружающей нас жизни возникает множество таких жизненных ситуаций, которые связаны с числами и требуют выполнения арифметических действий над ними – это задачи.

В объяснительной записке к программе по математике для начальных классов говорится: «... формирование каждого нового понятия всегда связывается с решением тех или иных задач, помогающих уяснить его значение, требующих его применения».

Из этого следует, что решение задач при изучении математики играет существенную роль, так как с помощью задач рассматриваются основные теоретические положения в курсе математики: понятие о числе, арифметических действиях, математических отношениях.

Так как основной задачей школьного обучения математике являются обучение, воспитание и развитие математического мышления учащихся, то ведущими функциями задач являются обучающие, воспитывающие и развивающие функции.

Каждая из этих функций изолированно от других не существует, они взаимосвязаны. Осуществляя обучающие функции задачи – формирование определенного понятия, свойств арифметических действий, знания математической терминологии и др., одновременно осуществляется и воспитывающая функция: формирование мировоззрения, познавательного интереса и самостоятельности навыков учебного труда, воспитание моральных и нравственных качеств. Одновременно при решении задач развивается мышление учащихся, математическая речь, усваиваются эффективные приемы умственной деятельности.

Что же понимается под термином «математическая задача»?

Математическая задача – это лаконичный связанный рассказ, описывающий некоторую жизненную ситуацию, в который введены значения некоторых величин и предлагается отыскать другие неизвестные значения величин, зависимые от данных и связанные с ними определенными соотношениями, указанными в рассказе. Рассмотрим несколько примеров арифметических задач:

1) Саида взяла в библиотеке 4 книги, Акида взяла 3 книги. Сколько книг взяли девочки?

2) Черепаха двигается со скоростью 5 м/мин. За какое время она пройдет 20 м?

3) Какое число надо разделить на 35, чтобы получить 8?

Что общего у этих задач?

Прежде всего, в каждой задаче есть данные числа (их должно быть не менее 2-х) и неизвестные (искомые) числа. Данные числа могут характеризовать численность множества, быть значением величины или выражать определенные отношения между числами или величинами. Так, в первой задаче числа 3 и 4 являются численностью множества книг. Во второй задаче числа 5 и 20 являются величинами: скорость и расстояние. В третьей задаче 35 и 8 является соответственно делителем и частным.

В каждой задаче дано словесное изложение сюжета, в котором задается связь между данными и искомыми величинами. Так, в первой задаче речь идет об объединении двух множеств. Во второй надо установить связь между скоростью и расстоянием. В третьей задаче устанавливается связь между компонентами деления и результатом действия деления.

В каждой задаче формулируется задание в виде вопроса. В некоторых случаях задача может быть сформулирована так, что вопрос включает в себя часть условия, или вся задача изложена в повествовательной или вопросительной формах.

Например:

1. Продавец расфасовал 16 кг муки в 4 пакета поровну. Сколько пакетов потребуется для расфасовки 80 кг муки?

2. На сколько 1 дм больше 1 см?

3. Найди число, если $\frac{1}{5}$ его составляет 20.

Анализ различных задач показывает, что в тексте каждой задачи можно выделить две составные части: условие – это данные числа и отношения между величинами, входящими в задачу, и вопрос – это задание, в котором указано, что искать.

Задачи надо решать.

Решить задачу – значит раскрыть связи между данными и искомыми величинами, заданными условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи.

Полное решение задачи состоит из анализа условия; плана, указывающего последовательность выполнения действий, обоснования выбранного действия; выполнения арифметических действий и нахождения ответа. К решению задачи относится также проверка и исследование пригодности полученного ответа. Рассмотрим решения первых трех задач. В задаче № 1 определяется 2 множества книг. Вопрос задачи указывает на требование найти численность объединения данных множеств. Операция объединения связана с действием сложения данных чисел. Решение: 4 + 3 = 7. Ответ: 7 книг взяли девочки из библиотеки. В задаче № 2 задали скорость и расстояние, требуется указать время. Используя связь, существующую между этими величинами, выполним решение: 20 : 5 = 4. Ответ: 4 минуты двигалась черепаха. В задаче № 3 ответ находим на основе правила: чтобы найти делимое, надо частное умножить на делитель. Решение 35 × 8 = 280. Ответ: искомое число 280.

Следует отметить, что полное письменное решение задачи весьма громоздко и отнимает у ребенка, слабо владеющего навыком беглого письма, много времени, поэтому в 1–4 классах применяется редко. Но полное устное пояснение к решению задачи в начальных классах следует практиковать регулярно.

В начальной школе решаются более 52 видов задач. Представим их в виде таблицы:

Задачи		
Простые	Составные	Качественные
1. Задачи на раскрытие конкретного смысла арифметических действий (5 видов). 2. Задачи на установление связи между компонентами и результатом действия (8 видов). 3. Задачи на установление отношений. 4. Задачи с геометрическим содержанием.	1. Задачи на все 4 действия. 2. Задачи на отыскание 4-го пропорционального. 3. Задачи на пропорциональное деление. 4. Задачи на отыскание неизвестного по двум разностям. 5. Задачи на движение.	Задачи на смекалку. Загадки. Задачи на построение.

В 1-ом классе решаются только простые задачи на сложение и вычитание. С первых уроков математики ведется планомерная подготовительная работа к пониманию термина задача, но сам термин вводится позднее.

I. Рассмотрим эту подготовительную работу. В определении отмечено: «Задача – это краткий лаконичный рассказ, описывающий некоторую жизненную ситуацию...», поэтому первый этап подготовительной работы – учить умению составлять краткий рассказ. Этому способствует работа по трем взаимосвязанным картинкам.

Для облегчения составления рассказа выделяем опорные слова: *было, изменилось, стало.*

Мы не можем повесить памятку, т.к. дети на этом этапе не знают еще всех букв, поэтому слова-помощники надо часто повторять хором, перед началом работы по составлению рассказа. Чтобы начать эту работу раньше, чем это указано в учебнике, надо заранее заготовить несколько наборов взаимосвязанных картинок.

II. На первых уроках дети затрудняются в выделении данных чисел и искомых, параллельно следует проводить работу к пониманию выбора действия. На это направлена практическая деятельность с предметами: 1) положи столько кружков, сколько было ласточек. Возьми столько кружков, сколько улетело ласточек. Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько их стало? (Убрать одну). Стало больше или меньше? (Меньше). Значит, мы отнимаем один кружочек.

Рис. 1

2) а) Положи 3 кружочка слева, а 2 квадратика справа, объедини их. Сколько стало?

б) Положи 6 морковок, убери 2 морковки. Сколько стало?

В этих работах используется полная наглядность. Это создает ту опасность, которая приводит к спутыванию условия и вопроса. Поэтому в данной ситуации надо акцентировать все внимание детей на практической деятельности, а не абстрактном поиске ответа сложением или вычитанием.

Далее работа усложняется, ведется подготовка к формированию понятия вопроса. Полная наглядность исключается.

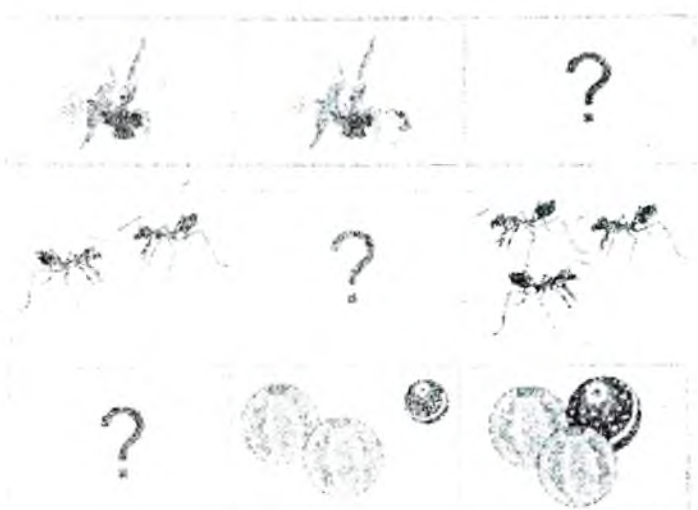


Рис. 2

Работа усложняется. Мы видим, что одна из картинок отсутствует. Теперь к закрытой части рассказа надо поставить вопрос. Получим математический рассказ с вопросом. В нем есть известная часть и неизвестная часть рассказа. Несколько уроков работа идет попеременно с полной или неполной наглядностью. Об этой работе не следует забывать и на последующих уроках.

III. На 75–80 уроках вводится термин «задача». Работа идет по рисунку. Гараж. На воротах гаража цифра 5, видно несколько машин. Две машины подъезжают. И на этом уроке используется неполная наглядность, то есть, когда данные видны, а ответ скрыт.

Рассмотрим суть этой неполной наглядности на уроке. Вы видите гараж. Что в нем стоит? (Мы видим одну машину). А стоят ли там еще машины? Что подсказывает число 5? Что изменится? (2 машины въедут). Что тогда можно спросить? (Сколько станет машин в гараже?). Выделим еще раз рассказ, зададим вопрос в нашем рассказе. Как на него найти ответ? (Надо к 5 прибавить 2 и посчитать). Значит, надо выполнить арифметическое действие. Следовательно, мы решили задачу.

Послушайте еще раз. «В гараже стоит 5 машин. В него въедут еще 2 машины, сколько станет всего машин в гараже?» Это – задача. Что мы знаем из текста? Это – условие. А что спрашивается? Это – вопрос задачи. Объясните, почему надо 5 + 2. (Машин станет больше). Мы нашли решение. Сколько же стало машин? (7). Это ответ. Задача повторяется по ролям: один – условие; 2-ой – вопрос; 3-ий – решение; 4-ый – ответ. На следующих уроках работа закрепляется. Для составления сюжетов с неполной наглядностью можно использовать аквариум с рыбками, конверт с открытками, карандаши в коробке. Заостряя внимание детей на строении задачи: вопрос и условие, предложить также задания:

1) Послушайте: «Учитель попросил Машу полить 3 цветка, а Веру 2 цветка. Девочки выполнили просьбу учительницы. «Молодцы, девочки. Спасибо!», – сказал им учитель. Можно ли это задание считать задачей? Почему? А теперь? «... Сколько всего цветов полили девочки?» Почему рассказ стал задачей?

2) Я буду вам предлагать рассказы. А вы изменяйте их так, чтобы получилась задача. «На полке лежит 6 книг. Взяли 2 книги. На полке осталось 4 книги». Задачу преобразуйте в рассказ: «В вазе лежало 5 яблок, 3 яблока взяли. Сколько яблок осталось?»

3) Для углубления конкретного смысла задачи, следует задавать каверзные вопросы: а) Ване 5 лет, а сестренке 2 года. Сколько лет их бабушке? б) На одной яблоне 2 яблока, а на другой яблоне 3 яблока. Сколько всего груш на деревьях?

4) Показывать действие. По нему составить рассказ и переделать его в задачу.

5) Сравнить задачу и загадку. Найти общее и отличие.

IV. Дальнейшая цель – сформировать умение правильно выбирать действие. Поэтому на первом этапе этого процесса необходима демонстрация действия. Эта работа со счетным материалом, обводка рисунка, зачеркивание части рисунка, лепка, схематический рисунок. Все это оставляет в сознании ученика суть самого математического процесса. Постепенно переходим к решению задачи.

Задачи без демонстрации действия осуществляет переход от конкретного мышления к абстрактному мышлению.

Большое внимание в период работы над формированием понятия задача уделяется ее краткой записи. На первых порах — это рисунки, схемы, счетный материал.

Однако, когда новые понятия: задача, условие, вопрос, ответ, проверка, дети воспринимают на слух, ученики лишаются возможности увидеть новое знание.

При таком подходе на следующий день дети все забывают, всю работу приходится начинать снова. Для устранения этой трудности хорошо использовать таблицу с динамическими (съемными) элементами — карточками. Таблица представлена прямоугольником с карманами, в которые вставляются карточки.

На карточках записаны слова: «задача» и «решение»; опорные знаки: большими буквами условие (У), вопрос (В), ответ (О). Используются карточки чисел и знаков.

Основа наглядного пособия отражает тот факт, что задача состоит из условия и вопроса. Первые два больших кармана (синий и зеленый) предназначены для данных в задаче чисел, а третий (красный) — для искомого, обозначаемого знаком «?».

Большие карманы служат опорой при анализе задачи, напоминая детям о необходимости выделить из задачи то, что известно — условие, и то, что неизвестно — вопрос. Маленькие кармашки, расположенные между большими, используются для записи решения задачи, когда слово «задача» будет заменено карточкой «решение».

Первая задача подбирается специально так, чтобы можно было установить ассоциации по цвету, продемонстрировать числовые данные и описываемые в задаче действия, но сделать скрытым от детей результат. Учитель составляет задачу, например: «В коробке 3 синих карандаша (учитель показывает и прячет в красную коробку) и 2 зеленых (показывает и кладет опять в коробку). Сколько всего карандашей в коробке?»

Объяснение нового материала происходит следующим образом:

— Давайте повторим задачу и сразу отделим то, что мы знаем, от того, что не знаем. В этом нам поможет таблица «Задача» (читают вместе: за-да-ча). Мы знаем, что в коробке было 3 синих карандаша (показывает карточку с числом 3 и вставляет ее в синее окошко — кармашек таблицы) и 2 зеленых (вставляет карточку с числом 2 в зеленое окошко). Это известно в задаче, будем говорить: «Это — условие задачи».

Учитель указывает на букву: У, повторяет несколько раз с учениками новый для них термин. Затем продолжает:

– Повторим вместе условие задачи: «В коробке 3 синих карандаша и 2 зеленых».

Учитель держит в руках закрытую коробку и по ходу беседы помещает на нее карточку со знаком «?».

– Что в задаче спрашивается, что мы пока не знаем?

– Сколько всего карандашей в коробке?

– Это – вопрос задачи.

В красное окошко вставляется карточка со знаком «?», и таблица приобретает вид, изображенный на рисунке 3. Учитель, указывая на букву В, повторяет с детьми термин «вопрос задачи».

Задача

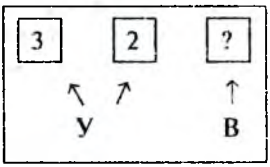


Рис. 3

Решение

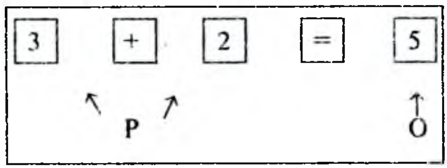


Рис. 4

– В задаче всегда о чем-то спрашивается, без вопроса нет задачи.

Подводится итог:

– Итак, задача состоит из условия и вопроса. В условии говорится о данных числах, о том, что известно в задаче, а в вопросе – что неизвестно..

Одновременно учитель переводит указку с одного знака на другой, дети получают зрительное подкрепление тому, что слышат.

– Повторите условие задачи и ее вопрос.

– В коробке 3 синих карандаша и 2 зеленых. Сколько всего карандашей в коробке?

– У нас получилась задача, которую нужно решить.

На таблице слово задача закрывается карточкой со словом решение (рис. 4). Умеющий читать ученик читает это слово, а все остальные повторяют за учителем.

– Чтобы решить задачу, нужно выполнить действие с числами 3 и 2. Вспомните вопрос задачи, он подскажет, какое действие нужно выполнить.

– Сколько всего карандашей в коробке? Поэтому надо выполнить действие сложения: к 3 прибавить 2.

– Поставим карточки со знаком «+» между числами 3 и 2. Мы получили решение задачи. Затем поставим карточку со знаком «=» и посчитаем, сколько получится, если к 3 прибавить 2: $3 + 2 = 5$.

Карточку с числом 5 ставим на знак «?» в красное окошечко. Число 5 – ответ на вопрос задачи. Оно показывает, что в коробке 5 карандашей. Проверим, верно ли мы решили задачу. Посчитаем, сколько карандашей в коробке.

– Пять.

– Значит, задача решена верно и можно записать ответ.

Чтобы создать у детей наглядный образ того, что получен ответ на вопрос задачи, учитель вставляет карточку с буквой О в кармашек на букву В. «Работа над задачей закончена, таблица приводится в исходное положение (рис. 3) и делается обобщение:

– Задача состоит из условия и вопроса. (На таблицу ставится карточка «Решение».) Нужно выполнить решение задачи, т. е. выбрать действие над данными числами, дать ответ на вопрос.

Закрепление проводится также с опорой на таблицу. Детям предлагается приготовить индивидуальные наборные полотна, карточки с цифрами и знаками. Учитель говорит:

– Сейчас я дам еще одну задачу. Напомните, что нужно рассказать, чтобы получилась задача (показывает при этом на опорные знаки – буквы У и В).

– Условие и вопрос.

– В этом конверте лежат 4 открытки. (На углу конверта поставлена карточка с числом 4, которую учитель снимает и вставляет в синее окошечко.) Это первое данное число, его поставим в синее окошечко. Поставьте на наборное полотно карточку с первым данным числом. Одну открытку я подарю Алеше (отдает открытку). Покажите карточку с числом, сколько открыток я отдала Алеше. Число 1 – второе данное число, его поставим в зеленое окошечко, а вы поставьте второе данное число на наборное полотно справа от первого. Что у нас получилось? (Указывает на букву У.)

– Условие задачи.

– Повторите условие задачи.

– В конверте было 4 открытки, одну открытку отдали Алеше.

– Что еще нужно сказать, чтобы получилась задача (указка стоит на букве В)?

– Вопрос.

– Сколько открыток осталось в конверте? (Карточку со знаком «?» учитель ставит на углу конверта.) Повторите вопрос задачи. Переставим карточку со знаком «?» в красное окошко таблицы, а вы поставьте свою карточку на свое наборное полотно правее данных чисел. Теперь у нас получилась задача. Кто может повторить задачу?

Когда ученик рассказывает, учитель помогает ему, ставя указку на нужные числа и опорные знаки. Далее работа проводится так же, как и с первой задачей, только ученики сначала «собирают» решение на наборных полотнах. Первоклассники-семилетки записывают решение в тетради. Проверяют результат пересчитыванием оставшихся в конверте открыток.

Заканчивается работа над этой задачей разъяснением:

– Данные в условии задачи числа мы будем ставить в синее и зеленое окошечки. Не обязательно, чтобы предметы, о которых говорится в задаче, были синего и зеленого цвета. Главное – это то, что мы знаем, сколько предметов: 4 открытки было в конверте, одну отдали. Неизвестное искомое число, о котором сказано в вопросе, будем обозначать знаком «?» (вопрос) и ставить в красное окошечко.

Теперь можно перейти к составлению задачи по рисункам учебника, например, по рисунку на странице 15 учебника математики начальной школы. Для сосредоточения внимания на главном учитель задает направляющие вопросы: сколько цыплят (утят) было сначала? Сколько цыплят (утят) прибежало (убежало)? Скажите условие задачи. Какой можно поставить вопрос к условию, чтобы получилась задача?

После составления задачи в ней выделяются данные числа, неизвестное (искомое) число, расставляются карточки в таблице «Задача», решается задача с обоснованием выбора действия и формулируется ответ на вопрос задачи. Решение, полученное на таблице, сравнивается с записью под рисунком учебника и подводится итог: «Значит, под рисунком записано решение составленной нами задачи». Работу с карточками у доски дети выполняют поочередно. Проверка результата делается пересчитыванием всех цыплят (или оставшихся утят).

На следующих уроках продолжается работа с таблицей «Задача». Дается задача: «Лена нашла 1 лист тополя и 3 листочка клена. Сколько всего листьев нашла Лена?» Учитель держит листья так, чтобы нельзя было найти результат пересчитыванием.

Проводится беседа по вопросам:

– Покажите первое известное число. (Дети поднимают карточку с числом 1.) Что означает в задаче число 1? Один лист тополя у Лены.

– Покажите второе известное число. Что оно означает? (Вставляет число 3 в зеленое окошко.)

– Три кленовых листа нашла Лена.

– Что мы сейчас повторили?

– Условие задачи.

– Какое окошечко осталось пустым?

– Красное.

– Что в него нужно поставить?

– Знак вопроса.

– Что не известно в задаче (что спрашивается)?

– Сколько всего листьев нашла Лена?

– Мы заполнили все окошечки (выделили условие и вопрос задачи).

Уже на втором-третьем уроках работы над элементами задачи ученикам предлагаются задания на составление задач по рисункам учебника. Даются задачи с предметной частичной иллюстрацией или без нее (опора на сюжетный рисунок или представления детей).

Таблица «Задача» используется для различных целей: как опора для актуализации знаний об элементах задачи при подготовке к ее составлению, как наборное полотно для записи ее решения, как опора для обобщения последовательности работы над задачей. Фронтальная работа учителя с классом сочетается с индивидуальной работой ученика у доски, самостоятельной по записи решений в тетради или на индивидуальных наборных полотнах с последующей проверкой схематическим рисунком.

Так, задача: «Во дворе играли в мяч 7 мальчиков, 2 ушли. Сколько мальчиков осталось во дворе?» — предлагается без иллюстрации, учитывая умение детей представить описанную ситуацию. После фронтального анализа задачи — ее решение ученики записывают в тетради, а один из них набирает на таблице, объясняя выбор действия. Проверка — схематический рисунок.

По мере формирования у первоклассников умений, необходимых для решения задачи, учитель вводит схему, обобщающую знания о задаче и порядке работы над ней.

Учитель разъясняет, как понимать эту схему, сравнивая ее с таблицей «Задача», читает схему сам, дает задание читающим ученикам прочитать ее поочередно вслух и повторять со всеми детьми: «Задача состоит из условия и вопроса. Мы должны решить задачу, сделать проверку. Тогда получим ответ на вопрос задачи».

Указка учителя помогает ученикам, переходя последовательно с задачи на ответ:

$$\text{ЗАДАЧА} \begin{matrix} \nearrow \boxed{\text{условие}} \searrow \\ \searrow \boxed{\text{вопрос}} \nearrow \end{matrix} \boxed{\text{решение}} \rightarrow \boxed{\text{проверка}} \rightarrow \boxed{\text{ответ}}$$

Большое внимание следует уделить приемам анализа.

Примеры заданий, позволяющих уяснить жизненную ситуацию, описываемую в задаче. Часто, решая задачи, дети не задумываются над их жизненным содержанием, над теми отношениями, в которых находятся их компоненты, не улавливают сущности вопроса. Это приводит к формальному решению задач. Например, после многократного решения задач на сложение, учитель предложил составить задачу самостоятельно.

Ученица составила так: «Мама купила 7 телевизоров, а папа на 2 телевизора больше. Сколько телевизоров купил папа?» Почему эта задача «плохая»? (Такого в быту не бывает). Дети быстро привыкают, что все задачи, которые читает учитель, правильные, в них всегда есть нужные сведения, которые нужны для решения задачи. Это приводит часто к ошибочному решению, препятствует развитию мыслительной деятельности, ведет к неумению находить рациональные пути решения.

Решая «неправильные» задачи дети учатся замечать особенность задач, более внимательно и критически слушают ее условие, активизируется мыслительная деятельность.

После усвоения решения задач на сложение и вычитание, учитель читает задачу (неторопливо, четко): «Конструктор стоит 6 сум. За 2 конструктора мама уплатила 12 сумов. Сколько она должна уплатить за 1 конструктор?» После нескольких секунд поднялась 1 рука, другая ..., вот какие давали дети решения. (1 конструктор стоит 6 сум, а 2 — 12 сумов, если из 12 — 6 = 6 — это 1 конструктор). Какие наводящие вопросы надо задать, чтобы убедить детей, что задачу можно было не решать?

Учитель: Итак, это задача «неправильная». Можно ли ее сделать, правильной? Исправляют задачу. Но на завтра все повторяется.

«В школьном саду росли деревья: 8 яблонь и 14 груш. Сколько всего килограммов яблок и груш собрали школьники с деревьев осенью?» Дети дают ответ 22. Чего 22? (22 кг) Как это получилось, ведь все сложили 8 деревьев и 14 деревьев, получили 22 дерева. Хороший урожай. Почему так вышло? Можно ли сделать эту задачу правильной? Исправляют задачу.

Несколько дней спустя... .

«Саша купил в буфете булочку, стакан молока и конфету. Сколько денег уплатил Саша?».

– Кто решил? Почему не можете решить, разве вы не знаете цен в нашем буфете? Вводят цены и решают.

«На дереве 8 птичек. Сначала улетели 3 птички, потом еще 2. Сколько птичек улетело?». На что надо обратить внимание при разборе? Учитель не говорит детям «Будьте внимательны», а создает ситуацию, в которой дети должны быть внимательными. Постепенно учитель переходит к работе по составлению задач самими учащимися.

Например: «У Тани 4 тетради, сколько тетрадей у Тани и Веры вместе?»

Выяснив, что это «неправильная» задача, исправляют ее, выясняя, сколько может быть тетрадей у Веры, ставят вопрос и решают.

Уже с первых дней, решая задачу, учитель применяет прием проверки правильности решения задач. «У Коли 5 значков, у Веры 4. Сколько у них значков вместе?» Дети решили задачу и начинают новую. Но учитель задает неожиданно вопрос: «Почему вы решили сложением, что помогло вам выбрать действие. Как проверить?»

Задачи на смекалку: «Мальчик купил альбом за 32 сума, краски за 20 сум и карандаш за 3 сума. Сколько денег осталось у мальчика». Дети стали сразу подсчитывать расход и только потом обратили внимание на вопрос к задаче, решили, что эту задачу решить нельзя. Но один из 36 учеников сказал, что у него должно было быть обязательно 55 тийин. А могло бы быть меньше? Почему? А могло бы быть больше? Сколько? Переделайте задачу так, чтобы она стала «правильной», по вашему желанию.

Подобная работа должна регулярно повторяться, она учит сразу быть внимательным при чтении задачи.

Работа над выработкой умения вести рассуждения при решении задач также вводится постепенно.

При решении многих задач учащиеся допускают ошибки из-за того, что не умеют представить жизненную ситуацию, описанную в задаче, и не умеют осознать отношения между величинами. Для того чтобы учащиеся могли легче представить ситуацию, описанную в задаче, сокращенную запись условия задачи можно моделировать с помощью графической схемы в сочетании с составлением числовых выражений. Например, краткая запись к задаче: «На двух участках получен одинаковый урожай свеклы. С одного участка увезли 320 ц. и с него осталось еще увезти 976 ц. С другого участка увезли в 3 раза больше, чем увезли с первого. Сколько центнеров свеклы осталось увезти со второго участка?» Составляя сокращенную запись условия задачи, ведем беседу:

– Массу свеклы, выращенную на каждом участке, обозначим двумя равными отрезками (Рис. 5). А почему равными? (Урожай, полученный на участках, был одинаковый.)

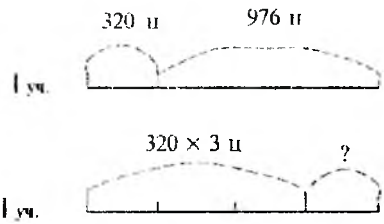


Рис. 5

С первого участка увезли 320 ц. Как мы это отметим на отрезке? (Отрезок разделим на две части так, чтобы одна часть была примерно в 3 раза больше второй, над меньшей частью запишем 320 ц, а над большей – 976 ц.)

– С другого участка увезли в 3 раза больше, чем увезли с первого. Как мы это отметим на схеме? (На втором отрезке отложим отрезок, равный трем отрезкам, который обозначает 320 ц, и над ним запишем 320 × 3 – центнеров.) Что по условию задачи означает остальная часть отрезка? (Массу свеклы, которую осталось увезти со второго участка.)

– Как мы обозначим эту часть отрезка? (Поставим над ним знак вопроса, так как это главный вопрос задачи.)

Графическая схема сокращенной записи условия задачи в сочетании с ее разбором не только укорачивает условие задачи, но и дает наглядное представление о зависимости между данными и искомыми значениями величин, выраженных числами, делает более легким план решения задачи, который дети составляют самостоятельно.

Ко всем ли задачам нужна краткая запись? Конечно, нет. В учебниках имеются задачи с небольшими числами, кратко сформулированные, решение которых дети могут легко записать с помощью математического выражения. В таких случаях в сокращенной записи условия задачи нет надобности. Например, задача: «Девочка нашла 36 грибов, а мальчик 28. Среди этих грибов оказались 3 несъедобных. Сколько съедобных грибов нашли дети?»

Решая задачу, третьеклассники сразу могут записать выражение (36+28)–3=61, рассуждая: «Съедобные грибы, которые нашли дети, состоят из грибов, которые нашла девочка и мальчик без несъедобных грибов». При решении некоторых задач бывает полезно записать сокращенно условие задачи только учителю на доске с помощью математического выражения, выполняя действия устно. Например, решая задачу: «У Пети и у Саиды денег поровну. Когда Петя уплатил за свою покупку 28 сум., у него осталось 14 сум. У Саиды после покупки осталось только 9 сум. Сколько сумов уплатила за свою покупку Саида?» Сокращенно условие задачи дети записывают в тетрадь и решают по действиям, а учитель записывает на доске. Пока дети самостоятельно по учебнику знакомятся с условием задачи, учитель на доске выполняет чертеж (рис. 6). Затем проводит беседу:

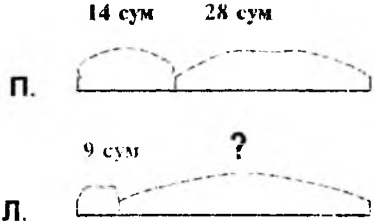


Рис. 6

– Что обозначают на чертеже записи 28 сум.? 14 сум.? 9 сум.? Что обозначено знаком вопроса?

– Составьте план решения задачи. (В первом вопросе узнаем, сколько денег было у Пети, во втором – сколько стоит покупка Саиды.)

– Запишите решение задачи с помощью математического выражения.

Некоторые составные задачи, имеющиеся в учебнике, целесообразно решать устно, записывая на доске только числовые значения величин, чтобы учащимся было легче сосредоточивать внимание на представлении ситуации и зависимости между искомыми и числовыми данными.

Таким образом, планируя на уроке решение составных задач, следует творчески использовать в работе различные методические приемы.

Сочетание сокращенной записи условия задачи с ее анализом, когда записываются не только числа, но и выражения, предполагающие определенные действия, делают задачу более «прозрачной» в поиске ее решения. При этом создаются условия для экономии времени и повышения эффективности и самостоятельности работы учащихся. Кроме этого, возникают условия для дифференцированной работы учащихся. Дети, которые после сокращенной записи условия задачи умеют составить план решения задачи, приступают к самостоятельному его выполнению, а для учащихся, которые затрудняются, ведется более подробный анализ условия задачи с использованием наглядности.

Способы рассуждения при решении задач.

I. Синтетический способ – рассуждения от условия к вопросу.

Этот способ заключается в том, что, выделив часть задачи, содержащую два известных значения, ставим вопрос, т.е. составляем простую задачу. Решив ее, используем полученное значение и следующее значение условия, ставим новый вопрос и т. д., пока не доберемся до главного вопроса задачи.

Задача. Две ученические бригады собрали 100 одинаковых мешков картофеля. Одна бригада собрала 2450 кг, другая 2550 кг. Сколько мешков собрала каждая бригада? Сделаем краткую запись условия:

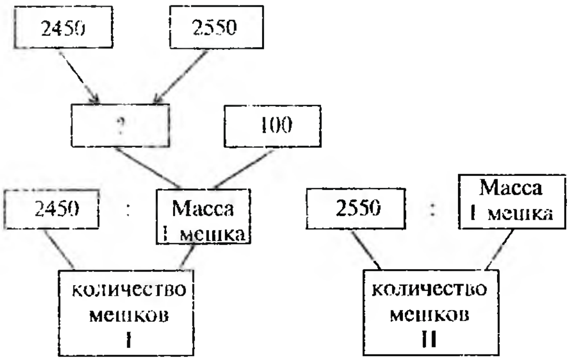
I способ.

I – ? меш 2450 кг. ⎤
II – ? меш 2550 кг. ⎦ 100 меш.

II способ.

	В 1 мешке	Кол. мешков	Общая масса
I	одинаково	100 мешков	2450 кг
II			2550 кг

Решим синтетическим способом.

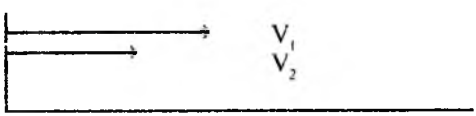


Для данного приема надо научить детей делить условие на смысловые части и вычленять простую задачу из составной задачи.

Рассмотрим виды упражнений на выработку этих умений.

а) 2 поезда вышли одновременно из одной станции в противоположных направлениях: один со скоростью 70 км/ч, другой – 60 км/ч. Какие задачи можно составить и решить с этими данными? (70 – 60; 70 + 60). Какие другие задачи можно составить, если использовать новые данные о времени: 3 часа; о расстоянии: 650 км? (Через какое время расстояние между ними будет 650 км?).

б) Два самолета взлетели одновременно с одного аэродрома в одном направлении: первый – со скоростью 540 км/ч, второй – 850 км/ч. Какие задачи можно составить с этими данными? Поможет иллюстрация:



в) В школьный буфет привезли 5 ящиков яблок по 10 кг и 4 ящика апельсинов по 8 кг.

Какие задачи можно составить? (4 + 5 = 9; 10 × 5; 8 × 4; 50 – 32; 50 + 32).

Материалом для таких заданий могут быть задачи учебника, если использовать условие задачи или его часть.

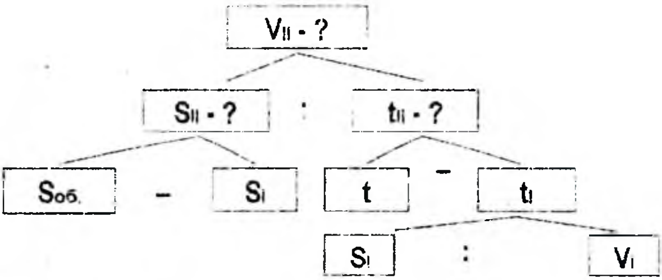
II. Аналитический способ – рассуждения от вопроса к условию.

Выделив главный вопрос задачи, выясняем, что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи? Подобрав нужные значения, выясняем, какое из них известно и что надо знать, чтобы найти новое неизвестное и т.д., пока не доберемся до условия задачи.

Задача. «Капитан теплохода получил задание пройти 540 км за 16 часов, 180 км он прошел со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью должен плыть теплоход остальное расстояние, чтобы выполнить задание вовремя?»

	Скорость (V)	Время (t)		Расстояние (S)	
I.	30 км/ч	?	16 часов	180 км	540 км
II.	?	?		?	

Начнем рассуждение с главного вопроса задачи: с какой скоростью должен плыть теплоход остальное расстояние? Для этого надо знать оставшееся расстояние и время. Эти значения неизвестны.



Оставшееся расстояние неизвестно, какие данные задачи помогут его найти?

Общее расстояние и расстояние на первом участке. Они известны.

Значит, оставшееся расстояние нашли. Найдем время на этом участке. Что надо знать? Общее время и время на первом участке. Но время на первом участке неизвестно, что надо знать, чтобы его найти? Надо знать расстояние на первом участке и скорость теплохода. Они известны. Теперь, возвращаясь по ступенькам рассуждений, добираемся до ответа на главный вопрос.

Для овладения решением таким способом необходимо:

1) довести до сознания детей, что для ответа на вопрос задачи необходимо, чтобы в ее условии было дано не менее двух числовых данных;

2) научить детей анализировать условие составной задачи (расчленять на простые) и проводить рассуждения при ее разборе от вопроса.

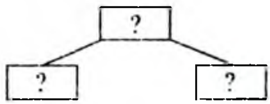
Виды упражнений для достижения этих целей.

1) Первый этап. Решение задач с неполными данными:

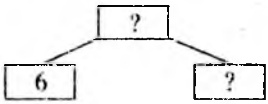
а) В одной стопке несколько тетрадей и в другой стопке несколько тетрадей. Сколько тетрадей в двух стопках?

Беседа: Условимся, что при анализе вопрос задачи будем обозначать $\boxed{?}$ Что надо знать, чтобы ответить на вопрос? (Надо иметь еще два значения). Из прямоугольника проведем две черточки и начертим два других прямоугольника, т.к. чисел в задаче с первым прямоугольником не дано, поставим вопросы.

Можно это задание назвать задачей? Можно его исправить и получить задачу? (Надо задать 2 значения)



б) На одной тарелке лежало 6 яблок и на другой несколько. Сколько яблок на двух тарелках? Составим схему:



в) На одном кусте 4 помидора, а на другом 5. Сколько всего помидоров на двух кустах?

Дети должны повторить рассуждения в связанной форме: чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько помидоров было на первом кусте и сколько помидоров было на втором кусте. Оба эти числа нам известны. Чтобы решить задачу, надо к 4 прибавить 5, получится 9. Ответ: 9 помидоров.

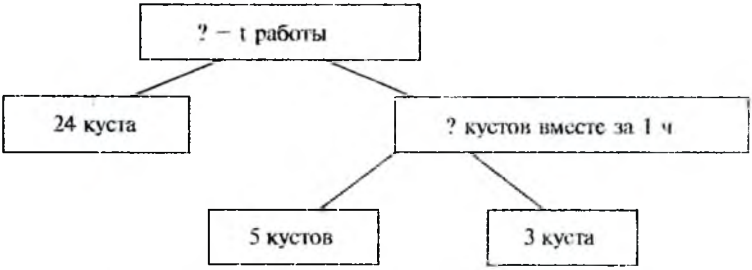
Учитель на доске, а учащиеся в тетрадях чертят схемы.

Дается установка: прямоугольники со знаком вопроса задачи начертить длиной в две клетки и высотой в одну; на одну клетку ниже начертить два других прямоугольника так, чтобы расстояние между ними было в две клетки, и соединить их с первым прямоугольником отрезками.

В результате решения простых задач с графической иллюстрацией учащиеся убеждаются, что для решения задачи необходимо, чтобы в ее условии было дано не менее двух числовых данных одной или нескольких величин, а также приобретают навыки правильного формулирования вопроса при анализе задачи.

На втором этапе решаются задачи в два и три действия с полным анализом и его графической иллюстрацией. Например: «Отец и сын окапывали кусты смородины. Отец в час окапывал 5 кустов, а сын 3. Сколько времени они должны работать вместе, чтобы окопать 24 куста?»

После разбора условий в процессе фронтальной беседы появляется схема.



Далее дети вместе с учителем чертят схему в тетради, и ученики проводят повторное рассуждение в связанной форме: «Чтобы ответить на вопрос задачи, надо знать, сколько кустов надо окопать (24 к.) и сколько кустов в час окапывают вместе отец и сын. Для этого надо знать, сколько кустов отдельно окапывает в час отец (5 к.) и сколько кустов окапывает в час сын (3 к.). В первом вопросе узнаем, сколько кустов окапывают в час отец и сын вместе, во втором – сколько времени они окапывали кусты смородины».

При фронтальной работе схему чертит учитель. Дети чертят схемы по указанию учителя, главным образом, при решении задач нового вида и при выполнении домашнего задания.

Задание. Проведите анализ решения этой задачи от условия к вопросу.

Третий этап. После овладения двумя приемами возникает условие для дальнейшего развития абстрактного мышления: неполный анализ при разборе задач.

Полный анализ задач в 4–5 действий становится очень многословным, забирает много времени, тормозит движение мысли ученика.

Анализ условия задачи удобно проводить по сокращенной записи ее условия, при которой записываются не только числа, но и математические выражения, что укорачивает запись.

Для этого в подготовительной работе перед решением данной задачи следует повторить решение нескольких простых задач, которые встретятся в решении составной.

Например:

«Птицефабрика должна отправить в магазин 6000 яиц. Она уже отправила 10 ящиков по 350 яиц и 4 ящика по 150 яиц. Сколько яиц осталось отправить в магазин?»

Сокращенная краткая запись. Отправили (350 × 10 ящ.)
(150 × 4 ящ.) 6000
Осталось – ?

Схема неполного анализа:

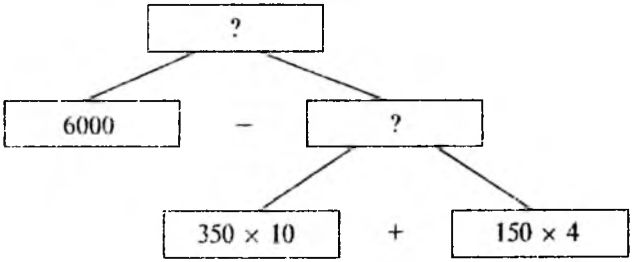
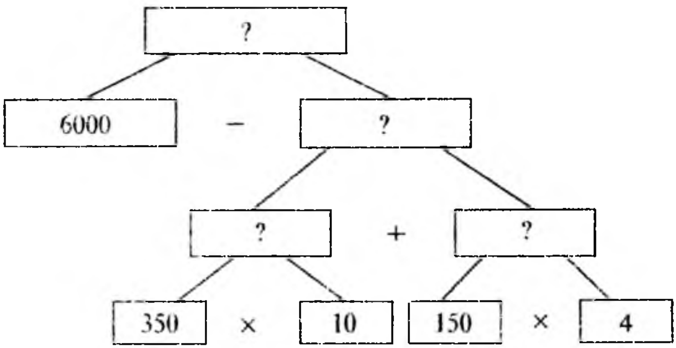


Схема полного анализа:



Задание. Разобрать с детьми, в чем недостатки и преимущества способов?

Задача 2.

«На стадионе в первый день расчищено от снега 45 метров беговой дорожки, во второй — на 6 метров меньше, чем в первый, а в третий — на 8 метров больше, чем во второй. Сколько метров дорожки расчищено за три дня?»

Задание учащимся.

1) Провести рассуждение, составляя сокращенную запись условия.

2) Поясните друг другу краткую запись.

3) Прослушайте, как надо рассуждать.

Задание. Проведите рассуждения, составьте сокращенную запись условия и проведите графическое рассуждение: а) от вопроса к условию; б) от условия к вопросу для задачи:

«Для подарков в детский сад привезли 4 коробки конфет, по 9 кг в каждой, и 3 коробки печенья, по 8 кг в каждой. Сколько кг сладостей привезли в детский сад?».

а) выполните рассуждения самостоятельно;

б) поясните друг другу;

в) прослушайте, как надо рассуждать (объяснение учителя).

Некоторые особенности в составлении выражений возникают при решении составных задач, в которые входят простые задачи, решаемые делением.

«На старом станке токарь изготовил за 6 часов 96 деталей, а на новом станке он ту же норму выполнил за 4 часа. На сколько деталей больше стал изготавливать токарь за 1 час?»

Решить, рассуждая от условия к вопросу. Составить схему рассуждения.

III. Решение задач, в которых объединяются два способа рассуждения

«Ученики одной школы собрали 80 т металлолома, а в другой — 5/8 этого количества. Из этого собранного лома на заводе изготовили рельсы. Сколько получилось метров рельсов, если из каждых 10 т металлолома выходит 70 м рельсов?»

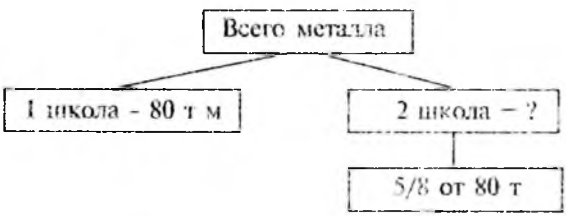
I шк. — 80 т

II шк. — ?, $\frac{5}{8}$ от 80 т ? т, ? м рельсов

10 т — 70 м рельсов

Краткая запись условия показывает, что задача состоит из двух задач. В первой задаче говорится о сборе металлолома школьниками, во второй — об изготовлении рельсов заводом. В первой задаче главным вопросом является: сколько металлолома собрали обе школы вместе, во второй — сколько метров рельсов получится из всего металлолома.

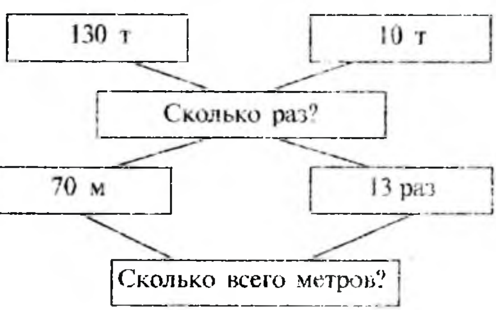
Первая задача решается способом от вопроса к условию. Появляется схема:



1) 80 : 8 · 5 = 50 (т) — II школа

2) 80 + 50 = 130 (т) — вместе

Вторую задачу решаем от условия к вопросу.



1) 130 : 10 = 13 (раз) — содержится в 130 т по 10 т.

2) 70 × 13 = 910 (м) — всего метров.

3) Ответ: 910 м рельсов изготовили.

Учащиеся решают задачу самостоятельно. Для тех ребят, которым трудно решить задачу самостоятельно, ведется более подробный разбор задачи, можно дать подсказку в виде графической схемы.

Решение простых задач.

Знать:

— Определение простой задачи; цели решения простых задач.

— Классификацию простых задач.

— Методику решения задач, раскрывающих:

1) конкретный смысл арифметических действий;

2) связь между компонентами и результатами арифметических действий;

3) понятия разностного и кратного отношений.

В соответствии с программой изучение арифметики натуральных чисел и нуля строится на системе целесообразных задач. Это значит, что с решением задач тесно связано формирование основных понятий курса, таких как «число», «арифметическое действие» и т.п.

Задачи позволяют учащимся убедиться, что эти понятия имеют корни в реальной жизни, в практике.

Однако задачи сами являются непосредственным объектом изучения, а так же средством формирования необходимых для их решения умений.

Традиционная методика решения первых задач не лишена противоречий, которые приводят к тому, что усвоение приемов решения задач становится формальным, абстрактным. При выборе действия учащиеся чаще всего ориентируются на житейские представления, данные в задаче: подарили — взяли, прилетели — улетели, пришли — ушли, было — осталось.

Причина этого в том, что реализация сразу двух функций: научить детей решать простые задачи и сформировать у них представление о математических понятиях и отношениях малоэффективно. Чтобы решать задачу, надо знать ее структуру, общие приемы решения задач. Но для решения задачи — выбора действия, надо хорошо понимать конкретный смысл этих действий, которым учащиеся должны овладеть до решения простых задач.

До решения простых задач учащийся должен научиться читать, уметь переходить от текста (словесной модели задачи) к представлению ситуации (мысленной модели), а от нее к решению (знаковой — символической модели). Учащиеся должны овладеть приемами умственных действий (логические приемы мышления — анализ, синтез, сравнение, аналогия, обобщение), которые обеспечивают деятельность учащихся на всех этапах процесса решения текстовой задачи; определенного опыта в соотнесении текстовой, предметной, схематической и символической модели.

Все эти требования приводят к тому, что знакомство с текстовой задачей следует отодвинуть на более поздний период обучения (на 70—80 уроков).

В процессе решения задачи учитель использует различные методические приемы, выбор которых определятся содержанием задачи, уровнем подготовки учащихся, дидактическими и воспитательными целями урока и других факторов.

К методическим приемам работы по формированию умения решать задачи относятся:

1) фронтальная беседа по задаче;
2) наглядная интерпретация задачи;
3) сравнение задач;
4) преобразование задач;
5) рассмотрение текстов с недостающими и лишними данными;
6) составление задач самими учащимися;
7) решение задач разными способами;
8) проверка решения задачи;
9) дифференцированная работа над задачей и другие приемы.

Первые задачи, с которыми встречаются учащиеся, — это простые задачи.

Задача, в которой сразу можно ответить на поставленный вопрос, называется простой. Иначе: задача, решаемая одним действием, называется простой.

Решение простых задач — важный фактор развития математического мышления. Термин «простые задачи» не вполне соответствует представлениям о сложности задачи. Задача — это описание некоторой жизненной ситуации на житейском уровне.

Основная трудность в поиске решения задачи состоит в переводе естественного (житейского) языка на язык математики. Этот процесс не может быть алгоритмитизирован, требует неординарных умственных усилий от учащихся.

Рассмотрим несколько простых задач, решением которых является одно и то же выражение, но сложность построения математических моделей которых различна.

Задача 1. У Саиды 6 цветных карандашей и 2 простых. Сколько карандашей у Саиды?

Задача 2. Раъно отдала 6 конфет Шахло, после чего у нее осталось 2 конфеты. Сколько конфет было у Раъно?

Задача 3. Малика отдала 6 тетрадей Камиле и 2 тетради Саиде. Сколько тетрадей было у Малики?

Задача 4. У Ильгиза было 6 солдатиков, а у Саида на 2 больше. Сколько солдатиков у Саида?

Задача 5. У Алима 6 солдатиков, их на 2 меньше, чем у Карена. Сколько солдатиков у Карена?

Задача 6. Шерзод играл с Шахрухом в морской бой, 6 партий он выиграл, а 2 проиграл. Сколько партий сыграли мальчики вместе?

Задача 7. В ящик с яблоками добавили 6 яблок. После того как несколько яблок взяли, в ящике осталось на 2 яблока меньше, чем первоначально. Сколько яблок взяли?

Легко видеть, что математической моделью каждой из приведенных задач является выражение 6 + 2. Но сложность их далеко не одинакова. Очевидно, наименее сложной является задача, в которой логическая связь между утверждениями о двух непересекающихся совокупностях (карандаш не может быть одновременно и цветным и простым) усматривается непосредственно и может быть наглядно представлена графической моделью (рис.7), в которой обобщенно отражена не только описываемая текстом ситуация, но и смысл сложения.

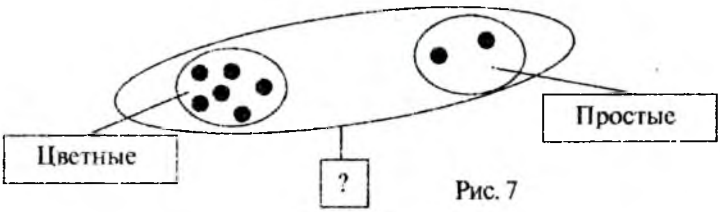


Рис. 7

Сложность задачи 2 в том, что требуется мысленно объединить то, что, согласно тексту, «разъединяется» и что «осталось», хотя связи между данными и искомой величинами те же, что и в первой задаче.

Построение математической модели задачи 3 связано с достаточно сложным рассуждением: «Если отдали 2 тетради, а осталось 6, то было столько, сколько отдали и сколько осталось вместе», которое служит основанием выбора действия.

В задачс 4 описано отношение между двумя совокупностями. Рассуждение «больше на 2 – это значит столько же и еще 2» позволяет построить графическую модель данной ситуации (рис. 8), которая дает возможность «увидеть» соответствующую математическую модель.

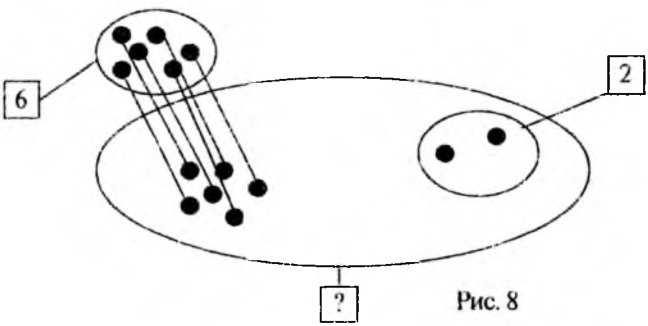


Рис. 8

Задача 5 описывает в точности ту же ситуацию, что и задача 4. Ее сложность определяется исключительно синтаксической конструкцией. Необходимо заметить, что местоимение «их» заменяет словосочетание «солдатиков у Алима». В то же время сложность такого рода задач (в методике их принято называть задачами в косвенной форме) во многом провоцируется тем, что отношения «больше на...» и «меньше на...» рассматриваются зачастую как совершенно различные. Но если усвоено, что $a > b$ на c означает то же самое, что и $b < a$ на c, то трудности логического характера легко преодолеваются. Рассуждение «если у Алима на 2 солдатика меньше, чем у Саида, то у Саида на 2 солдатика больше, чем у Алима», позволяет идентифицировать ситуацию с той, которая описана в задаче 4.

Задача 6 отличается от всех предыдущих тем, что партии, подлежащие счету, не являются материальными предметами, но каждая — это протекающий во времени процесс. Количество таких следующих друг за другом процессов можно представить в виде нумерующей их последовательности. Тогда вспомогательная модель может быть такой, как на рис. 9, где наглядно представлен еще один аспект действия сложения.

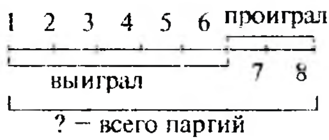


Рис. 9

Наиболее сложной является логическая структура задачи 7. Необходимое для поиска решения рассуждение весьма непросто, так как требует осознания того, что если яблок осталось меньше, чем было первоначально, то взяли столько, сколько добавили, и еще столько, на сколько яблок стало меньше. Причем не имеет значения, сколько яблок было первоначально, но в то же время существенно, что их должно быть, по крайней мере, не меньше того, на сколько уменьшилось их количество в сравнении с первоначальным количеством.

Ситуация, описываемая данным текстом, не является стационарной, что и определяет основную трудность задачи. Здесь некоторое количество изменяется дважды, сначала в сторону увеличения, затем в сторону уменьшения, а требуется найти результат второго изменения, если известно первое и результат обоих. Графическая модель (рис. 10) помогает «увидеть» решение, но действительное положение дел несколько упрощает, так как предполагает, что взяли именно те яблоки, которые добавили, что вовсе необязательно.

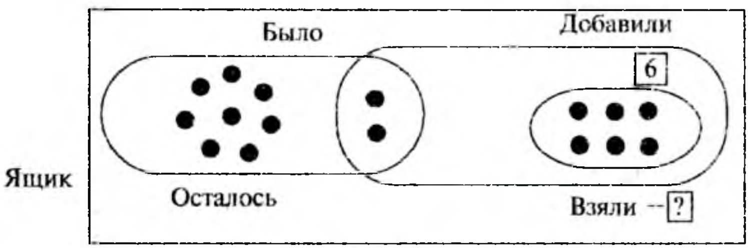


Рис. 10

Приведем еще один пример задачи, арифметическое решение которой исключительно простое, но логическая структура которой, как правило, вызывает у школьников затруднения.

Задача 8. Масса кирпича равна 1 кг и еще половине кирпича. Какова масса кирпича в кг?

Если данные в тексте величины изобразить наглядной схемой (рис. 11), то решение 1 + 1 усматривается непосредственно.

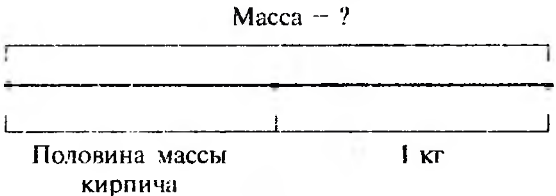


Рис.11

Задача 9. На двух полках было на 6 книг больше, чем на первой полке. Сколько книг на второй полке? При решении этой задачи многие говорят, что не хватает данных. Однако, если представить ситуацию, то ответ можно дать, не решая. На второй полке было 6 книг, независимо от того, сколько их было на первой полке.

Рассмотренные примеры убеждают, что решению простых задач надо уделить особое внимание.

В современной методике простые задачи делятся на три вида:

1. Задачи на раскрытие конкретного смысла арифметических действий;
2. Задачи на связь между компонентами и результатом действий;
3. Задачи о понятии разностного и кратного отношений.

Задачи на раскрытие конкретного смысла сложения и вычитания (на нахождение суммы и остатка) вводятся одновременно, так как одновременно вводятся действия сложения и вычитания.

Работа над простыми задачами ведется на протяжении всех 4 лет обучения. К концу первого класса должно быть сформировано умение решать задачи на сложение и вычитание, а к концу второго класса – на умножение и деление.

Современная методика не ориентирует учащихся на заучивание и узнавание видов задач. Цель решения простых задач – формирование определенных понятий, владение которыми необходимо для сознательного и целенаправленного решения задач, и отработки навыков, входящих в деятельность по решению задач.

Первыми и наиболее важными умениями являются умения учащихся читать задачу, понимать значение слов в ней, выделять главные, опорные слова, которые связаны с действием соответствующему сюжету, выделять условие и вопрос задачи, известные и неизвестные величины, выделять слова – признаки действия, т.е. проводить анализ текста задачи, в процессе которого определяется арифметическое действие для решения задачи.

Задачи, решаемые в 1-м классе.

Первоклассник мыслит образами, а решение задачи заставляет его мыслить абстрактно.

Большую помощь выработке умения решать задачи на начальном этапе оказывает моделирование, т.е. представление сюжета задачи в виде рисунков, схем, моделей, предметов (кружки, квадраты), о которых говорится в задаче.

Рассмотрим подробнее применение предметной интерпретации.

Задача 1. В аквариуме плавает 5 красных рыбок и 3 желтых. Сколько рыбок в аквариуме? На какие фигурки похожи рыбки? (На треугольники.)

Положите слева столько красных треугольников, сколько красных рыбок в аквариуме. Каждый треугольник означает одну рыбку. Теперь положите справа столько желтых треугольников, сколько желтых рыбок в аквариуме.

Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько всего рыбок? (Соединить треугольники).

Как называется действие, в котором соединяем множества? (Сложение).

Используя числа, данные в задаче, как сказать: сколько всего рыбок в аквариуме? (5 и 3.) Запишем решение: $5 + 3 = 8$. Ответ: 8 рыбок.

Задача 2. Около школы растет 9 деревьев: тополя и чинары. Тополей 5. Сколько чинар растет около школы?

Деревья зеленые. Будем обозначать каждое дерево зеленым кружком.

Почему я поставила перед вами 9 зеленых кружков? Так как тополей 5, надо отодвинуть 5 кружков. Что означают оставшиеся кружки? Как сказать о чинарах, используя числа задачи? (Чинар 9 без 5, т.е. чинар $9 - 5$). Решение: $9 - 5 = 4$. Ответ: 4 чинары.

Из приведенных рассуждений видно, что, решая задачи, дети должны уметь:

1) обозначать фигурой каждый предмет, о котором говорится в задаче, знать ответ на вопрос: что означает каждая фигурка?

2) выразить зависимость искомого числа от известных в задаче чисел, используя слова «и» или «без».

3) записать решение в виде равенства.

4) найти результат и записать ответ.

Подготовку к выработке этих навыков можно начинать с первых уроков.

I. Подготовительный этап.

Надо учить детей обозначать каждый предмет фигурой (кружком, квадратом, палочкой и т.п.).

Для этого на 2–3 уроках проводим упражнения.

1) Давайте поиграем. Я называю предмет, а вы в ряд кладете палочки. Приготовились. Я называю птиц: сорока, ворона, ласточка, воробей, горлица. Сколько палочек вы положили? Что означает каждая палочка? Сколько птиц я назвала?

Дети должны понять, что птиц столько же, сколько и палочек, т.е. 5.

2) Тот, кого я назову, выходит к доске, остальные кладут на парты квадраты. Приготовились. Сережа, Алим, Севара, Женя, Коля, Маша. Сколько

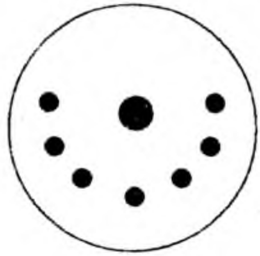
квадратов на парте? (6) Сколько детей у доски? (6) Теперь пусть Сережа и Алим сядут. Сколько квадратов нужно убрать? (2) Сосчитайте остальные квадраты. Сколько их осталось? (4) Сколько детей у доски? (4) Проверьте, пересчитав ребят у доски.

3) У меня волшебный мешочек. В нем игрушки. Я показываю вам игрушку, а вы кладете красный кружок. Учитель достает игрушки по одной и складывает их в коробку, так что дети не видят общее количество игрушек. Итак: юла, машина, кукла, заяц, мяч. Сколько игрушек? Как вы догадались? Давайте проверим.

Этап II.

1) Учим выражать зависимость с помощью слов «и» или «без».

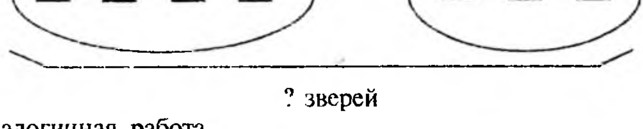
Послушайте рассказ. «В избушке мама коза учит своих семерых козлят, как надо вести себя на улице». Изобразим этот рассказ с помощью кружков. Возьмите конверты, в них большие и маленькие кружки. Какой кружок возьмем, чтобы обозначить маму козу? Что будет обозначать маленький кружок? Как расположим кружки? (Мама в центре, дети перед ней). Называя числа, данные в рассказе, скажите, сколько всего коз в избушке? (1 и 7).



2) Сегодня мы будем рисовать наши рассказы с помощью цветных карандашей. Приготовьте желтый и коричневый карандаши.

«На арене цирка выступали 4 тигра и 3 льва. Сколько зверей выступало на арене цирка?» Пусть желтый треугольник – тигр. Сколько тигров на арене? Сколько желтых треугольников нарисуем? Нарисуйте в строчку, пропуская одну клеточку между треугольниками. Сколько нарисовали желтых треугольников? Возьмем коричневый карандаш, львы коричневые. В цирке выступали 3 льва. Надо ли рисовать еще 3 треугольника? Может быть, надо 3 зачеркнуть из 4 желтых треугольников? (Нет, желтые – это тигры, надо нарисовать 3 коричневых льва).

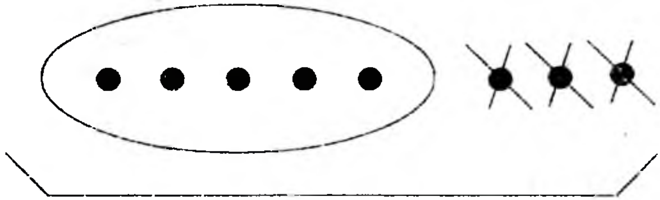
Покажите всех тигров. Сколько их? Покажите львов. Сколько их? Покажите всех зверей. Называя числа, скажите, сколько зверей в цирке. (4 и 3). Дайте ответ. Как узнать? Сосчитать. Запишем под рисунком.



? зверей

3) Аналогичная работа.

«В пруду плавают 8 лебедей. Вскоре 3 лебедя взмахнули крыльями и улетели. Сколько лебедей осталось?»



8 лебедей

Этап III – основной.

Цель этого этапа – выработать умение записывать решение задачи в виде равенства. Рассмотрим работу по каждому виду задач, решаемых в первом классе.

Задачи на нахождение суммы двух чисел.

«У Азизы 3 желтых воздушных шарика, у Саиды 2 синих шарика. Сколько всего шариков у девочек?»

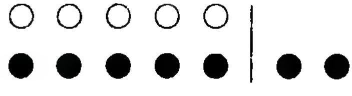
Рассуждение ученика: «Возьму желтый карандаш и нарисую три кружочка. Каждый желтый кружочек – это желтый шарик. Возьму синий карандаш и нарисую 2 синих кружка. Каждый синий кружок – это синий шарик. Надо узнать, сколько всего шариков, обведу все кружки и поставлю вопрос. Я их соединила. Значит, шариков 3 и 2. Объединила – сложила. Пишу: 3+2= 5 Ответ: 5 шариков у девочек».

Задачи на нахождение остатка.

«В гараже стояли 7 машин. Вскоре 3 машины уехали. Сколько осталось?»

Рассуждение ученика: «Возьму красный карандаш и нарисую 7 квадратов. Каждый квадрат – машина. Еще 3 квадрата рисовать не надо, так как 3 машины стояли в гараже, и мы их уже нарисовали. Потом они уехали. Возьму зеленый карандаш и зачеркну 3 квадрата. Осталось машин 7 без 3, или 7 – 3 = 4. Ответ: 4 машины». Задачи на увеличение числа на несколько единиц.

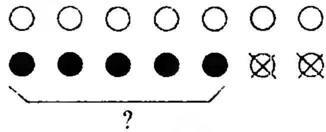
«У Манзуры 5 кукол, а у Иры на 2 куклы больше. Сколько кукол у Иры?» Удобно ли для рисунка изобразить все кружочки в строчку? (Неудобно, т.к. неизвестно, сколько кукол у Иры). Поэтому будем рисовать парами в две строчки. Нарисуем в верхней строчке 5 красных кружков, каждый красный кружок кукла, которая у Манзуры. У Иры на 2 куклы больше, это значит, у Иры столько же, сколько у Манзуры и еще 2. Поэтому во второй строке нарисуем 5 синих кружков и еще 2. Каждый синий кружок кукла Иры. Значит, у Иры 5 да еще 2 куклы, т.е. 5 + 2. Решение: 5 + 2 = 7. Ответ: 7 кукол у Иры.



Задачи на уменьшение числа на несколько единиц.

«У Гафура 7 наклеек, а у Ромы на 2 наклейки меньше. Сколько наклеек у Ромы?» Вновь выяснится, что круги лучше рисовать парами в две строчки.

Пусть наклейки Гафура зеленые. Нарисуем 7 кругов. Каждый зеленый круг – наклейка, которая у Гафура. Количество наклеек у Ромы неизвестно, но мы знаем их столько же, сколько у Гафура, но без двух. Чтобы их нарисовать в нижней строке нарисуем 7 красных кругов и два уберем (зачеркнем). У Ромы наклеек 7 без 2, значит, 7 – 2 = 5. Ответ: 5 наклеек у Ромы.



Задачи на разностное сравнение двух чисел.

«На верхней полке 8 книг, а на нижней полке 5 книг. На сколько книг на верхней полке больше, чем на нижней?» Нарисуем в верхней строке 8 зеленых квадратов. Каждый квадрат – книга на верхней полке. Возьмем коричневый карандаш и нарисуем в нижней строке под квадратами верхней строки 5 коричневых квадратов. Каждый коричневый квадрат – книга на нижней полке. Отделю черточкой в верхней строке столько квадратов, сколько книг в нижней строке. Тогда квадратов, оставшихся без пар, 8 без 5, т.е. 8 – 5 = 3. Ответ: на 3 книги.

Задачи на нахождение неизвестного слагаемого.

К этому виду относится несколько задач, отличающихся своими формулировками.

«В аквариуме 10 рыбок. Из них 4 меченосца, остальные гуппи. Сколько гуппи в аквариуме?»

«В мастерской сшили 8 женских платьев и несколько детских. Всего сшили 10 платьев. Сколько детских платьев сшили в мастерской?»

«У Камилы несколько тетрадей. Когда ей купили еще 3 тетради, у нее стало 9 тетрадей. Сколько тетрадей было у Камилы?»

«На тарелке лежало несколько яблок. На столе лежало еще 2 яблока. Всего было 9 яблок. Сколько яблок на тарелке?»

Все эти задачи решаются одинаково. Решим последнюю. Нарисуем сколько всего яблок, т.е. нарисуем 9 кружков. Каждый кружок – яблоко, так всего яблок 9, значит и кружков 9. 2 яблока лежат отдельно, но рисовать их не будем, так как мы их уже нарисовали. Отметим черточкой каждый кружок, который обозначает яблоко и которое лежит отдельно. На тарелке лежит 9 яблок без 2, т.е. 9 – 2 = 7. Ответ: 7 яблок на тарелке.

Задачи на нахождение неизвестного уменьшаемого.

1. После того, как съели 2 дыни, в ящике осталось еще 4 дыни. Сколько дынь было в ящике?

2. На уборке урожая работало несколько бригад. После обеда домой ушли 2 бригады, осталось 5 бригад. Сколько бригад работало?

Сначала нарисуем тех, кто остался – 5 квадратов, и добавим тех, кто ушли. Значит, всего работало 5 и 2 бригады, т.е. 5 + 2 = 7 бригад работали.

Задачи на нахождение неизвестного вычитаемого.

1. В доме 6 окон. Когда несколько окон помыли, осталось вымыть 2 окна. Сколько окон помыли?

2. У портнихи 10 пуговиц. Несколько пуговиц она пришила. Ей осталось пришить 2 пуговицы. Сколько пуговиц пришила портниха.

Нарисуем зеленым карандашом 10 кружков. Каждый кружок означает пуговицу, которая у портнихи. Портниха пришила несколько пуговиц. Покажем те, что остались, и те, что пришили. Значит, пришили 10 без 2, т.е. $10 - 2 = 8$.

Описанная работа хорошо усваивается ребятами. Понимание того, что означает каждая фигура в каждом случае, способствует осознанному пониманию рисунка. Разъяснения, которые дают учащиеся, развивают их речь.

Однако использование таких рисунков хорошо на начальном этапе, пока числа задач небольшие. Полная «прозрачность» рисунка не побуждает учащихся к выбору действия. Часто учащиеся находят ответ пересчетом.

Различные рисунки не позволяют ученику отвлечься от несущественных признаков и увидеть то существенное, общее, объединяющее задачи с разными сюжетами. Поэтому с увеличением числовых характеристик нужна новая наглядность.

Использование чертежа при решении задач.

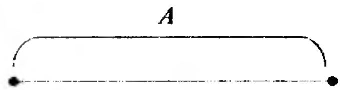
Современная методика предлагает схематический чертеж.

После усвоения понятий «точка, прямая, отрезок, длина отрезка», учитель ориентирует учащихся на понятия целое и часть.

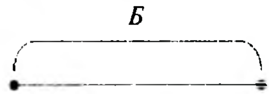
На первом этапе необходимо сформировать у детей понимание терминов «целое» и «часть». Для этого полезно показать, что разные предметы обладают многими свойствами (цвет, длина, площадь, масса, назначение, принадлежность...), что предметы можно сравнивать. При этом по одним свойствам предметы могут оказаться одинаковыми, по другим — различными. Например, две ручки по длине и назначению одинаковы, а по цвету и массе различны. Некоторые свойства предметов, если они оказались различными, можно сделать одинаковыми. Например, если в первом стакане жидкости больше, чем во втором, то из первого можно вылить лишнюю часть или во второй стакан долить недостающую часть жидкости. В данном случае учитель сам выполняет действия, а ученики объясняют, что и как нужно делать. Далее аналогичные действия выполняет каждый ребенок с полосками бумаги.

Обычно главное содержание предметных действий осмысливается в общих терминах и формулируется в общем виде. После этого ученик может действовать не с самими предметами, а с их моделями (в нашем случае это схематический чертеж).

На данном этапе полезно отказаться от числовой записи данных, так как при этом выделяется общность выполняемых действий, нет возможности выполнения вычислений, следовательно, ученик не может угадать ответ и вынужден объяснить для себя выбор действий. Итак, емкость жидкости в первом стакане обозначим буквой A; изобразим:

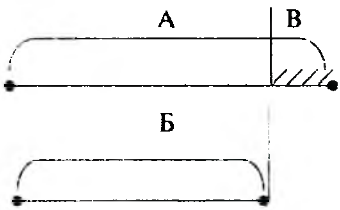


Емкость жидкости во втором стакане обозначим буквой *Б*.

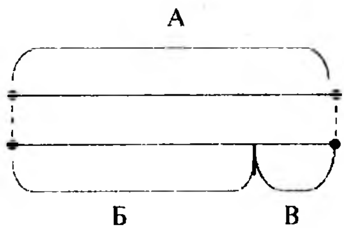


Известно, что во втором стакане жидкости меньше. Для удобства сравнения пометим отрезки один под другим так, чтобы левые их концы находились на одном уровне:

покажем на схеме ту часть жидкости, которую нужно отлить, чтобы получить емкость, равную *Б*. Обозначим ее *В*.



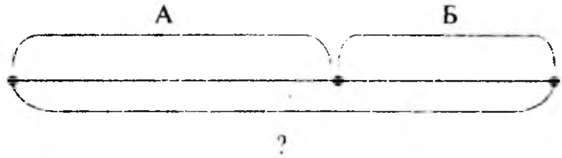
Отметим, что величина *А* состоит из двух частей: части, равной величине *Б*, и части *В*, которую мы отливаем. Таким образом, целое – величина *А* – состоит из двух частей: *Б* и *В*. Однако, чтобы величины сделать равными, мы можем поступить по-другому. Будем доливать во второй стакан недостающую жидкость, пока емкости не сравняются. Изобразим на схеме эти действия:



Части *Б* и *В* вместе образуют величину *А*. Далее выполняем действия с различными предметами и каждый раз чертим соответствующую нашим действиям схему.

Следующий этап – установление связи между нахождением целого (части) и выполнением арифметического действия.

1. Дана схема:



Проводится беседа:

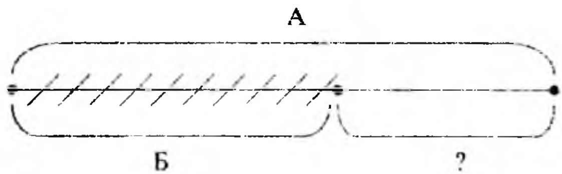
– Что неизвестно? (Целое).

– Из каких частей состоит целое? (Из A и $Б$).

– Как получить целое? (Соединить части A и $Б$).

– В математике говорят «сложить» и записывают так: $A + Б$.

2. Аналогичная работа проводится для нахождения части:



После неоднократного выполнения подобных заданий дети смогут самостоятельно сформулировать выводы:

Чтобы найти целое по известным частям, нужно сложить эти части.

Чтобы найти неизвестную часть по известному целому и другой части, надо из целого вычесть известную часть.

Овладение описанной выше деятельностью позволит детям быть более активными участниками учебного процесса, самостоятельно справляться с решением целого ряда простых задач.

Работа над конкретной задачей может строиться по плану:

1. Чтение текста.

2. Изображение схематического рисунка.

3. После этого, опираясь на чертеж, проводится работа по тексту: Что известно в задаче? Покажите данные и искомые величины на чертеже. Что нужно найти?

4. После записи решения можно еще раз повторить задачу: Что нашли? Как нашли?

Полезным является решение задач с недостающими или лишними данными.

1. Из ведра отлили 3 литра воды. Сколько воды было в ведре?

2. Миша прочитал всю книгу, в которой 16 страниц, за 2 дня. В первый день он прочитал 6 страниц, а во второй – 10 страниц. Сколько страниц в книге?

Взяв за основу классификации простых задач не их теоретическую основу, а смысл понятий целое и часть, можно разбить все простые задачи, решаемые в 1-ом классе, на 2 группы:

1) задачи, решение которых сводится к нахождению целого по известным частям;

2) задачи на нахождение неизвестной части по целому и другой части.

Задачи на умножение и деление.

При рассмотрении конкретного смысла умножения вводятся задачи на нахождение суммы одинаковых слагаемых.

Подготовительная работа.

В первом классе после ознакомления с двумя-тремя действиями предлагаются задания.

1. Положите по 2 палочки 3 раза. Сколько палочек положили?

2. Нарисуйте по 4 кружка 2 раза. Сколько кружков нарисовали?

3. Четырем кроликам дали по 3 морковки каждому. Сколько всего морковок дали кроликам?

В первом классе такие задания записываются сложением. Учитель обращает внимание детей, что все слагаемые одинаковые.

Во II классе после ознакомления с понятием умножение, учащиеся должны усвоить, что если при решении задачи все слагаемые одинаковы, то сложение можно заменить умножением.

Например, решается задача: «Для новогодней елки 4 девочки сделали по 3 фонарика каждая. Сколько фонариков повесят на елку?»

Рассуждение: «По три фонарика сделала каждая. Девочек было четверо. Значит, чтобы узнать, сколько всего фонариков, надо $3 + 3 + 3 + 3$, но в сумме все слагаемые одинаковые. Заменю сложение умножением: 3×4; $3 \times 4 = 12$. Ответ: 12 фонариков».

Почему число 3 записали на 1-ом месте? Что показывает число 4?

Надо дальше пользоваться двойной записью решения, чтобы дети усвоили смысл каждого компонента.

С этой целью даем задание. «Мама разложила яблоки на 5 тарелок по 4 яблока на каждую. Сколько всего яблок будет на праздничном столе?»

Некоторые дети решили задачу так: $5 \times 4 = 20$, а другие так: $4 \times 5 = 20$. Так как ответ получен одинаковый, то оба решения верны. Согласны ли вы с этим? Найдем ответ, сделав рисунок к каждому решению.

$5 \times 4 = 20$ $\qquad\qquad$ $4 \times 5 = 20$

Какую задачу решали мы? Значит, правильное решение $4 \times 5 = 20$.

При записи решений на умножение очень важно помнить: на первом месте пишем число, которое складывают, на втором — сколько раз складывают.

Особое место занимают на этом этапе решение простых задач с величинами, связанными прямой и обратной пропорцией (цена, количество, стоимость; скорость, время, расстояние).

Задачи на деление.

Деление – это разбиение множества на равномощные подмножества.

Раскрытие двух видов деления: деление на равные части и деление по содержанию может быть введено одновременно, решением двух задач с одинаковым содержанием, если с ребятами проводилась практическая работа по разложению предметов по-разному.

Подготовительные упражнения.

1. Возьмите 15 палочек. Разложите их по 5 палочек. Сколько частей получилось? Почему можно утверждать, что мы разложили их поровну? Как записать наши действия. 15 палочек: 5 палочек = 3 (части).

Аналогично раскладывая (или рисуя) морковки, яблоки и т.д., учитель подчеркивает, что раскладывали общее количество на равные части.

2. Возьмите 15 палочек и разложите их на 5 частей, так чтобы в каждой части было поровну. Сколько палочек в каждой части?

Как будем раскладывать палочки?

Положим по одной палочке 5 раз, так как нам надо сделать 5 частей.

Будем добавлять к каждой части по одной палочке, пока не разложим все палочки. Убедимся, что разложили палочки поровну. Пересчитаем их. Запишем наши действия.

15 : 5 = 3 (пал.)

Затем на доске выставляются условия двух задач.

12 морковок связали в пучки по 3 морковки в каждом пучке. Сколько получилось пучков?

12 морковок разложили в три пучка поровну. Сколько морковок в каждом пучке?

Закреплением решения задач данного вида является проверка, которую нужно долго проводить, пересчитывая предметы в ответе. Перемешивая решения задач по содержанию и на равные части, дети сначала на оперативном, а потом на логическом уровне усваивают различие в операциях и общность в выражениях, приходят к выводу, что деление в математике одно, а смысл ответа зависит от содержания задачи.

Задачи на увеличение числа в несколько раз.

В этих задачах, опираясь на конкретный смысл умножения, раскрывается смысл понятия «больше в ...».

Подготовительная работа заключается в выполнении практических упражнений с предметами:

1) Положите слева 3 треугольника, а справа 2 раза по 3 треугольника.

В таком случае говорят: «Справа треугольников в два раза больше, чем слева, потому что справа 2 раза по 3 треугольника, слева в 2 раза меньше треугольников, чем справа – там один раз по 3 треугольника».

2) Положите слева 2 квадрата, а справа 4 раза по 2 квадрата. Что можно сказать о квадратах справа, слева?

3) Положите справа 3 кружка, а слева в 4 раза больше. Как это сделать?

4) Положите в один ряд 5 квадратов, а под ним в 2 раза больше. Как это

сделать? (Положить по 5 квадратов 2 раза.) Сколько всего квадратов во втором ряду (10). Как это узнать? ($5 + 5 = 10$ или $5 \times 2 = 10$).

Затем решаем задачу.

«На тарелке 4 сливы, а в кастрюле в 3 раза больше. Сколько слив в кастрюле?». Выясняется, что значит «в 3 раза больше», затем задача иллюстрируется и выполняется решение. Дети рассуждают так:

«В кастрюле в 3 раза больше, чем на тарелке, значит, их было 3 раза по 4, надо 4 умножить на 3». Многократно решая такие задачи, учащиеся запоминают, что увеличение числа в несколько раз находят умножением.

Задачи на уменьшение числа в несколько раз.

Решая задачи на увеличение числа в несколько раз, следует постоянно подчеркивать, что если первое число больше второго в несколько раз, то второе меньше первого во столько же раз.

Ознакомление с решением данных задач можно провести так.

Положите в ряд 8 квадратов. В другой ряд надо положить в 4 раза меньше квадратов. Если во втором ряду будет квадратов в 4 раза меньше, то, что можно сказать о квадратах в первом ряду? (Их будет в 4 раза больше; значит, в первом ряду 4 раза по 2 квадрата, т.е. 4 раза по стольку, сколько должно быть во втором ряду). Как узнать, сколько же квадратов во втором ряду? (Надо 8 разделить на 4, получится 2).

Сделайте это практически.

Выполнив подобные задания несколько раз, дети усваивают правило, чтобы получить в 4 раза меньше, надо данное число разделить на 4. Далее надо решать задачи на уменьшение числа в несколько раз, чередуя их с задачами на уменьшение числа на несколько единиц.

Задачи на кратное сравнение.

Цель решения этих задач подвести детей к выводу: чтобы узнать во сколько раз одно число больше или меньше другого, надо большее число разделить на меньшее.

Подготовительными упражнениями являются решение задач, повторяющих конкретный смысл деления по содержанию.

«На уроке труда девочки сделали 20 игрушек. Каждая девочка сделала 5 игрушек. Сколько девочек делали игрушки?»

«Из 12 метров материи сшили платья. На каждое платье пошло 3 м. Сколько платьев сшили из всей материи?»

Как по-другому поставить вопрос к задаче? (Сколько раз в 12 м содержится по 3 м?).

Практическая работа.

1. У ребят по 2 полоски разной длины: красная и зеленая. Узнаем, во сколько раз красная полоска длиннее зеленой полоски. Поверните красную полоску белой стороной, наложите на нее зеленую полоску, сделайте отметку. Приложите к отметке зеленую полоску еще раз и продолжите работу. Выясните, сколько раз зеленая полоска содержится в красной полоске. Измерьте длину зеленой полоски (4 см). Как узнать, сколько раз зеленая по-

лоска содержится в красной полоске. (20 см : 4 см = 5 раз). Значит, чтобы узнать во сколько раз одна длина больше другой, надо большую длину разделить на меньшую длину.

2. У нас два пучка карандашей: 20 цветных и 4 простых. Как узнать во сколько раз цветных карандашей больше, чем простых? (Надо узнать, сколько раз по 4 карандаша содержится в 20 карандашах). Как это сделать? (Надо 20 : 4, получится 5. В 5 раз цветных карандашей больше, чем простых). Делается вывод. При дальнейшем решении задач дети опираются на этот вывод. Решая задачи с одинаковыми условиями, но разными вопросами, сравниваются задачи на разностное и кратное сравнение.

Решение задач, отношения в которых заданы в косвенной форме.

Решение этих задач основано на хорошем знании двоякого смысла разности и двоякого смысла отношения и умения решать задачи этих видов в прямой форме.

Подготовительными упражнениями к уяснению косвенного смысла отношения является игра «Скажи наоборот».

Я даю предложения, а вы скажите его, но начиная с конца. Например: «Тополь выше березы» – «Береза (ниже) тополя»,

«Книга толще дневника» – «Дневник...»,

«Кружков на доске больше, чем квадратов» – «Квадратов...»,

«У Саиды на 3 тетради больше, чем у Камолы» – «У Камолы на 3 тетради меньше, чем у Саиды».

«Я расставила кружочки в два ряда, так, что в первом ряду на 3 кружка больше, чем во втором. Значит, кружочки расставлены так, что во втором ряду на 3 кружка меньше и т.п.»

Далее на доске учитель предлагает ребятам послушать две задачи:

«В первом доме 8 окон, а во втором доме на 2 окна больше. Сколько окон во втором доме».

«В первом доме 8 окон, это на 2 окна больше, чем во втором. Сколько окон во втором доме?» Сравним задачи. Найдем отличие, сделав краткую запись к каждой.

I. 1 дом – 8 окон	II. 1 дом – 8 окон, на 2 больше
2 дом – ?, на 2 больше.	2 дом – ?

Сравнивая записи условий, обращаем внимание на особенность второй задачи, в которой все данные относятся к первому дому, а вопрос относится ко второму.

Решение задач на установление связи между компонентами и результатам действия.

К таким задачам относятся задачи на нахождение неизвестного делимого $x : a = b$ и делителя $a : x = b$.

Операция деления и умножения взаимообратные, поэтому и изучать их целесообразно во взаимосвязи. Необходимо обеспечить полную осознанность в изучении этих вопросов теории.

Изучение операций умножения и деления во взаимосвязи обеспечивает качественное усвоение учащимися обеих операций. На практике это может достигаться разными способами.

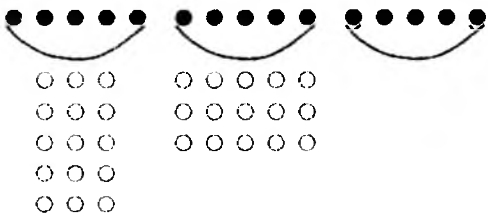
Параллельно с изучением темы «Табличное умножение» (во 2 классе) на уроке учащиеся выполняют различные упражнения на деление:

1. Составьте пример на умножение и два примера на деление (по рисунку)

$2 \times 3 = 6$
$6 : 3 = 2$
$6 : 2 = 3$

2. Решите и объясните, как можно получить второй и третий примеры из первого; сделайте рисунок.

$5 \times 3 =$
$15 : 3 =$
$15 : 5 =$



3. Используя числа 2, 7, 14 составить пример на умножение и два примера на деление.

В подготовительном периоде задачи данного вида предлагаются сначала только с числами:

1. Какое число надо разделить на 4, чтобы получить 5?

2. Я задумала число, разделила на 6 и в ответе получила 4. Найдите, какое число я задумала?

3. На какое число надо разделить 30, чтобы получилось 6?

Главным в подготовке и обучении учащихся решению задач данного вида являются предметные иллюстрации, отражающие взаимосвязанность операций умножения и деления.

На подготовительной ступени надо научить детей путем оперирования конкретными предметами (множествами), находить ответ на вопрос задачи, иначе говоря, решать задачи того или иного вида практически, без выполнения соответствующего арифметического действия.

1. Положите по 3 кружка 5 раз.

Сколько всего кружков положили? (15)

2. Разложите 15 кружков в 3 ряда поровну.

Сколько кружков получилось в каждом ряду? (по 5)

Подготовкой к введению задач на нахождение неизвестного делимого и делителя служит знание конкретного смысла действий «деления» и умение решать простые задачи на нахождение частного.

1. а) 6 конфет раздали 3 детям поровну. По сколько конфет получил каждый ребенок?

б) 6 конфет раздали ученикам по 3 конфеты каждому. Сколько учеников получили конфеты?

2. а) 10 яблок раздали двум девочкам поровну. По сколько яблок получила каждая девочка?

б) 10 яблок раздали девочкам по 2 яблока каждой. Сколько девочек получили яблоки?

Работу над новым материалом можно начать с выполнения следующих заданий. Сначала ученики составляют и решают задачи известного им типа, которые раскрывают смысл операции деления.

Учащимся демонстрируется трехместный предикат, записанный на доске или выставленный на наборном полотне:

$$\boxed{} : \boxed{} = \boxed{}$$

Составляются текстовые задачи. Сначала выбирается сюжет задачи. Затем в предикат подставляются значения компонентов, соответствующие сюжету, и, наконец, формулируется условие и требование задачи. Например, предлагается составить задачу о коробках с карандашами.

Задача: Для урока рисования приготовили 12 карандашей (выставляется числовая карточка в первый квадратик «окошечко» предиката). Все эти карандаши разложили в 4 коробки (выставляется числовая карточка во второе «окошечко» предиката). По сколько карандашей получилось в каждой коробке? (Выставляется числовая карточка в третье «окошко»).

$$\boxed{12} : \boxed{4} = \boxed{3}$$

Конечно, учащиеся в состоянии решить эту задачу, не обращаясь к наглядности. Однако в интересах дальнейшей работы целесообразно проиллюстрировать ее решение.

Аналогично можно составить и решить несколько задач. Здесь учитель может дать опорные слова: «посадили деревья», «в каждом ряду», «всего рядов».

На следующем этапе создается проблемная ситуация: учитель заполняет «окошки» предиката необычным пока для детей образом.

$$\boxed{} : \boxed{3} = \boxed{5}$$

Спрашивается, можно ли составить задачу по этому равенству (или уравнению)? После обсуждения этой проблемы составляется, например, такая задача:

Задача: Несколько конфет раздали 3 детям. Каждый ребенок получил по 5 конфет. Сколько конфет раздали?

Здесь важно обратить внимание на очень важный момент — истолкование смысла пустого «окошечка».

– Почему это «окошечко» пустое? (Неизвестно, сколько конфет раздали. Неизвестно то число, которое делили – «делимое»).

С помощью наборного полотна демонстрируется процесс до математического решения задачи нового типа, т.е. выполняется под руководством учителя практическая работа с иллюстрированным материалом.

– Сколько детей получили конфеты? (3). Значит, на наборном полотне нам придется заполнить 3 кармашка.

– По сколько конфет получил каждый ребенок? (по 5). Значит, по сколько кружков мы положим в каждый кармашек? (по 5).

Выполняется практическое упражнение с комментированием:

«Беру 5 кружочков, кладу в 1-й кармашек. Беру еще 5 кружочков, кладу во 2-й кармашек. Беру еще 5 кружочков, кладу в 3-й кармашек».

– Сколько раз по 5 кружков мы брали? (3 раза).

– Что значит «по 5 взять 3 раза»? (Это значит 5×3).

Правильно, чтобы посчитать, сколько всего кружочков мы выложили в кармашки, нужно 5 умножить на 3. Сколько всего кружочков мы взяли? (15). Значит, сколько всего конфет раздали детям? (15).

Далее процесс описывается математически: $5 \times 3 = 15$ (к.)

Аналогично составляется и решается задача на нахождение неизвестного делителя:

$$\boxed{15} : \boxed{} = \boxed{5}$$

Задача: «Всего было 15 яблок. Их разложили на тарелки. На каждой тарелке получилось по 5 яблок. Сколько было тарелок с яблоками?»

В соответствии с условием задачи учащиеся отсчитывают 15 кружков и раскладывают их группами по 5 в кармашки наборного полотна. Такая операция выполнялась при решении задач, раскрывающих смысл деления по содержанию. Поэтому математическое решение записывается частным 15 : 5.

По этому уравнению целесообразно составить и другую задачу: «Всего было 15 цветов. Их расставили в вазы поровну. Получилось 5 ваз с цветами. По сколько цветов в каждой вазе?».

Выполняется практическая работа, сопровождаемая, например, таким комментированием:

– «Известно, что всего было 15 цветов. Отсчитаем 15 кружков».

– Цветы расставили в вазы поровну, поэтому раскладываю кружки поодному в каждый кармашек, пока они не закончатся.

– Таким образом, 15 кружков мы разделили на 5 равных частей. А что значит, 15 разделить на 5 равных частей? (15 : 5) Запишем: 15 : 5 = 3 (цветка.)

Значит, по сколько цветков расставили в каждую вазу? (по 3).

Далее, решая такие задачи, ученики каждый раз объясняют выбор арифметического действия сначала вслух, а потом про себя.

Например: «Тетрадей было 20, получили их 5 учеников. Значит, чтобы узнать, по сколько тетрадей они получили, нужно 20 : 5 = 4 (т.). Итак, каждый ученик получил по 4 тетради».

Наряду с заданиями, упражнениями целесообразно использовать задачи-вопросы.

Сходство их с задачами состоит в том, что в них, как и в задачах, даются в словесной форме те или иные зависимости, отношения, связи, которые могут быть переведены на язык математики.

Различие в том, что для ответа на поставленный вопрос не требуется выполнять какое-либо арифметическое действие над числами, а нужно лишь применить знания некоторых математических фактов, закономерностей.

1. «Если известно, сколько яблок делили, сколько человек получили яблоки, то каким действием можно узнать, по сколько яблок они получили?» Для ответа достаточно понять, что в задаче речь идет о делении.

2. «Несколько карандашей разложили в 2 коробки поровну. В первой коробке – 6 карандашей. Сколько карандашей в другой коробке?»

3. «Как с помощью деления разложить 12 яблок поровну в 3 вазы?»

Как показывает практика, учащиеся допускают в решении задач данного вида часто характерные ошибки.

Учащиеся находят неизвестный компонент не путем выбора нужного арифметического действия, а просто подбирают его из таблицы умножения.

$$\boxed{} \quad : \quad \boxed{5} \quad = \quad \boxed{7}$$

или

$$\boxed{24} \quad : \quad \boxed{} \quad = \quad \boxed{3}$$

нужно: $5 \times 7 = 35$ верно: $24 : 3 = 8$
решают: $35 : 5 = 7$ неверно: $24 : 8 = 3$.

Поэтому важным моментом является установление связи между действиями, а также взаимосвязи между компонентами и результатами действий.

После того, как учащиеся научатся хорошо решать задачи данным способом, констатируется, что записать решение можно иначе. Эта запись называется уравнением. Формулируется правило его решения. Запись задачи в виде уравнения является одним из трудных моментов. Поэтому вначале при составлении уравнения широко используются наглядности: рисунки, схемы, чертежи.

Рассмотрим способ решения задачи данного вида уравнением.

Задача: Дети принесли в класс цветы и расставили их в 3 вазы. В каждую вазу поставили по 7 цветов. Сколько всего цветов принесли дети?

После чтения и разбора задачи учитель задает детям следующие вопросы:

– Что в задаче известно? Что неизвестно?

(Неизвестно, сколько цветов дети принесли).

– Неизвестную величину обозначим x, составим уравнение $x : 3 = 7$.

К этому времени дети должны знать правило нахождения неизвестной компоненты. На основе знания решения уравнения решается задача.

Примеры задач на нахождение неизвестного делимого и делителя.

I. Бабушка испекла пирожки и раздала их 4 внукам поровну. Каждый внук получил по 3 пирожка. Сколько пирожков испекла бабушка?

– Миша вырезал квадраты и разложил их по 6 квадратов в конверты. Ему понадобилось для этого 5 конвертов. Сколько он вырезал квадратов?

– Учительница разделила всех учеников в классе на 4 команды. В каждой команде было по 8 человек. Сколько учеников было в классе?

– Тетя Даша принесла 6 кроликам морковки. Каждому кролику она дала по 4 морковки. Сколько морковок принесла тетя Даша?

II. 9 литров сока разлили поровну в банки. Получилось 3 банки с соком. Сколько литров сока было в каждой банке?

– 18 карандашей раздали 3 ученикам поровну. По сколько карандашей получил каждый ученик?

– 15 вишен разложили на тарелочки поровну. На каждой тарелке оказалось по 5 вишен. Сколько было тарелок с вишнями?

– На книжные полки расставили поровну 36 книг. Всего заполнили 4 полки. По сколько книг расставили на каждую полку?

Решение задач на движение.

Задачи на движение, рассматриваемые в начальных классах, включают в себя описание процесса движения одного или двух тел.

Особенность этих задач состоит в том, что они построены на основе функциональной зависимости между величинами: скорость, время, расстояние. В процессе их решения эта зависимость должна быть осознана и прочно усвоена; она является основой решения составных задач данного вида.

Подготовительная работа предусматривает обобщение представлений детей о движении. Можно провести экскурсию с детьми по наблюдению за движением транспорта или имитировать различные движения на уроке физкультуры.

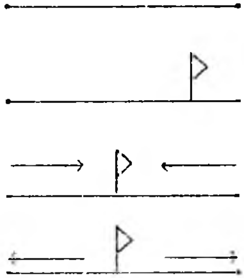
С учащимися разбираются следующие вопросы:

1. Какие бывают движущиеся тела? (Машина, трамвай, пешеход).

2. Как двигаются тела? (Одни быстро, другие медленно, могут остановиться, двигаться по прямой, по кривой линии). Например: велосипедист движется быстрее пешехода, но медленнее автомобиля.

3. Как могут двигаться два тела? (навстречу друг другу и встретиться или догоняя друг друга).

Затем вводится графическое изображение движения.



так изображается расстояние между двумя пунктами.

место встречи или место отправления двух тел.

стрелки направления движения.

Для закрепления даются обратные задачи: по данному чертежу изобразить движение или охарактеризовать словесно. В подготовительные упражнения включаются задания, разделяющие пространственные и временные представления.

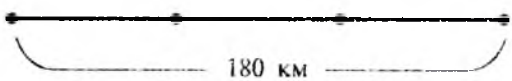
1. Мальчик прошел по дорожке прямо 7 м, свернув влево, прошел 4 м, и, повернув направо, прошел 3 м. Какова длина дорожки?

2. Девочке в киоске надо купить газету и хлеб в магазине. Расстояние от дома до киоска 100 м, а от киоска до магазина 50 м. Какое расстояние надо пройти девочке?

3. Саид был на тренировке 2 часа и 1 час ехал домой. Сколько времени потратил Саид?

Для подготовки понятия «скорость» следует задавать такие вопросы: «Кто быстрее преодолеет одно и то же расстояние – автомобилист или велосипедист? Велосипедист или пешеход? Как вы понимаете слова: «быстрее пройдет данное расстояние?» Чаще всего ответ учащихся связан со временем: «Пройдет за меньшее время». А почему он пройдет за меньшее время? (Потому что он движется быстрее и за 1 час пройдет большее расстояние.)

К подготовительным упражнениям отнесем задачи вида: «Поезд за 3 часа прошел 180 км пути, проходя за каждый час одинаковое расстояние. Какое расстояние проходит поезд за один час?» Что известно в задаче? (3 часа – это время движения.) 180 км – это расстояние или путь, пройденный поездом. Что нужно узнать? (Путь за 1 час.) Изобразим весь путь отрезком.



Почему весь путь разделен на три равные части? (Поезд двигался 3 часа и за каждый час проходил одинаковое расстояние.) Как узнать расстояние за 1 час?

(180 км : 3) Запись на доске: 180 : 3 = 60 (км/час)

Решив несколько подобных задач, учащиеся уясняют: чтобы узнать расстояние за 1 час; 1 сек; 1 мин; надо расстояние делить на время. Далее знакомим учащихся с величиной – скорость.

Фрагмент урока.

Надо решить, кто быстрее пробежал 30 м на уроке физкультуры, если Алина пробежала дистанцию за 15 сек, а Дамир за 10 сек? Объясните, как вы думаете?

Алина и Дамир пробежали одинаковое расстояние, но время затратили разное. Узнаем, сколько метров пробегал каждый из них за одну секунду.

30 : 10 = 3 (м/сек)　　　30 : 15 = 2 (м/сек)

Дамир пробежал больше метров за 1 секунду, а значит он бежал быстрее.

Правильно, значит быстроту движения удобно сравнивать, находя расстояние, пройденное телом за 1 сек. Эта величина называется скоростью. Говорят: «Скорость Дамира 3 м в сек, а скорость Алины 2 м в секунду».

1 метр в секунду – это мера скорости.

Ее записывают так: м/с. Есть и другие меры: км/час; м/мин.

Как найти скорость, если известны расстояние и время? Чтобы найти скорость нужно расстояние разделить на время.

$$\text{скорость} = \frac{\text{расстояние}}{\text{время}}$$

Черта означает действие деления.

Упражнения.

1. Объясните смысл предложения:

а) самолет летит со скоростью 900 км/час;

б) улитка ползет со скоростью 6 м/ч;

в) плот плывет по реке со скоростью 4 км/ч;

г) скорость пешехода 5 км/час.

2. Назовите скорость, с которой может идти пешеход, автобус, такси, электропоезд, лететь самолет.

3. Чему равна скорость движения:

а) меч-рыбы, если она за час проплывает 100 км;

б) пчелы, если она за каждую секунду пролетает 7 м;

в) верблюда, если он в каждый час проходит 20 км;

г) космического корабля, если он в каждую секунду пролетает 8 км;

д) велосипедиста, если в каждый час проезжает 18 км?

Для измерения скорости используют прибор, который называют спидометром (от английского слова speed – скорость).

Решите задачи:

1. За 6 ч., двигаясь без остановок, поезд прошел 498 км. Сколько километров проходил поезд в каждый час? Какова скорость поезда?

2. Один велосипедист за 2 ч проехал 24 км, а другой за то же время 26 км. Скорость какого велосипедиста больше? Что значит скорость больше?

3. За 1 час автомобиль прошел 60 км. Сколько километров он проходил в каждую минуту? Запишите скорость автомобиля, используя единицу скорости км/мин.

В течение следующих 3–4 уроков рассматриваются задачи на нахождение расстояния по известным скорости и времени и на нахождение времени по известным скоростям и расстоянии.

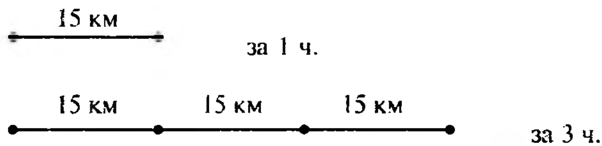
Для осознании зависимости между скоростью, временем и расстоянием целесообразно рассматривать сразу три взаимообратные задачи.

скорость	время	расстояние
?	4 ч	20 км
5 км/час	4 ч	?
5 км/час	?	20 км

Эффективным приемом является рассмотрение задач с недостающими данными: «Поезд прошел некоторое расстояние за 10 часов. Какова скорость поезда?»

Рассуждение ученика: «Для нахождения скорости надо знать расстояние и время движения. В задаче дано только время. Для решения задачи не хватает данных. Нужно еще расстояние». Для решения задач этого вида надо чаще использовать иллюстрации в виде чертежа, так как чертеж помогает правильно представить жизненную ситуацию, отраженную в задаче.

Например, при решении задачи: «Скорость велосипедиста 15 км/час. Какое расстояние пройдет он за 3 часа?» — учащиеся дают решение: 15 : 3. Введение чертежа помогает найти правильное решение.



Чертеж показывает, что надо по 15 км взять 3 раза: $15 \times 3 = 45$ (км).

В процессе решения задач дети должны усвоить три правила:

Как найти скорость?

Как найти расстояние?

Как найти время?

Формулы этих правил следует вводить постепенно. Сначала запомнить в словесной формулировке, затем добавляется буквенная символика и только потом — формулы. Например:

1) Расстояние = скорость × время.

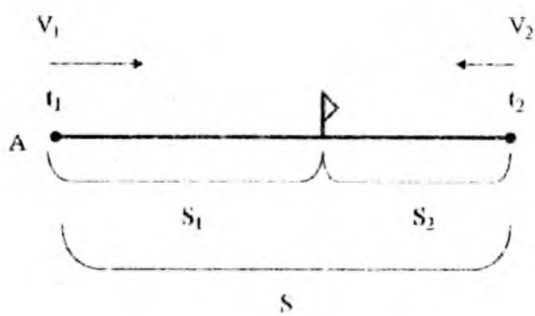
2) Расстояние (S) = скорость (V) × время (t)

3) $S = V \times t$

Задачи на встречное движение.

Рассмотрим задачу в общем виде. Пусть движение первого тела характеризуется величинами S_1, V_1, t_1; движение второго тела S_2, V_2, t_2.

Такое движение можно представить на схематическом чертеже:



Если два тела начинают движение одновременно навстречу друг другу, то каждое из них с момента выхода и до встречи затрачивают одинаковое время, т.е. $t_1 = t_2 = t_{встречи} = t$.

Расстояние, на которое сближаются объекты за единицу времени, называется скоростью сближения, т.е. $V_{сбл.} = V_1 + V_2$.

Все расстояние, пройденное телами при встречном движении, выражается формулой:

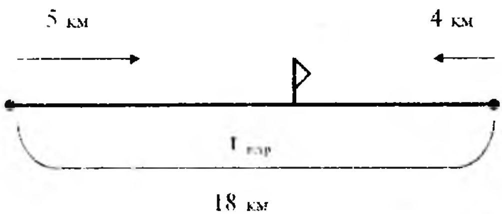
$S = V_{сбл} \times t_{сбл}$; $S = (V_1 + V_2) \times t$.

Задача 1.

Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, другого 4 км/ч. Через какое время они встретились? Задачу можно решать, применив общие приемы решения задачи.

Прочтем задачу и выделим, что известно, что требуется найти. Следует наглядно инсценировать это движение, выясняя смысл слов «двигались навстречу друг другу», «выехали одновременно из двух пунктов», «встретились через...».

Сделаем краткую запись условия, которая может быть представлена в разном виде:



	S		V	t
I	?	18 км	5 км/ч	? одинаковое
II	?		4 км/ч	? одинаковое

Поиск плана решения удобно вести, рассуждая от данных к вопросу.

1) Так как скорости движения каждого пешехода известны, найдем скорость сближения.

5 + 4 = 9 (км/ч)

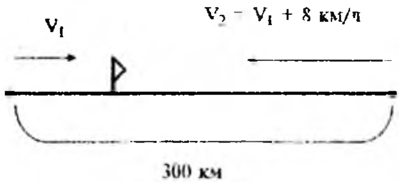
2) Зная скорость сближения, найдем время, через которое пешеходы встретятся.

18 : 9 = 2 (часа)

Ответ: Через 2 часа пешеходы встретятся.

Задача 2.

Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 300 км и встретились через 2 ч. Один из них ехал быстрее другого на 8 км/ч. Определите скорости автомобилей. После анализа условия делаем краткую запись:



	S	V	t
I	?	?	2 ч
II	?	? на 8 км больше	2 ч

Будем вести рассуждения от условия к вопросу и затем запишем решение по действиям с пояснением.

1) Т.к. известно расстояние и время встречи, найдем скорость сближения:

300 : 2 = 150 (км/ч)

2) Найдем скорость сближения, если бы скорости автомобилей были одинаковыми и равными скорости первого автомобиля:

150 – 8 = 142 (км/ч)

3) Т.к. мы предположили, что скорости одинаковы, найдем скорость первого автомобиля:

142 : 2 = 71 (км/ч)

4) Т.к. скорость второго автомобиля на 8 км/ч больше, то

71 + 8 = 79 (км/ч) скорость второго автомобиля.

Ответ: 71 км/ч, 79 км/ч.

Дайте пояснения к решениям этой задачи другими способами:

II способ:

300 : 2 = 150 (км/ч)
150 + 8 = 158 (км/ч)
158 : 2 = 79 (км/ч)
79 – 8 = 71 (км/ч)

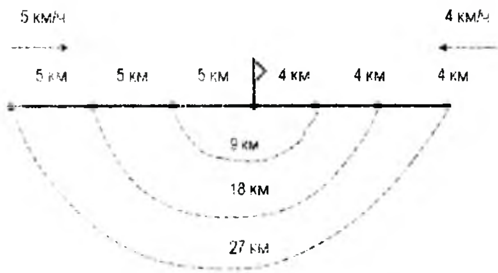
III способ:

8 × 2 = 16 (км/ч)
300 – 16 = 284 (км/ч)
284 : 2 = 142 (км/ч)
142 : 2 = 71 (км/ч)
71 + 8 = 79 (км/ч)

IV способ:

300 : 2 = 150 (км/ч)
150 : 2 = 75 (км/ч)
8 : 2 = 4 (км/ч)
75 – 4 = 71 (км/ч)
75 + 5 = 79 (км/ч)

Введение термина «скорость сближения», «скорость удаления» воспринимается учащимися не сразу, поэтому целесообразно разъяснить эти термины с помощью динамической таблицы.

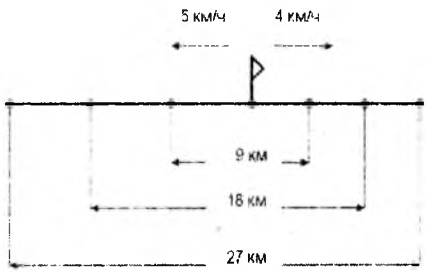


Учитель двигает одновременно фигурки пешеходов навстречу друг другу на одно деление — (1 ч) и ведет беседу:

На сколько километров приблизились друг к другу два пешехода за 1 час? (на 5 км + 4 км = 9 км).

Сколько времени проходило сближение? (3 ч).

Какое расстояние между пунктами (9 × 3 = 27 (км)? Аналогичны рассуждения при движении в противоположных направлениях.



1) 5 + 4 = 9 (км/ч) — скорость удаления.

2) 9 × 3 = 27 (км/ч) — расстояние, на которое удалились пешеходы.

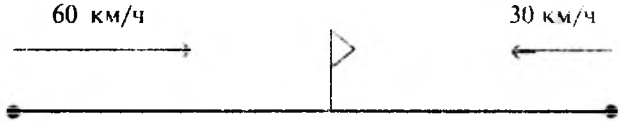
Задача. «Расстояние между двумя городами в 360 км автобус проходит за 6 часов, а мотороллер за 12 часов. Через сколько часов произойдет встреча автобуса и мотороллера, если они одновременно выедут из этих городов навстречу друг другу».

При решении задач такого вида учащиеся часто допускают ошибки, причина которых заключена в неудачной краткой записи. Графическая иллюстрация не создает условий для полного усвоения зависимости между величинами и затрудняет анализ задачи. Выяснив, что известно и что неизвестно в задаче, следует записать часть условия в виде таблицы:

	скорость	время	расстояние
автобус	?	6 ч	360 км
мотороллер	?	12 ч	360 км

Такая запись позволяет решить часть задачи:

1) 360 : 6 = 60 (км/ч) – скорость автобуса.
2) 360 : 12 = 30 (км/ч) – скорость мотороллера.
После этого выполняют чертеж:
и решают задачу на встречное движение.
3) 60 + 30 = 90 (км/ч) – скорость сближения.
4) 360 : 90 = 4 (часа) – время движения до встречи.



	скорость	время	расстояние
автобус	?	6 ч	360 км
мотороллер	?	12 ч	360 км
автобус и мотороллер	?	?	360 км

Такая запись условия содержит все известные и неизвестные данные задачи, рассматривает все зависимости между ними и направляет ход решения задачи. Индивидуальная работа с учащимися предусматривает решение более трудных задач.

Методика обучения решению составных задач подробно рассмотрена в учебнике Истоминой Н. Б. и др. «Методика преподавания математики в начальных классах (см. 17 в списке использованной литературы).

Методическая работа учителя необьятна. Как артист, получивший любимую и желанную роль, углубляет и совершенствует ее всю жизнь, так и учитель с каждым годам углубляет и совершенствует свое педагогическое мастерство.

Мы старались создать учебник, в котором молодой педагог найдет реальную, практическую помощь в подготовке к обучению математики учащихся начальных классов и будем рады, если достигли своей цели.

С уважением, авторы.

Список использованной литературы

1. Каримов И. А. Гармонично развитое поколение - основа прогресса Узбекистана. - Ташкент: "Шарқ", 1998.

2. Каримов И.А. Национальная идеология - для нас источник духовно-нравственной силы в строительстве государства и общества. - Ташкент: "Ўзбекистон", 2000. Т. 8.

3. Аргинская И.И. Учебник математики. 1, 2, 3 классы. Москва: "Просвещение", 1997.

4. Бантова М.А. Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. - Москва: "Просвещение", 1984.

5. Бантова М.А. и др. Методическое пособие к учебнику Математика. 1, 2, 3, 4 классы. - Москва: "Просвещение", 2003.

6. Бахтина С.В. Поурочные разработки по матемагике. 1, 2, 3 классы. - Изд-во "Экзамен", 2007.

7. Башмакова М.И. и др. Обучение в 1 классе. - Москва: Изд-во "Астрель", 2005.

8. Бикбаева Н.У., Сидельникова Р.И.. Бошлан?ич математика назарияси ва методикаси. - Ташкент: "Ўқитувчи", 1993.

9. Бикбаева Н.У., Янгабаева Е., Гирфанова К. Обучение математике младших школьников на основе Государственного стандарта начального математического образования. - Ташкент: "Турон-Иқбол", 2008.

10. Вахновецкий Е.А. Логическая математика для младших школьников. - Москва: "Ювента", 2004.

11. Гарднер М. А ну-ка, догадайся! - М.: "Просвещение", 1988.

12. Гайбуллаев Н. Практические занятия как средство повышения эффективности обучения математике. - Ташкент: "Ўқитувчи", 1979.

13. Глейзер Г.И. История математики в школе. Пособие для учителей. - Москва: "Просвещение", 1981.

14. Дубровский Д.Н. Математические головоломки. - Москва: "Просвещение", 1992.

15. Жикалкина Т.К. Дидактические игры на уроках математики. - Москва: "Просвещение", 1994.

16. Жикалкина Т.К. Дидактический материал. - Москва: "Дрофа", 2000.

17. Жумаев М.Э., Таджиева З.Г. Бошланғич синфларда математика ўқитиш методикаси. - Ташкент: "Фан ва технология", 2005 год.

18. Жумаев М.Э. Бошланқич синфларда математика ўқитиш методикасидан практикум. - Ташкент: "Ўқитувчи", 2004.

19. Журналы: "Начальная школа", "Бошланқич таълим", "Халқ таълими" и др.

20. Икромов Ж.И. Математическая культура школьника. - Ташкент: "Ўқитувчи", 1981.

21. Истомина Н.Б. и др. Методика преподавания математики в начальных классах. - Москва: МЗГПИ, 1996.

22. Истомина Н.Б., Латохина Л.Г., Шмырева Г.Г. Практикум по методике преподавания математики в начальных классах. - Москва: "Просвещение", 1986.

23. Истомина Н.Б. Методические рекомендации к учебнику математики. - Москва: "Ассоциация XXI век", 2005.

24. Карпова Е.В. Дидактические игры в начальный период обучения. - Ярославль: "Академия развития", 2002.

25. Лиходед В. Веселый счет. - Москва: "Детский мир", 2007.

26. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1-3 классах. - Москва: "Просвещение", 1988.

27. Нефедова Н.Х. и др. Занимательная математика в начальных классах. - Ташкент: "Ўзбекистон", 2000.

28. Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей / Под ред. П.И. Пидкасистого. - Москва: Педагогическое общество России, 2003.

29. Савенков А.И. Как научить младшего школьника приобретать знания. - Ярославль: "Академия развития", 2002.

30. Сайидахмедов Н. Янги педагогик технологиялар. - Ташкент: "ЦПИ-УЛ", 2002.

31. Степанов В. Учимся считать. - Москва: "Фламинго", 2006.

32. Таджиева З.Г. Методические рекомендации по использованию научного наследия великих среднеазиатских ученых-энциклопедистов. - Ташкент: РУМЦ, 1989.

33. Таджиева З.Г. Бошланғич синфларда математикадан тарихий материаллардан фойдаланиш. - Ташкент: "Узкомцентр", 2003.

34. Таджиева З.Г. Научная деятельность и педагогические воззрения Абу Райхана Беруни. - Ташкент: "Фан", 2008.

35. Уткина Н.Г. Изучение трудных тем по математике в 1-3 классах. - Москва: "Просвещение", 1982.

36. Фарберман Б.Л. и др. Методические рекомендации по проектированию и реализации педагогических технологий. - Ташкент: "ЦПИУЛ", 2002.

37. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Теория и методика обучения в начальных классах. - Москва: "Педагогика", 1988.

38. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц как технология обучения. - Москва: "Просвещение", 1992.

СОДЕРЖАНИЕ

Зумрад Гиясовна Таджиева
Барно Сайфутдиновна Абдуллаева
Маманазар Эргашевич Жумаев
Римма Ивановна Сидельникова
Альбина Венеровна Садыкова

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Издательство "TURON-IQBOL", 2011

Редактор *Ю. Шопен*
Художественный редактор *Э. Муратов*
Технический редактор *Г. Смирнова*
Компьютерная верстка *А. Жуманиязов*

Издательство ООО"TURON-IQBOL"
100182. г. Ташкент, ул. Х. Байкаро, 51.
Телефон: 244-25-58. Факс: 244-20-19

Лицензия издательства AI № 095, 16.07.07
Подписано в набор 29.03.11. Подписано в печать 08.07.11.
Формат 60x84 1/16. Печать офсетная.
Усл.п.л. 19,53. Уч.-изд.л. 25,8. Тираж 150. Заказ №230.

Отпечатано в типографии ООО "TOSHKENT TEZKOR BOSMAXONASI"
Ташкент, проезд Радиальный, 10.