O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
O‘RTA MAXSUS, KASB-HUNAR TA’LIMI MARKAZI

ERKIN ERGASHEVICH JUMAYEV

BOSHLANG‘ICH MATEMATIKA NAZARIYASI VA METODIKASI

Kasb-hunar kollejlari uchun o‘quv qo‘llanma

Qayta ishlangan uchinchi nashr

TOSHKENT
«TURON-IQBOL»
2010

BBK 74.26
J 87

Taqrizchilar:

M. Mirsaburov	—	professor, fizika-matematika fanlari doktori, Termiz davlat universiteti;
M. Jumayev	—	dotsent, pedagogika fanlari nomzodi, Nizomiy nomidagi Toshkent pedagogika universiteti;
Z. Yakubova	—	dotsent, pedagogika fanlari nomzodi, Toshkent viloyati pedagogika kolleji;
O. Qo'ziyev	—	o'qituvchi, Qarshi pedagogika kolleji.

Mazkur o'quv qo'llanma pedagogik yo'nalishdagi kasb-hunar kollejlari o'quvchilari uchun «Boshlang'ich matematika nazariyasi va metodikasi» fanidan Davlat ta'lim standartlari dasturi asosida matematik bilim berish va uni o'qitish metodikasiga asoslangan bo'lib, unda matematika asoslari, shuningdek, nazariy materiallar bilan birgalikda amaliy mashg'ulotlarda foydalanish uchun misol va masalalar, topshiriqlar keng yoritilgan.

SHARTLI BELGILAR

$\neq$	—	teng emas			daraja ko'rsatkichi
$<$	—	kichik	3^4		3 ning 4 marta o'z-o'ziga ko'paytmasi
$>$	—	katta			asos
$\leq$	—	kichik yoki teng	%	—	foiz
$\geq$	—	katta yoki teng	π	—	3,14 (pi)
$\angle$	—	burchak			

{1; 2; 3; ...} — natural sonlar
{0; 1; 2; 3; ...} — butun sonlar
{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} — raqamlar

ISBN 978-9943-14-121-6

KIRISH

Pedagogika yo‘nalishidagi kasb-hunar kollejlari o‘quvchilariga boshlang‘ich matematika nazariyasi va metodikasi fanini o‘qitish o‘qituvchidan nafaqat metodik mahoratni, balki metodik tushuncha, faktlar mohiyatini chuqur tushunishni ham talab etadi.

O‘quv qo‘llanmaning professional yo‘nalganligi ma’lum nazariy materiallarni tanlash va boshlang‘ich sinf o‘quvchilari bajaradigan topshiriqlarni kiritish yo‘li bilan bu materiallar bayoniga metodik yondashish orqali erishiladi. Qo‘llanma o‘quvchilar uchun o‘quv materiallarning asosiy manbayi sifatida mo‘ljallangan bo‘lib, Davlat ta’lim standartiga mos keladi.

«Boshlang‘ich sinflarda tarbiyaviy ishlar tashkilotchisi» mutaxassisligi uchun qo‘llanmaning mazmunini «Matematikaning umumiy tushunchalari», «Matematik jumlalar», «Matematik isbotlar», «To‘plamlar va ular ustida amallar», «Moslik va munosabat», «Manfiy bo‘lmagan butun sonlar haqida tushuncha va ularning raqamlarini o‘rganish uslubi», «Manfiy bo‘lmagan butun sonlar ustida amallarni bajarish», «Manfiy bo‘lmagan butun sonlarning bo‘linuvchanligi», «Matnli masalalar va ularni yechish», «Son tushunchasini kengaytirish», «Algebraik tushunchalarni o‘rgatish uslubi», «Kattaliklar va ularni o‘lchash», «Boshlang‘ich geometrik ma’lumotlarni o‘rgatish uslubi», «Boshlang‘ich sinfda matematika o‘qitishga o‘rgatishning umumiy tushunchalari», «Matematikada sinfdan tashqari ishlar» tashkil etadi.

Muallif o‘quv qo‘llanmani yaratishda o‘zining qimmatli maslahatlarini bergan Termiz davlat universiteti «Differensial tenglamalar va geometriya» kafedrasining mudiri, fizika-matematika fanlari doktori Mirahmad Mirsaburovga, shuningdek, Toshkent shahar 1- son Pedagogika kasb-hunar kolleji va Nizomiy nomidagi TDPUning «Gumanitar fakultetlarda matematika» kafedrasi professor-o‘qituvchilari ish tajribalaridan foydalanilganligi uchun, Toshkent viloyati pedagogika kolleji, Qarshi pedagogika kolleji, Termiz pedagogika kolleji ilmiy kengashiga mazkur qo‘llanmadan darslik sifatida foydalanish mumkinligi to‘g‘risidagi fikr mulohazalari uchun ularga minnatdorchilik bildiradi.

Birinchi bob

MATEMATIKANING UMUMIY TUSHUNCHALARI

1- §. MATEMATIK TUSHUNCHALAR

Matematika, barcha fanlar qatori, butun borliqda yuz beradigan barcha jarayonlarni o‘rganadi. Bundan, sodir bo‘ladigan bu jarayonlarni matematik ifodasi mavjud, degan xulosa kelib chiqishi tabiiy. Masalan, talabalarning o‘zlashtirish darajasi, samolyotning parvozi, talabaning harakati, havo harorati va turli iqtisodiy masalalar maxsus tenglamalar orqali o‘rganiladi. Ayniqsa, narsalarning rangi, og‘irligi va zichligi qanday bo‘lishidan qat’i nazar, ularning geometrik xossalarini matematikaning bo‘limi bo‘lgan geometriya fani tekshiradi va o‘rgatadi.

Tushuncha — bu predmetlar va hodisalarni ba’zi bir muhim alomatlariga ko‘ra farqlash yoki umumiylashtirish natijasidir. Masalan, «son», «miqdor», «kesma», «to‘g‘ri chiziq» va hokazo.

Alomat (belgi) esa predmet yoki hodisalarning bir-biriga o‘xshashligi, tengligi yoki farqlanishini bildiruvchi xossalardir. Masalan, uchburchakning teng yonli bo‘lishlik belgisini quyidagicha ifodalash mumkin: «Agar uchburchak asosining uchlaridan o‘tkazilgan medianalar o‘zaro teng bo‘lsa, bu uchburchak teng yonli bo‘ladi».

Predmetlar deganda obyektlar nazarda tutiladi. Odatda, obyektlar ma’lum muhim va muhim bo‘lmagan xossalarga ega.

Muhim xossa deb, faqat shu obyektga tegishli va bu xossasiz obyekt mavjud bo‘la olmaydigan xossalarga aytiladi. Masalan, ixtiyoriy uchburchak uchun «uchburchakning o‘rta chizig‘i asosiga parallel va uning yarmiga teng» xossasi muhim xossa hisoblanadi.

Obyektning mavjudligiga ta’sir qilmaydigan xossalar muhim bo‘lmagan xossalar hisoblanadi. Masalan, $2 \cdot x = 4$ tenglama uchun «tenglikning har ikkala tomonini bir xil songa bo‘lsak, natija o‘zgarmaydi» deyilgan xossa *muhim bo‘lmagan xossa* hisoblanadi.

Obyektning nimani anglatishini bilish uchun uning xossalari mavjud bo‘lsa, u holda bu obyekt haqida «tushuncha mavjud» deyiladi. Tushuncha nomlanadi, shuningdek mazmun va hajmga ega bo‘ladi.

Obyektning barcha muhim xossalari birgalikda tushunchaning mazmunini tashkil qiladi. Bir xil muhim xossalarga ega bo‘lgan obyektlar to‘plami tushuncha hajmini tashkil etadi. Demak, tushuncha hajmi bitta tushuncha bilan nomlanishi mumkin bo‘lgan obyektlar to‘plami ham ekan. Masalan, «uchburchak» tushunchasi «to‘g‘ri burchakli uchburchak» tushunchasi uchun umumiy, «to‘g‘ri burchakli uchburchak» tushunchasi esa «uchburchak» tushunchasining xususiy holidir.

Tushunchalar insoniyat to‘plagan katta tajribani umumlashtirish natijasida yuzaga keladi va moddiy dunyoning tub mohiyatini aks ettiradi, lekin real obyektlarning ko‘pgina xossalaridan ko‘z yumgan holda, ularni ideallashtirish natijasida hosil bo‘ladi.

Obyektni bilish uchun yetarli bo‘lgan xossalarini ko‘rsatish tushunchaga ta’rif berish deyiladi.

1- misol. Kvadratning ta’rifini tahlil qilling.

Y e c h i s h . «Hamma tomonlari teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak kvadrat deyiladi». Dastlab kvadrat chiziladi, keyin to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lishlik, hamma tomonlari teng bo‘lishlik xossalarini o‘z ichiga oluvchi tushuncha kiritiladi. Kvadratning ta’rifidan uni to‘g‘ri to‘rtburchakning xususiy holi ekanligi ko‘rinib turibdi. Bundan kvadrat va to‘g‘ri to‘rtburchakning bir xil jinsli tushuncha ekanligi kelib chiqadi.

Sodda va murakkab mulohazalar bilan tanishaylik. Inson tabiatni idrok qiladi, shuningdek, obyektlar o‘rtasida turli bog‘lanishlar o‘rnatadi. Bu bog‘lanishlar tushunchalar yordamida mulohazalar orqali ifodalanadi. Masalan, «To‘g‘ri to‘rtburchakda barcha burchaklar teng», «36 soni uchga bo‘linadi», «Yomg‘ir yog‘ayapti», «O‘zbekiston 1991- yil sentabr oyining birinchi kunida mustaqillikka erishdi», «2003- yil — Obod mahalla yili», «2004- yil — Mehr-muruvvat yili», «2009-yil — Qishloq taraqqiyoti va farovonligi yili». Har bir mulohaza mazmuni va mantiqiy tuzilishi bilan xarakterlanadi. Matematikada sodda va murakkab mulohazalar o‘rganiladi. Masalan: «36 soni 3 ga bo‘linadi» mulohazasi sodda. Murakkab mulohazalarga 21 soni toq va 7 ga bo‘linadi yoki a soni 3 ga teng yoki katta, yoki Kadrlar tayyorlash milliy dasturining ikkinchi bosqichi sifat bosqichidir va hokazolarni misol keltirsa bo‘ladi.

Murakkab mulohazalar «va», «yoki» so‘zlari orqali oddiy mulohazalar yordamida tuziladi. Bu so‘zlar matematikada mantiqiy bog‘lanish deyiladi.

2- misol. Akbar matematikadan uy vazifasini bajarmagan va darsda 2 baho oldi. Mulohazani mantiqiy tuzilishini aniqlang.

Y e c h i s h. Bu mulohaza 2 ta sodda mulohazadan tuzilgan: *A* mulohaza «Akbar uy vazifasini bajarmagan» va *B* mulohaza «darsda 2 baho oldi». Ular bitta murakkab mulohazada *va* bog‘lovchisi yordamida tuzilgan. Buni qisqacha «*A* va *B*» deb yoziladi, lekin «*B* va *A*» mulohaza har doim ham o‘rinli emas.

Mashqlar

1. Tushunchaning hajmi va mazmuni orasida qanday bog‘liqlik bor?

2. Ta’riflanadigan va ta’riflanmaydigan tushunchalarning qanday farqi bor?

3. Tushunchani ta’riflashga qanday talablar qo‘yiladi?

4. Uzunligi 10 m, eni esa 5 m bo‘lgan polning yuzini toping.

5. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi suzish havzasining uzunligi 50 m, eni (kengligi) 24 m va chuqurligi 3 m. Agar havzadagi suv sathi havza yon devorlari (borti) dan 50 sm past bo‘lsa, havzaga necha kub metr suv sig‘adi?

6. Trapetsiyaning quyida keltirilgan xossalaridan qaysilari muhim xossalar, qaysilari muhim bo‘lmagan xossalar bo‘ladi: 1) trapetsiyaning ikkita tomoni parallel; 2) trapetsiyaning asoslari gorizontal holatda; 3) katta asosidagi ikkala burchagi o‘tkir; 4) kichik asosidagi ikkala burchagi o‘tmas; 5) trapetsiya ichki burchaklarining yig‘indisi 360° ga teng.

7. «To‘g‘ri to‘rtburchak» tushunchasining hajmi «kvadrat» tushunchasining hajmidan «katta» ekanligi to‘g‘rimi? Bu tushunchalarning mazmuni orasida o‘zaro qanday bog‘lanish mavjud?

8. Quyidagi ta’riflarni tahlil qiling:

1) agar to‘g‘ri chiziqlar bir tekislikda yotsa va kesishmasa, ular parallel deyiladi;
2) agar uchburchakning aqalli ikkita tomoni teng bo‘lsa, bu uchburchak teng yonli uchburchak deyiladi;
3) o‘zgaruvchining tenglamani to‘g‘ri tenglikka aylantiruvchi qiymati tenglamaning ildizi deyiladi.

9. O‘quvchi to‘g‘ri burchakni tomonlari o‘zaro perpendikular bo‘lgan burchak sifatida, o‘zaro perpendikular to‘g‘ri chiziqlarni esa kesishishi natijasida to‘g‘ri burchaklar hosil qiluvchi to‘g‘ri chiziqlar sifatida ta’rifladi. O‘quvchi qanday xatoga yo‘l qo‘ygan? Boshlang‘ich sinf o‘quvchilarini to‘g‘ri burchak tushunchasi bilan qanday tanishtirish mumkin?

10. Quyidagi jumlalardan qaysilari sodda va qaysilari murakkab jumlalar:
1) teng yonli ABC uchburchakning asosiga o‘tkazilgan bissektrisa, mediana va balandliklar teng; 2) to‘g‘ri burchakli uchburchakda gipotenuzaning kvadrati katetlari kvadratlarining yig‘indisiga teng; 3) agar uchburchak teng yonli bo‘lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng.

11. Har bir fikrning mantiqiy strukturasini aniqlang.
1) 12 juft son va 6 ga bo‘linadi; 2) agar burchaklar vertikal bo‘lsa, u holda ular tengdir; 3) $\sqrt{3}$ soni irratsional sondir.

12. Jumlalarni oxiriga yetkazing va ularning mantiqiy strukturalarini aniqlang:
1) uchburchakning o‘rta chizig‘i asosga parallel va ... ;
2) agar $A \cdot B = 0$ bo‘lsa, u holda $A=0$ yoki ... .

2- §. ROST VA YOLG‘ON MULOHAZALAR, KVANTORLAR

Rost yoki yolg‘on mazmundagi gaplar *mulohazalar* deyiladi. Masalan, «O‘zbekistonning poytaxti Toshkent», «4 soni juft» mazmundagi gaplar rost mulohazalarga, «Pedagogika kollejini tugatgan talabalarga hamshira mutaxassisligi beriladi», — degan gap esa yolg‘on mulohazaga misol bo‘la oladi. Umuman har bir mulohaza ikkita qiymatga ega bo‘lishi mumkin: rost (1) va yolg‘on (0).

Agar A va B mulohazalarning ikkalasi ham rost bo‘lsa, u holda «A va B» ko‘rinishidagi mulohazalar rost bo‘ladi. Agar ulardan birortasi yolg‘on bo‘lsa, unda «A va B» mulohaza yolg‘on bo‘ladi.

1- misol. 12 soni juft va 5 ga bo‘linadi. Mulohazaning rost yoki yolg‘onligini aniqlang.

Y e c h i s h. Mulohaza «A va B» ko‘rinishdagi mulohaza bo‘lib, A — «12 soni juft», B — esa «12 soni 5 ga bo‘linadi». Ko‘rinib turibdiki, A mulohaza rost, B mulohaza esa yolg‘on (chunki 12 soni 5 ga bo‘linmaydi). Bundan berilgan mulohazani yolg‘onligi kelib chiqadi.

2- misol. 6 kichik yoki teng 11 mulohazasi rost bo‘lishi mumkinmi?

Y e c h i s h. Bu murakkab mulohaza «*A* yoki *B*» ko‘rinishga ega bo‘lib, *A* — «6 kichik 11», *B* — «6 teng 11». Ko‘rinib turibdiki, *A* — mulohaza rost, *B* — mulohaza esa yolg‘on. Bundan berilgan mulohazaning rostligi kelib chiqadi. Demak, *A* va *B* mulohazalardan birortasi rost bo‘lsa, «*A* yoki *B*» mulohaza rost bo‘ladi.

3- misol. 7 kichik yoki teng 5 mulohaza rost bo‘lishi mumkinmi?

Y e c h i s h. Bu «*A* yoki *B*» mulohaza bo‘lib, *A* — «7 kichik 5», *B* — esa «7 teng 5». Ko‘rinib turibdiki, *A* mulohaza yolg‘on, *B* mulohaza ham yolg‘on. Unda berilgan mulohazaning yolg‘onligi kelib chiqadi. Demak, agar *A* va *B* mulohazalarning har ikkalasi yolg‘on bo‘lsa, «*A* yoki *B*» mulohaza yolg‘on bo‘ladi.

4- misol. «14 tub son». Gapni izohlang.

Y e c h i s h . Bu yolg‘on mulohaza, chunki 14 soni faqatgina 1 soniga bo‘linmasdan, balki 2, 7 yoki 14 sonlariga ham bo‘linadi. Bu mulohazaning inkorini «14 ni tub son, deyish noto‘g‘ri». Rost mulohaza hosil bo‘ldi. Shunday qilib, «14 tub son» mulohazasining inkorini «14 tub son emas» deb yozish mumkin. Bu ham rost mulohaza bo‘ladi.

Odatda, *A* mulohazaning inkorini $\bar{A}$ deb belgilash qabul qilingan va «*A* emas» deb o‘qiladi.

Umuman, agar *A* rost bo‘lsa, yolg‘on va *A* yolg‘on bo‘lsa, rost bo‘ladigan mulohaza *A* mulohazaning inkori deyiladi.

«Va», «yoki», «emas» so‘zlari bilan tuzilgan mulohazalarning rostlik jadvali quyidagicha tuziladi:

A	*B*	*A* va *B*	*A* yoki *B*	*A* emas
1	1	1	1	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	1
0	0	0	0	1

Demak, murakkab mulohazalarning rostligi mulohaza tarkibidagi sodda mulohazalarning rostligiga bog‘liq.

«Barcha» va «ba’zi» so‘zlarining ma’nosiga to‘xtalib o‘taylik. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sonlar haqida quyidagi mulohazalarni aytish mumkin:

1) barcha sonlar bir xonali sonlardir;

2) sonlardan ba’zilari juft sonlardir.

Umuman, to‘g‘ri va noto‘g‘ri mulohazalar mavjud. Odatda, to‘g‘ri mulohazalarni rost va noto‘g‘ri mulohazalarni yolg‘on mulohazalar deb qaraymiz.

Agar 1- jumladan «barcha» so‘zini olib tashlansa, «sonlar bir xonali sonlardir», — degan jumla hosil bo‘ladi. «Bu jumla chinmi yoki yolg‘onmi?» savoli ma’noga ega emas. Demak, qatnashayotgan «barcha» so‘zi uni mulohazaga aylantiradi.

2- jumla ham shunga o‘xshash tuzilgan, faqat «sonlar juft sonlaridir» «ba’zi» so‘zi mulohazaga aylantiradi. «Barcha» va «ba’zi» so‘zlari *kvantorlar* deyiladi. «Kvantor» so‘zi lotincha bo‘lib, «qancha» degan ma’noni bildiradi. Bundan tashqari, «ixtiyoriy», «har qanday», «har bir», «barcha (hamma)» umumiylik kvantorlari va «mavjud», «ba’zi», «topiladi», «aqalli bitta» kvantorlari mavjud.

Ko‘pgina matematik jumlalar kvantorli fikr shakliga ega, masalan: barcha kvadratlar to‘g‘ri to‘rtburchaklardir, ba’zi juft sonlar 4 ga bo‘linadi, ixtiyoriy to‘g‘ri to‘rtburchakda ichki burchaklar yig‘indisi 360° ga teng.

Ko‘p hollarda fikrlardagi kvantorlar tushirib qoldiriladi. Masalan, sonlarni qo‘shishning o‘rin almashtirish qonuni $a + b = b + a$ tenglik ko‘rinishida yoziladi. Ixtiyoriy a va b sonlar uchun $a + b = b + a$ tenglikning o‘rinli ekanligini, ya’ni qo‘shishning o‘rin almashtirish qonuni umumiylik kvantorlari qatnashgan fikr ekanini bildiradi.

5- misol. Ixtiyoriy 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sonlar $x + 2 > x$ tengsizlikning yechimi bo‘ladi. Bu fikrlar rostmi yoki yolg‘onmi?

Y e c h i s h. Ixtiyoriy 0, 1, 2, ..., 9 sonlar $x + 2 > x$ tengsizlikning yechimi bo‘lishiga ishonch hosil qilish uchun quyidagi hollar ko‘rib chiqiladi:

$x = 0$ da $0 + 2 > 0$ bo‘ladi, ya’ni sonli tengsizlik rost.

$x = 1$ da $1 + 2 > 1$ bo‘ladi, ya’ni sonli tengsizlik rost.

$x = 2$ da $2 + 2 > 2$ bo‘ladi, ya’ni sonli tengsizlik rost.

$x = 9$ da $9 + 2 > 9$ bo‘ladi, ya’ni sonli tengsizlik rost.

Haqiqatan ham, 0, 1, 2, ..., 9 sonlardan biri $x + 2 > x$ tengsizlikning yechimi bo‘ladi, ya’ni «ixtiyoriy 0, 1, 2, ..., 9 sonlar $x + 2 > x$ tengsizlikning yechimi bo‘ladi» degan fikr rost.

Biz buni qanday aniqladik? Barcha xususiy va mumkin bo‘lgan hollarni qarab chiqish bilan isbotladik. Isbotlanishning foydalangan usuli *to‘la induksiya* deb ataladi.

6- misol. Ketma-ket keluvchi ixtiyoriy uchta natural sonning yig‘indisi 3 ga bo‘linadi. Bu fikr rostmi yoki yolg‘onmi?

Y e c h i s h. Isbotlashning birinchi jumla uchun qo‘llanilgan usulini bu yerda qo‘llab bo‘lmaydi, chunki barcha hollarni ko‘rib chiqish imkoniga ega emasmiz.

Ketma-ket keluvchi natural sonlar x, $x+1$, $x+2$ lar orqali belgilanadi va ixtiyoriy x da $x+(x+1)+(x+2)$ yig‘indi 3 ga bo‘linishi isbotlanadi. $x+(x+1)+(x+2)$ ifodani $x+x+$ $+1+x+2=3x+3=3(x+1)$ ko‘rinishida yozish mumkin. 3 soni 3 ga bo‘lingani uchun ko‘paytma ham 3 ga bo‘linadi. Demak, ketma-ket keluvchi ixtiyoriy uchta natural sonning yig‘indisi ham 3 ga bo‘linadi

7- misol. Ixtiyoriy to‘g‘ri to‘rtburchak kvadratdir. Berilgan fikr qanday tuzilgan?

Y e c h i s h. Bu yolg‘on fikr. Bunga ishonch hosil qilish uchun kvadrat bo‘lmaydigan to‘g‘ri to‘rtburchak chizish yetarli.

Umuman, umumiylik kvantori qatnashgan fikrlarning rostligini isbotlash yo‘li bilan aniqlanadi.

3 ga karrali natural sonlar mavjud va to‘g‘ri burchakli teng tomonli uchburchaklar mavjud, degan mulohazalarni qaraylik.

Birinchi fikr rost. Bu xulosani asoslash uchun misol keltirish yetarli. Masalan, 9 natural son va u 3 ga bo‘linadi.

Ikkinchi fikr yolg‘on. Haqiqatan ham, to‘g‘ri burchakli uchburchakning bir burchagi 90° bo‘lishi kerak, teng tomonli uchburchakning hamma burchaklari kattaliklari 60° ga teng. Demak, to‘g‘ri burchakli uchburchaklar orasida teng tomonli uchburchaklar yo‘q.

Umuman, mavjudlik kvantori qatnashgan fikrning rostligi misollar keltirish bilan aniqlanadi. Aslini olganda, umumiy xarakterdagi barcha fikrlar umumiylik kvantori qatnashgan fikrlar bo‘ladi. Quyidagi fikrlar xuddi shunday fikrlardir:

1) $a+b=b+a$;	3) $0+a=a$;	5) $ab=ba$;
2) $0\cdot a=0$;	4) $1\cdot a=a$;	6) $a:1=a$.

Haqiqatan ham, ixtiyoriy b va a natural sonlar uchun qo‘shish va ko‘paytirishning o‘rin almashtirish xossasi o‘rinli: ixtiyoriy a son uchun $0+a=a$, $0\cdot a=0$.

«Barcha natural sonlar 3 ga bo‘linadi». Bu yolg‘on mulohaza ekanligiga oson ishonch hosil qilish mumkin. Masalan, 17 natural son 3 ga bo‘linmaydi.

Berilgan mulohazaning inkori quyidagicha tuziladi (yasaladi). «Barcha natural sonlarning 3 ga bo‘linishi yolg‘on». Bu mulohaza rost va u mazmuniga ko‘ra «3 ga bo‘linmaydigan natural sonlar mavjud» degan mulohaza bilan bir xil.

Shunday qilib, «barcha natural sonlar 3 ga bo‘linadi» mulohazaning inkorlarini ikki usul bilan tuzish mumkin ekan:

1) berilgan jumlaning oxiriga «bo‘lishi (ekani) yolg‘on» so‘zini qo‘shish bilan;

2) umumiylik kvantorlarini mavjudlik kvantorlariga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi so‘zni inkoriga aylantirish bilan.

«Barcha natural sonlar 3 ga bo‘linmaydi» jumla «barcha natural sonlar 3 ga bo‘linadi» jumlaning inkori emas, chunki bu jumla ham berilgan jumla kabi yolg‘on mulohaza bo‘ladi.

8- misol. «Ba’zi toq sonlar 4 ga bo‘linadi» mulohazasining inkorini tuzing.

Y e c h i s h . «Ba’zi toq sonlar 4 ga bo‘linadi». Bu yolg‘on mulohaza. Barcha toq sonlar ikkiga bo‘linmaydi va, demak, 4 ga ham bo‘linmaydi. Berilgan mulohazaning inkori: «ba’zi toq sonlarning 4 ga bo‘linishi yolg‘on». Bu rost mulohaza va mazmuniga ko‘ra «barcha toq sonlar 4 ga bo‘linmaydi» mulohaza mazmuniga mos keladi.

Shunday qilib, «ba’zi toq sonlar 4 ga bo‘linadi» mulohazasining inkorini ikki usul bilan tuzish mumkin:

1) berilgan jumlaning oxiriga «ekani (bo‘lish) yolg‘on» so‘zini qo‘shish bilan;

2) mavjudlik kvantorini umumiylik kvantoriga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi jumlani uning inkoriga almashtirish bilan.

Kvantorli (umumiylik yoki mavjudlik) fikrning inkori ikki xil usul bilan yasalishi mumkin:

1) berilgan fikrning oxiriga «ekani (bo‘lishi) yolg‘on» so‘zlarini qo‘shish bilan;

2) umumiylik (mavjudlik) kvantorlarini mavjudlik (umumiylik) kvantorlariga almashtirish hamda kvantordan keyin keluvchi jumlani uning inkoriga almashtirish bilan.

Keltirilgan bu qoida kvantorli mulohazaning inkorini to‘g‘ri yasash uchun yetarli. Berilgan mulohazaning inkori yana boshqa shaklda ham yasalishi mumkin. Bunda faqat ushbu talabga rioya qilish muhim: agar berilgan mulohaza yolg‘on bo‘lsa, u holda uning inkori rost mulohaza bo‘lishi kerak va aksincha.

Mashqlar

1. Quyidagi jumlalar orasidan rost fikrlarni toping va ularning rostlik qiymatini aniqlang: 8 butun son; 42 ni 5 ga bo‘lganda qoldiq 2 qoladi; $x < 3$; har qanday to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonallari teng; $34 \cdot 2 - 17 = 51$.

2. Ushbu fikrlardan qaysilari rost: 6 soni 2 ga va 3 ga bo‘linadi; 123 soni 3 ga va 9 ga bo‘linadi.

3. Quyidagi fikrlarning inkorini tuzing: 132 soni 9 ga bo‘linadi; $5 < 4$; 3,2 — natural son.

4. A rost fikr ekani ma’lum. Faqat shuni bilgan holda 1) A va B; 2) A yoki B ko‘rinishdagi fikrlarning rostlik qiymatlarini aniqlash mumkinmi?

5. 21, 52, 409, 248, 30, 2094, 322, 22, 371, 142, 2, 222, 14, 20 sonlar berilgan:
1) yozuvda ikkita raqam va 2 raqami bo‘lgan barcha sonlarni ko‘chirib yozing:
2) yozuvda ikkita raqam yoki 3 raqami bo‘lgan barcha sonlarni ko‘chirib yozing.

6. Quyidagi fikrlar yolg‘on fikrlar ekanini isbotlang va ularning inkorini ikki xil usul bilan yozing:
1) kvadratning har qanday xossasi to‘g‘ri to‘rtburchak uchun o‘rinli;
2) ixtiyoriy natural son $x + 1 = 2x - (x - 1)$ tenglamaning yechimi bo‘ladi;
3) $x^2 = -1$ tenglamaning yechimi bo‘lgan natural son mavjud.

7. Quyida keltirilgan fikrlarning qaysilari «har qanday juft son 3 ga bo‘linadi» jumlasining inkori bo‘ladi:
1) har qanday juft son 3 ga bo‘linmaydi;
2) har qanday juft sonning 3 ga bo‘linishi noto‘g‘ri;
3) 3 ga bo‘linmaydigan juft son mavjud;
4) ba’zi juft sonlar 3 ga bo‘linadi;
5) har qanday son ham 3 ga bo‘linavermaydi.

8. Jadvalni tahlil qiling va xulosa chiqaring.

T/r	Mulohaza	Mulohaza inkori
1.	Toshkent — O‘zbekiston poytaxti	Toshkent O‘zbekiastonning poytaxti emas
2.	Ikki karra ikki — besh	Ikki karra ikki beshga teng emas
3.	Yupiterning vazni Yerning vaznidan kam	Yupiterning vazni Yerning vaznida kam emas

T/r	Mulohaza	Mulohaza inkori
4.	32 soni 3 ga bo‘linadi	32 soni 3 ga bo‘linmaydi
5.	Eng katta natural son mavjud	Eng katta natural son mavjud emas
6.	36 soni 36 dan katta	36 soni 36 dan katta emas
7.	Nargizaning akasi bor	Nargizaning akasi yo‘q
8.	$a>b$	a soni b dan katta emas

9. Jadvalda fikrning inkori to‘g‘ri tuzilganligini izohlang.

T/r	Fikr	Inkorini tushunish	Inkorini ifodalash
1.	Sinf xonasida hech narsa yo‘q	Balkim, sinf xonasida hesh narsa yo‘q	Sinf xonasida nima-dir bor
2.	11010 soni sodda	Balkim, 111010 soni sodda	111010 sonu sodda emas
3.	24 ga bo‘linadigan son 9 ga bo‘linadi	Balkim 24 ga bo‘li-nadigan son 9 ga bo‘linadi	24 ga bo‘linadigan son 9 ga bo‘lin-masligi mumkin
4.	Aka-uka Jumayevlar bir sinfda o‘qiydi	Balkim, aka-uka Jumayevlar bir sinfda o‘qiydi	Aka-uka Jumayev-lar turli sinflarda o‘qiydi
5.	12 soni 3 va 4 ga bo‘linadi	Balkim, 12 soni 3 ga va 4 ga bo‘linadi	12 soni hech bo‘l-maganda 3 va 4 ning bittasiga bo‘lin-maydi

10. Mulogaza turini aniqlang. Uning inkorini yozing:
1) har bir natural son o‘ziga va 1 ga bo‘linadi;
2) ayrim sonlar faqat bitta bo‘luvchiga ega;
3) har qanday natural son hech bo‘lmaganda ikkita bo‘luvchiga ega;
4) sodda son har doim murakkabdan kichik;
5) o‘zaro tub sonlarning o‘zlari ham tub son bo‘ladi;
6) 9 va 15 sonlari o‘zaro tub;
7) 3 ga karrali son 3 bilan tugamasligi mumkin.

3- §. JUMLALAR ORASIDAGI KELIB CHIQISHLIK VA TENG KUCHLILIK MUNOSABATLARI. ZARUR VA YETARLI SHARTLAR. TEOREMANING TUZILISHI VA ULARNING TURLARI

Har qanday mulohaza «demak», «berilgan mulohazadan kelib chiqadi», «bundan kelib chiqadi» so‘zlari bilan amalga oshiriladi. Masalan, A «x soni 4 ga karrali» va B «x soni 2 ga karrali». Ular bir-biri bilan quyidagicha bog‘langan: 4 ga karrali ixtiyoriy son 2 ga karrali bo‘ladi yoki sonning 4 ga karrali ekanidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi.

Agar har safar A mulohaza rost bo‘lganda B mulohaza ham rost bo‘lsa, A mulohazadan B mulohaza kelib chiqadi, deyiladi.

A dan B kelib chiqadi mulohazasini $\Rightarrow$ belgidan foydalanib, $A \Rightarrow B$ deb yozish mumkin. $\Rightarrow$ belgi mulohazalar orasida kelib chiqishlik munosabatini ifodalaydi. $A \Rightarrow B$ yozuv turlicha o‘qiladi: A dan B kelib chiqadi; BA dan kelib chiqadi; agar A bo‘lsa, u holda B bo‘ladi; A bo‘ladi, demak, B bo‘ladi; har qanday AB hamdir.

1- masala. «x soni 4 ga karrali ekanidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi» mulohazasi uchun kelib chiqishlilik munosabatini ifodalang.

Y e c h i sh . «x soni 4 ga karrali ekanligidan uning 2 ga karrali ekani kelib chiqadi» mulohazasini bunday yozish ham mumkin: 4 ga bo‘linuvchi har qanday son 2 ga ham bo‘linadi; agar son 4 ga bo‘linsa, u holda 2 ga ham bo‘linadi; x soni 4 ga bo‘linadi. Demak, 2 ga ham bo‘linadi.

2- masala. A «uchburchak teng yonli» va B «uchburchakning asosidagi burchaklari teng» mulohazalar berilgan. Ularning qanday bog‘langanligini aniqlang.

Y e c h i sh. Agar uchburchak teng yonli bo‘lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng (ya’ni $\angle A = \angle B$ deb tasdiqlash mumkin) ekani va, aksincha, agar uchburchakning asosidagi burchaklar teng bo‘lsa, u holda bu uchburchak teng yonli uchburchak (ya’ni, $\angle B = \angle A$) bo‘lishi geometriya kursidan ma’lum.

Agar A mulohazadan B mulohaza kelib chiqsa, B mulohazadan A mulohaza kelib chiqsa, u holda A va B mulohazalar *teng kuchli mulohazalar* deyiladi.

Bu ta’rifga ko‘ra, «uchburchak teng yonli» va «uchburchakning bir tomoniga yopishgan burchaklari teng» mulohazalari teng kuchli mulohazalar bo‘ladi.

«A mulohaza B mulohazaga teng kuchli» mulohazasi «$\Leftrightarrow$» belgidan foydalanib, $A \Leftrightarrow B$ deb yoziladi.

$A \Leftrightarrow B$ yozuv turlicha o'qiladi: a) A mulohaza B mulohazaga teng kuchli; b) B va faqat B bo'lganda, A bo'ladi; d) agar B faqat B bo'lsa, A bo'ladi.

Zarur va yetarli shartlar bilan tanishib o'taylik.

Agar A mulohazadan B mulohaza kelib chiqsa, u holda B mulohaza A mulohaza uchun zarur shart, A mulohaza esa B mulohaza uchun yetarli shart deyiladi.

Agar A va B mulohazalar teng kuchli bo'lsa, u holda A mulohaza B mulohaza uchun zarur va yetarli shart deyiladi va aksincha.

3- misol. A — «x sonining yozuvi 0; 2; 4; 6; 8 raqamlarining biri bilan tugaydi», B — «x soni 2 ga bo'linadi» mulohazasi bo'lsin. Sonning 2 ga bo'linishining biror belgisini yozing.

Y e c h i s h. x sonining yozuvi 0; 2; 4; 6; 8 raqamlarining biri bilan tugashidan, bu sonning 2 ga bo'linishi kelib chiqadi. Teskari da'vo ham o'rinli. Demak, berilgan A va B mulohazalar teng kuchli va ularning har biri ikkinchisi uchun zarur va yetarli shart bo'ladi, ya'ni sonning 2 ga bo'linishi uchun bu sonning yozuvi 0; 2; 4; 6; 8 raqamlarining biri bilan tugashi zarur va yetarli.

4- misol. Surxondaryo viloyatida oltita pedagogika kolleji, Toshkent viloyatida esa undan uchta ko'p pedagogika kolleji bor bo'lsin. Ikkala viloyatda nechta pedagogika kolleji bor?

Y e c h i s h. Ikkala viloyatda hammasi bo'lib nechta pedagogika kolleji borligini birdaniga aytish qiyin, chunki Toshkent viloyatida nechta pedagogika kolleji borligini bilish kerak. Demak, «kerak» va «mumkin» so'zlarini to'g'ri qo'llay bilish matematikani o'rganishda «zarur» va «yetarli» so'zlaridan foydalanishda qo'l keladi.

Matematikani o'rganishda teoremalar deb ataluvchi jumlalar bilan ishlashga to'g'ri keladi. Ular mazmunan xilma-xil bo'lishiga qaramasdan, ularning hammasi isbotlashni talab qiladigan fikrlardir.

Bizga ma'lum bo'lgan matematik mantiq tushunchalaridan foydalanib, teoremaning tuzilishini aniqlashga harakat qilaylik. Masalan, «Agar nuqta burchak bissektrisasida yotsa, u burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan bo'ladi». Bu teoremaning sharti «nuqta burchak bissektrisasida yotadi» va xulosasi «nuqta burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan».

Teoremaning isboti bu fikrlar ketma-ketligi bo‘lib, u qaralayotgan nazariyaning aksiomalariga yoki avvalroq isbot qilingan teoremalarga asoslanadi.

1- teorema. *Rombning diagonallari o‘zaro perpendikular.*

Agar to‘rtburchak romb bo‘lsa, uning diagonallari perpendikular bo‘lishi ma’lum.

Z a r u r i y s h a r t: to‘rtburchak romb bo‘lishi uchun uning diagonallari perpendikular bo‘lishi zarur.

Y e t a r l i s h a r t: to‘rtburchak diagonallari perpendikular bo‘lishi uchun uning romb bo‘lishi yetarli.

2- teorema. *Agar sonning raqamlari yig‘indisi 9 ga bo‘linsa, sonning o‘zi ham 9 ga bo‘linadi.*

Teskari teorema. *Agar son 9 ga bo‘linsa, uning raqamlari yig‘indisi ham 9 ga bo‘linadi.* Teskari teorema to‘g‘ri bo‘lgani uchun bu ikki teoremani bittaga birlashtirish mumkin: son 9 ga bo‘linishi uchun uning raqamlari yig‘indisi 9 ga bo‘linishi zarur va yetarli.

Teoremalardan tashqari, isbotsiz qabul qilinadigan jumlalar, aniqrog‘i, isbot talab qilmaydigan jumlalar mavjud. Masalan, paxta oq rangda, to‘g‘ri chiziq tekislikni ikkita yarim tekislikka ajratadi, ixtiyoriy to‘g‘ri chiziq uchun unga tegishli bo‘lgan va tegishli bo‘lmagan nuqtalar mavjud va hokazo. Bunday jumlalar aksiomalar deyiladi. «Aksioma» so‘zi grekchadan olingan bo‘lib, «to‘g‘riligini tan olish» ma’nosini anglatadi.

5- misol. «Agar burchaklar vertikal burchaklar bo‘lsa, u holda ular teng burchaklar bo‘ladi» teoremasiga teskari teorema yozing. Turli teoremalar yozish mumkinmi?

Y e c h i s h. Berilgan teoremaga teskari teorema: agar burchaklar teng bo‘lsa, u holda ular vertikal burchaklar bo‘ladi, deb yoziladi. Bu yolg‘on fikr.

Berilgan teoremaga qarama-qarshi teorema «agar burchaklar vertikal burchaklar bo‘lmasa, u holda ular teng bo‘lmaydi» deb yoziladi. Bu ham yolg‘on fikr. Bundan tashqari, qarama-qarshisiga teskari teorema «agar burchaklar teng bo‘lmasa, u holda ular vertikal burchaklar bo‘lmaydi» deb yoziladi. Bu rost fikr. Shunday qilib, har doim $A \Leftrightarrow B$ teorema rost bo‘lganda, $B \Leftrightarrow A$ teorema rost va, aksincha, bo‘lishidan darak beradi.

Mashqlar

1. O‘quvchi $3+5=8$, $9+5=14$, $11+17=28$ tengliklarni hosil qilib, quyidagicha xulosa chiqaradi: ixtiyoriy ikkita toq sonning yig‘indisi juft son bo‘ladi. Bu xulosa to‘g‘rimi? Yig‘indisi juft son bo‘ladigan ikkita toq son o‘ylab topa olasizmi? Sizning javobingiz bunday ikkita toq son mavjud emasligini isbotlay oladimi?
2. Quyida keltirilgan A va B jumlalar kelib chiqishlik munosabatida bo‘lish-bo‘lmasligini aniqlang: A — «x soni 3 ga karrali»; B — «to‘rtburchakning diagonallari teng»; B — «x 5 ga karrali son»; A — «uchburchak to‘g‘ri burchakli uchburchakdir»; B — «uchburchak teng yonli uchburchakdir».
3. «Demak» so‘zi to‘g‘ri qo‘llanilganmi: $10a$ natural son, demak, $15a$ ham natural son; $a-4$ musbat son; $a-1$ musbat son.
4. Matematika kursidan biror teoremani olib, sharti, xulosasi va tushuntirish qismini ajratib ko‘rsating.
5. Biror teoremani to‘g‘ri teorema deb qabul qilib, unga teskari, qarama-qarshi, teskarisiga qarama-qarshi teoremalarni tuzing va ularning to‘g‘ri yoki noto‘g‘riligini aniqlang.
6. «Agar son 4 ga bo‘linsa, u holda u 2 ga bo‘linadi» jumlasining rost ekani ma’lum. Uni «zarur» va «yetarli» so‘zlaridan foydalanib ifodalang.
7. Quyidagi jumlalardan qaysilarini «zarur» va «yetarli» so‘zlaridan foydalanib qayta ifodalash mumkin: har qanday teng tomonli uchburchak teng yonli uchburchak bo‘ladi; har qanday to‘g‘ri burchakli uchburchak teng yonli uchburchak bo‘ladi?
8. Quyidagi jumlalarni «agar ... bo‘lsa, u holda ... bo‘ladi», «har qanday», «kelib chiqadi» so‘zlaridan foydalanib, qayta ifodalang: son 10 ga bo‘linishi uchun uning yozuvi nol bilan tugashi zarur; $2a$ butun son bo‘lishi uchun a ning butun son bo‘lishi yetarli.
9. Quyidagi fikrlardan qaysilari rost fikrlar: son 2 ga bo‘linishi uchun uning nol bilan tugashi zarur; son 3 ga bo‘linishi uchun 6 ga bo‘linishi yetarli; son 10 ga bo‘linishi uchun uning 2 ga va 5 ga bo‘linishi zarur va yetarli; son 15 ga bo‘linishi uchun uning 5 ga bo‘linishi zarur; son 100 ga bo‘linishi uchun uning 10 ga bo‘linishi yetarli.

10. Quyidagi teoremalarning har birida shart va xulosani ajrating: agar uchburchakning hamma tomonlari teng bo‘lsa, u holda uning hamma burchaklari ham teng bo‘ladi; ikkita juft sonning yig‘indisi juft son; agar son 3 va 4 ga karrali bo‘lsa, u 12 ga karrali bo‘ladi; ayirma berilgan songa bo‘linishi uchun kamayuvchi va ayriluvchi shu songa bo‘linishi yetarli; a va b natural sonlar ayirmasi natural son bo‘lishi uchun $a > b$ bo‘lishi zarur va yetarli.

11. «To‘rtburchakning parallelogramm bo‘lishi uchun uning qarama-qarshi tomonlari teng bo‘lishi zarur» teoremasi berilgan. Bu teoremada shart va xulosani ajrating va: kelib chiqadi; har qanday; yetarli so‘zlarini qo‘llab, uni qayta ifodalang.

12. Quyidagi teoremalardan qaysilari «har qanday to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘ladi» teoremasiga teng kuchli: agar to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lmasa, u holda bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lmaydi; agar to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lsa, u holda bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘ladi; to‘rtburchakning diagonallari teng bo‘lishi uchun bu to‘rtburchak to‘g‘ri to‘rtburchak bo‘lishi yetarli.

4- §. MATEMATIK ISBOTLAR. TO‘LIQMAS INDUKSIYA, DEDUKSIYA, ANALOGIYA. ALGORITM TUSHUNCHASI VA UNING XOSSALARI

Agar $n^2 + n + 41$ ifodada n o‘rniga 1, 2, 3, 4 va hokazo sonlar qo‘yilsa, masalan, $n = 1$ da ifodaning qiymati tub son 43 ga teng, $n = 2$ da ifodaning qiymati tub son 47 ga teng, $n = 3$ da ifodaning qiymati tub son 53 ga teng va hokazo bo‘ladi.

Olingan natijalarga suyangan holda ixtiyoriy natural n da $n^2 + n + 41$ ifodaning qiymati tub son bo‘ladi, deb xulosa chiqarish mumkin bo‘ladi.

Ma’lumki, 15 soni 5 ga bo‘linadi, 25 soni 5 ga bo‘linadi, 35 soni 5 ga bo‘linadi, 95 soni 5 ga bo‘linadi. Bularni hisobga olib, 5 raqami bilan tugaydigan ixtiyoriy son 5 ga bo‘linadi, deb xulosa chiqarsak bo‘ladi. Bir qator xususiy hollar asosida umumiy xulosa chiqardik. Bunday mulohaza to‘liqsiz induksiya bo‘ladi.

To‘liqsiz induksiya natijasida olingan xulosalar rost ham, yolg‘on ham bo‘lishi mumkin. Masalan, 5 raqami bilan tugaydigan sonning 5 ga bo‘linishi haqidagi xulosa rost va ixtiyoriy natural n da $n^2 + n + 41$ ifodaning qiymati tub son bo‘ladi, degan da’vo esa yolg‘on. Haqiqatan ham, agar $n = 41$ bo‘lsa, $41^2 + 41 + 41 = 41^2 + 2 \cdot 41 = 41 \cdot (41 + 2) = 41 \cdot 43$ hosil bo‘ladi, aniqrog‘i $n^2 + n + 41$ ifodaning qiymati murakkab son bo‘lib chiqadi.

Mulohazalar tahlilida asos tushunchasi muhim ahamiyatga ega.

1- misol. 5 va 6 sonlari orasida «kichik» munosabatini o‘rnating.

Y e c h i s h. Sanoqda 5 soni 6 sonidan oldin aytilgani uchun 5 kichik 6. Chunki: agar a soni sanoqda b sonidan oldin aytilsa, u holda a kichik b; 5 soni sanoqda 6 dan oldin aytiladi. Birinchi jumla ixtiyoriy a va b sonlari uchun o‘rinli va umumiy asos deyiladi. Ikkinchi jumla esa aniq 5 va 6 sonlariga tegishli va xususiy asos deyiladi. Ikki asos natijasida olingan natija xulosa deb ataladi.

Asos bilan xulosa orasidagi kelib chiqishlik munosabati o‘rinli bo‘ladigan mulohaza *deduktiv mulohaza* deyiladi.

Mulohazada asos ham, xulosa ham rost bo‘lsa, uni deduktiv deb qarash mumkin. Masalan, umumiy asos «agar natural son 4 ga karrali bo‘lsa, u holda u 2 ga karrali bo‘ladi» bo‘lsa, xususiy asos 12 soni 2 ga karrali va xulosa 12 soni 2 ga karrali bo‘ladi.

Shunday qilib, bilish jarayonida deduktiv va induktiv mulohazalar o‘zaro bog‘langan bo‘lib chiqadi.

Induktiv mulohazalar har doim to‘g‘ri xulosalarga olib kelavermaydi ham, lekin matematika va boshqa fanlarni o‘rganishda ularning roli juda katta. Induktiv mulohazalar yuritish davomida xususiy hollarda umumiylikni ko‘ra bilish, o‘z taxminlarini ayta olish malakalari shakllanadi.

Pedagogika kollejlarida to‘liqsiz induktiv xulosa tez-tez qo‘llaniladi. Odatda, barcha umumiy qonuniyatlar bu yerda induktiv yo‘l bilan keltirilib chiqariladi. Qo‘shish va ko‘paytirishning o‘rin almashtirish qonuni $0 + a = a$, $1 \cdot a = a$, $a : 1 = a$, $0 \cdot a = 0$ tengliklar va boshqa qonuniyatlar shunday asoslanadi.

Pedagogika kollejlarida to‘liqsiz induktiv xulosadan tashqari analogiya bo‘yicha (taqqoslab) xulosa chiqarishdan keng foydalaniladi, bunda bilimlarni o‘rganilgan obyektlarga ko‘chirish amalga oshiriladi. Ko‘chirish uchun bu obyektlarning o‘xshashlik va farq qilishi alomatlari (belgilari) haqidagi bilimlar asos bo‘lib xizmat qiladi. Analogiya matematik induksiyani rivojlantirish imkonini beradi, u fanni chuqur o‘zlashtirishga imkon beruvchi muhim manba bo‘ladi.

Biroq shuni unutmaslik kerakki, analogiya bo‘yicha hosil qilingan xulosalar rost bo‘lishi ham, yolg‘on bo‘lishi ham mumkin. Analogiya bo‘yicha hosil qilingan xulosalar deduktiv metod bilan isbot qilinishi kerak.

Algoritm — bajariladigan ishning tartibini belgilash.

Algoritm tushunchasi matematik tushunchalardan bo‘lib, matematikaning «Algoritmlar nazariyasi» deb ataluvchi maxsus bo‘limining tadqiqot obyekti hisoblanadi.

Algoritm biror jarayonni aniq tasvirlash va uni bajarish uchun ko‘rsatmadir. «Algoritm» so‘zi IX asrda yashagan O‘rta osiyolik matematik al-Xorazmiyning ismini Yevropa tillariga tarjima qilish natijasida kelib chiqqan. Al-Xorazmiy arifmetik amallarni bajarish qoidasi (algoritm)ni ko‘rsatib bergan.

Algoritmlashtirishning vazifasi algoritmlarni tuzish (yozish)ga o‘rgatishdan iborat bo‘lib, bajaruvchi (odam, robot, EHM) algoritmlarni bajarish qoidasiga rioya qilgan holda yagona natijaga erishmog‘i lozim. Bu esa algoritmlarni yozish qoidasiga ba’zi talablar qo‘yadi. Bular quyidagi xossalar ko‘rinishida ifodalanadi:

Aniqlik xossasi. Algoritm ko‘rsatmalari bir ma’noli bo‘lishi zarur. Algoritm bajariladigan amallarning zarur ketma-ketligini aniq belgilab beradi. Algoritmning amalga oshish jarayoni konkret hisobchiga bog‘liq bo‘lmaydi.

Ommaviylik xossasi. Algoritmning boshlang‘ich ma’lumotlarning ruxsat etilgan ixtiyoriy qiymatlarida yaroqli bo‘lishi zarur.

Natijaviylik xossasi. Izlanayotgan natijani boshlang‘ich ma’lumotlarning ruxsat etilgan qiymatlari uchun chekli sondagi yetarlicha raqamlardan so‘ng olishi mumkin bo‘lishi kerak.

1- misol. Nargiza qovurma kartoshkani xush ko‘radi. Onasining bajargan ishini tartib bilan joylashtiring:

a) kartoshkani tuzladi;
b) qizitilgan yog‘ga kartoshkani tashladi;
d) gaz pechkani yoqdi;
e) kartoshkani artdi;
f) magazindan kartoshka va yog‘ sotib oldi;
g) yog‘ni qozonga quydi va gazga qo‘ydi;
h) gazni o‘chirdi va kartoshkani likopchaga suzdi.

Mashqlar

1. Quyidagi mulohazalarning har birida umumiy asosni, xususiy asosni va xulosani ajrating: agar uchburchak teng yonli bo‘lsa, u holda uning asosidagi burchaklari teng bo‘ladi; har qanday teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng; *ABC* uchburchakning asosidagi burchaklari teng emas, demak, *ABC* teng yonli uchburchak emas; har qanday teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng bo‘ladi; *ABC* teng yonli uchburchak emas, demak, uning asosidagi burchaklari teng bo‘lmaydi.

2. Karim 5 ta yong‘oq topdi, Olim esa 3 ta yong‘oq topdi. Karim nechta ko‘p yong‘oq topdi?
Masalani yechishda amallar tanlashni asoslash tavsiya etilgan edi. Bir o‘quvchi bunday qildi: «Bu masalada 5 soni 3 dan nechta ko‘p ekanligini bilish kerak. Shuning uchun 5 dan 3 ni ayirish kerak». Boshqa o‘quvchi bunday asoslashni tavsiya etdi: «Bir soni ikkinchisidan nechta ko‘p ekanini aniqlashni talab etadigan hamma masalalar ayirish bilan yechiladi. Bu masalani 5 soni 3 dan nechta ko‘p ekanini bilish kerak. Demak, masalaning savoliga javob berish uchun 5 dan 3 ni ayirish kerak». O‘tkazilgan mulohazalar to‘g‘rimi? Ular bir-biridan nima bilan farq qiladi?

3. Mulohazani shunday tuzingki, natijada u to‘g‘ri bo‘lsin: agar sonning raqamlari yig‘indisi 3 ga bo‘linsa, u holda son 3 ga bo‘linadi; 327 sonining raqamlari yig‘indisi 3 ga bo‘linadi, demak ... ; agar sonning raqamlari yig‘indisi 3 ga bo‘linsa, u holda son 3 ga bo‘linadi; *m* soni 3 ga bo‘linmaydi, demak ... ; agar son 18 ga bo‘linsa, u holda u 6 ga bo‘linadi; agar son 6 ga bo‘linsa, u holda u 3 ga bo‘linadi, demak ... .

4. Quyidagi mulohazalar deduktivmi: III sinfning hamma a’lochilari sport bilan shug‘ullanadi; III sinf o‘quvchisi Salim a’lochi; demak Salim sport bilan shug‘ullanadi; III sinfning hamma a’lochilari sport bilan shug‘ullanadi. III sinf o‘quvchisi Vali sport bilan shug‘ullanmaydi; demak u a’lochi emas; III sinfning hamma a’lochilari sport bilan shug‘ullanadi. III sinf o‘quvchisi Lola a’lochi emas; demak u sport bilan shug‘ullanmaydi; III sinfning hamma a’lochilari sport bilan shug‘ullanadi. III sinf o‘quvchisi Ra’no sport bilan shug‘ullanadi; demak, u a’lochi?

5. Quyidagi har bir mulohazada umumiy asosni tiklang: 12 natural son, demak, u musbat; ABC uchburchak teng tomonli uchburchak, demak, u teng yonli uchburchak; 188 soni 9 ga bo‘linmaydi, demak, uning raqamlari yig‘indisi 9 ga bo‘linmaydi.

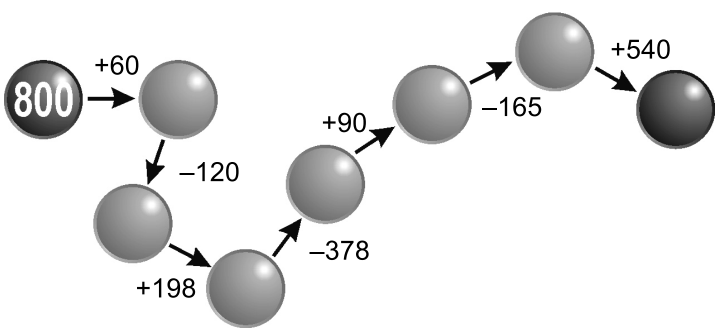
6. Quyidagi jumlalarning tuzilishini tahlil qiling: ba’zi toq sonlar 9 ga bo‘linadi; har qanday to‘g‘ri to‘rtburchakning diagonallari teng; birinchi o‘nlikdagi sonlardan aqalli bittasi murakkab son; ketma-ket keluvchi ixtiyoriy ikkita natural sonning ko‘paytmasi 2 ga karralidir.

7. Quyidagi fikrlarni isbotlang yoki rad eting: ixtiyoriy to‘rtburchakning diagonallari teng; ba’zi toq sonlar 4 ga bo‘linadi; 7 ga karrali juft sonlar mavjud; barcha to‘g‘ri to‘rtburchaklar ko‘pburchaklardir.

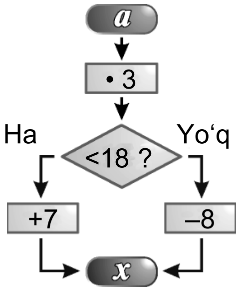
8. Fikrlarning rostligini to‘la induksiyadan foydalanib isbotlang: barcha bir xonali natural sonlar tenglamaning yechimi bo‘ladi; 4 dan katta, lekin 20 dan kichik har bir juft natural sonni ikkita tub sonning yig‘indisi ko‘rinishida ifodalash mumkin.

9. Avtobusda 32 ta yo‘lovchi bor. Har bir bekatda 6 kishi tushib, 4 kishi chiqdi. Uch bekatdan so‘ng avtobusda nechta yo‘lovchi bo‘lgan?

10. Amallarni bajaring:

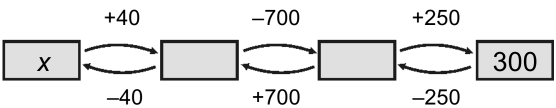


11. Quyidagi algoritm bo‘yicha amallarni bajaring:



a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	10				22	10			19

12. Rasmdan foydalanib masala tuzing:



13. Maktabga borish yo‘lingizning algoritmini tuzing.

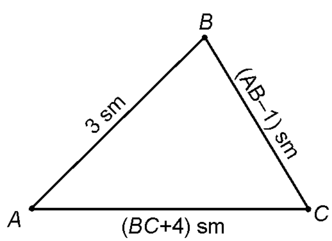
14. Hisoblang:

$7902 : 3 + 1765 = \square$; $126 \cdot 12 - 1007 = \square$;
$1876 + 1440 : 12 = \square$; $6250 : 25 - 30 \cdot 5 = \square$.

15. Jadvalni to‘ldiring:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2 \cdot a + a$	3									
$a \cdot 4$								32		

16. Uchburchakning bir tomoni 3 sm, ikkinchisi birinchisidan 1 sm qisqa, uchinchi tomoni esa ikkinchisidan 4 sm uzun. Uchburchakning perimetrini toping.



17. Choy damlash algoritmini to‘g‘ri tuzing:

a) choy damlanadigan choynakka qaynagan suv quying;
b) suvni qaynating;
d) damlangan choynakni maxsus yopqich bilan yoping;

e) choy damlanadigan choynakni qaynoq suv bilan chaying;
f) choynakka quruq choy soling;
g) quruq choy tayyorlang.

18. Jasurda a kitob, Sheralida b kitob, Shuhratda esa c kitob bor. Ushbu

a) $a + b$; d) $a + c$; f) $a \cdot c$;
b) $b + c$; e) $a + b + c$; g) $b \cdot c$.

ifodalar nimani bildiradi? Bu ifodaning qiymatini $a = 12$, $b = 10$, $c = 7$ bo‘lganda toping.

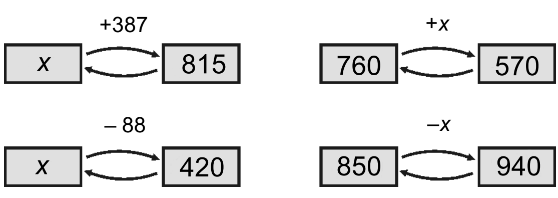
19. $+\begin{array}{r}1475\\ \underline{1398}\end{array}$ va $+\begin{array}{r}1402\\ \underline{1279}\end{array}$ ni bajaring va natijalardan foydalanib,

quyidagilarni og‘zaki hisoblang:

a) $1476 + 1398 = \boxed{\quad}$; h) $1402 - 1280 = \boxed{\quad}$;
b) $1475 + 1399 = \boxed{\quad}$; i) $1403 - 1279 = \boxed{\quad}$;
d) $1476 + 1397 = \boxed{\quad}$; j) $1403 - 1280 = \boxed{\quad}$;
e) $1575 + 1398 = \boxed{\quad}$; k) $1602 - 1279 = \boxed{\quad}$;
f) $1873 - 1475 = \boxed{\quad}$; l) $1402 - 1123 = \boxed{\quad}$;
g) $1873 - 1398 = \boxed{\quad}$; m) $1279 - 1123 = \boxed{\quad}$.

20. Yoqilg‘i quyish shoxobchasida 500 litr yoqilg‘i bor. 6 ta «Tiko» va 5 ta «Neksiya» mashinasiga yoqilg‘i quyildi. Agar har bir «Tiko» mashinasiga 20 litrdan va har bir «Neksiya» mashinasiga 26 litrdan yoqilg‘i quyilgan bo‘lsa, shoxobchada necha litr yoqilg‘i qolgan?

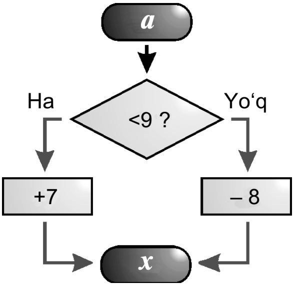
21. Rasmdan foydalanib tenglamani yeching:



22. Eng qulay usulda hisoblang:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 19 + 20 = \boxed{\quad}.$$

23. Quyidagi algoritm bo‘yicha jadvalni to‘ldiring:



a	5	8	10	11	14	16	17	18	20
x			2						

5- §. TO‘PLAM TUSHUNCHASI

To‘plam matematikaning asosiy tushunchalaridan biri. Uni misollar asosida o‘rganamiz. Shu o‘rinda pedagogika kolleji talabalari to‘plami, $x + 1 > 0$ tengsizlikning yechimlari to‘plami, auditoriyadagi stullar to‘plami haqida gapirish mumkin. Hayotda to‘plam so‘zi o‘rniga maxsus so‘zlar qo‘llanilishi mumkin, masalan, suruv, gala, poda va hokazo.

To‘plamni tashkil etuvchi har qanday obyekt uning *elementlari* deyiladi. Masalan, 3 soni natural sonlar to‘plamining elementi, 4-aprel esa aprel oyining to‘rtinchi kuni.

To‘plam va uning elementi orasidagi munosabat «tegishli» so‘zi bilan ifodalanadi. 3 sonini natural sonlar to‘plamiga tegishli deyish mumkin.

To‘plamlar va ularning elementlari to‘g‘risida turli mulohazalarni qisqacha yozuv bilan, aniqrog‘i belgilar bilan almashtirish mumkin. Odatda, to‘plamni lotin alifbosining bosh harflari bilan, uning elementlarini kichigi bilan, tegishli so‘zi «$\in$» belgi bilan yoziladi.

a element A to‘plamga tegishli, mulohazasi $a \in A$ deb yoziladi. a element A to‘plamga tegishli emas, mulohazasi $a \notin A$ (yoki $\overline{\in}$) deb yoziladi. Masalan, A to‘plamning ayrim elementlari uchun $16 \in A$, $328 \in A$, $17 \notin A$, $1\frac{2}{3} \notin A$ mulohazalar rost bo‘ladi. Ayrim sonli to‘plamlar uchun maxsus belgilar mavjud. Masalan, barcha natural sonlar to‘plami N, butun manfiy bo‘lmagan sonlar to‘plami Z_0, barcha butun sonlar to‘plami Z, barcha ratsional sonlar to‘plami Q va barcha haqiqiy sonlar to‘plami R bilan belgilanadi.

To‘plam elementlari chekli va cheksiz bo‘lishi mumkin. Masalan, o‘qitiladigan fanlar to‘plami chekli, lekin to‘g‘ri chiziqdagi nuqtalar to‘plami cheksiz.

To‘plam bitta elementdan iborat bo‘lishi mumkin, masalan, «shar» so‘zidagi unli tovushlar to‘plami bitta «*a*» harfidan iborat.

Matematikada bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plamlar ham qaraladi. Uni *bo‘sh* to‘plam deyiladi va «$\varnothing$» deb belgilanadi.

Bo‘sh to‘plamga auditoriyadagi Zulfiya mukofoti sovrindori to‘plami (agar sovrindor bo‘lmasa) misol bo‘ladi.

Agar biror obyekt haqida to‘plamga tegishli yoki tegishli emas deb aytish mumkin bo‘lsa, to‘plam berilgan hisoblanadi.

To‘plamni barcha elementlarini yozish orqali berish mumkin.

Masalan, to‘plam agar *a, b, c, d* dan iborat bo‘lsa, $A = \{a; b; c; d\}$ deb yoziladi.

To‘plamni uning elementini xarakterlovchi xossasi orqali berish ham mumkin. Masalan, 5 dan kichik natural sonlar to‘plami $M = \{1; 2; 3; 4\}$ yoki $M = \{x \mid x \in N$ va $x < 5\}$ deb yozish mumkin.

Agar A va B to‘plamlar bir xil elementlardan tuzilgan bo‘lsa, ular teng to‘plamlar hisoblanadi va $A = B$ deb yoziladi.

Masalan, $A = \{1^2; 2; 3; 2^2; 5; 6\}$ va $B = \{1; \sqrt{4}, \sqrt{9}; \frac{8}{2}; \sqrt{25}; 7-1\}$ bo‘lsa, u holda $A=B$, chunki har ikkala to‘plam 1, 2, 3, 4, 5, 6 sonlardan iborat.

A — auditoriyadagi talabalar to‘plami, B esa auditoriyadagi o‘g‘il bolalar to‘plami bo‘lsin. B to‘plam A to‘plamning qismini tashkil etadi. Umuman, faqat va faqat B ning barcha elementlari A to‘plamga tegishli bo‘lsa, B to‘plam A to‘plamning *to‘plam osti* bo‘ladi va $B \subset A$ deb yoziladi. Bundan har qanday to‘plamning o‘zini to‘plam ostisi bo‘ladi deyish to‘g‘ri bo‘ladi. Umuman, agar $B \subset A$ va $A \subset B$ bo‘lsa, $B = A$ kelib chiqadi, deb xulosa qilish mumkin. Bundan tashqari, agar $A \subset B$ va $B \subset C$ bo‘lsa, unda $A \subset C$ bo‘ladi.

To‘plamlardan tushunchalarni ta’riflashda foydalaniladi. Masalan, nuqtalar to‘plami geometrik figura deyiladi. Shuning uchun kesma, nur, to‘rtburchak, uchburchak geometrik figuralar bo‘ladi. *AB* kesma *AB* to‘g‘ri chiziqning qismi bo‘ladi.

Mashqlar

1. To‘plamga misollar keltiring.

2. To‘plamlarning uchta elementini ayting: pedagogika bilim yurtlarida o‘rganiladigan fanlar to‘plami; o‘zbek yangi alifbosidagi jarangli undosh tovushlar to‘plami; natural sonlar to‘plami.

3. To‘plamlarni turlicha usullar bilan o‘qing:

$12 \in X$; $\quad -3 \notin X$.

4. B juft sonlar to‘plami. Buni bilgan holda, quyidagi jumlalarni simvollar yordamida yozing: 20 juft son; 12 toq son emas.

5. Quyidagi fikrlarni o‘qing va ular orasidan rostlarini aniqlang:

a) $100 \in N$; e) $102 \notin R$; h) $-7 \in R$;

b) $-8 \in Z$; f) $5{,}36 \in Q$; i) $\sqrt{2} \in Q$.

d) $-8 \in N$; g) $\frac{3}{4} \in N$;

6. Bo‘sh, chekli, cheksiz to‘plamlarga misol keltiring.

7. $2x - y = 3$ tenglama berilgan. Mazkur tenglamaning bir nechta yechimini yozing. Har bir yechim nimani ifodalaydi? (4;5) juftlik berilgan tenglamaning yechimi bo‘ladimi? (5;4) juftlik-chi?

6- §. TO‘PLAMLAR USTIDA AMALLAR

$A = \{a;\ b;\ c;\ d\}$ va $B = \{c;\ d;\ e\}$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Bir vaqtda A va B ga tegishli bo‘lgan elementlardan tuzilgan $P = \{c;\ d\}$ to‘plam to‘plamlarning *kesishmasi* bo‘ladi, bu $A \cap B$ deb yoziladi, $\cap$ belgi to‘plamlarning kesishishini bildiradi.

Agar A va B to‘plamlar umumiy elementlarga ega bo‘lmasa, ular kesishmaydi va $A \cap B = \varnothing$ deb yoziladi. Bundan tashqari, har qanday A, B va C to‘plamlar uchun:

$$(A \cap B) = B \cap A;$$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C).$$

Agar $A \subset B$ bo‘lsa, unda $A \cap B = A$ bo‘ladi. Xususiy holda $A \cap A = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$, $A \cap J = A$, universal to‘plam ($J = A$) kelib chiqadi.

A va B to‘plamlarning hech bo‘lmaganda biriga tegishli bo‘lgan elementlardan iborat bo‘lgan to‘plam ularning *birlashmasi* bo‘ladi va $A \cup B$ deb belgilanadi, bunda «$\cup$» — birlashma belgisi. Masalan, $A = \{m;\ n;\ p;\ k;\ l\}$ va $B = \{p;\ r;\ s;\ n\}$ to‘plamlarning birlashmasi $A \cup B = \{m;\ n;\ p;\ k;\ l;\ r;\ s\}$ bo‘ladi.

A — pedagogika kolleji I kurs talabalari, B — II kurs talabalari bo‘lsin. Unda $A \cup B$ to‘plamga I kurs yoki II kurs talabalari kirishi mumkin. Ular orasida I kurs talabalari yoki II kurs talabalari yoki I va II kurs talabalaridan iborat bo‘lishi mumkin.

Xossalari:

1) har qanday A va B to'plamlar uchun $A \cup B = B \cup A$ (kommutativlik) bo'ladi;

2) har qanday A, B va C to'plamlar uchun $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ bo'ladi;

3) agar $B \subset A$ bo'lsa, unda $A \cup B = A$ bo'ladi. Xususiy holda $A \cup A = A$, $A \cup \varnothing = A$, $A \cup J = J$ bo'ladi;

4) har qanday A, B va C to'plamlar uchun

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

tengliklar o'rinli.

B to'plam A ning qismi bo'lsin. B ga tegishli bo'lmagan A to'plamning elementlaridan iborat to'plam B ni A ga to'ldiruvchi bo'ladi va B'_A deb belgilanadi.

A deb I kurs talabalari to'plami, B deb I kurs qiz bolalar to'plami olinsa, B'_A to'plam o'g'il bolalar to'plami bo'ladi.

1- misol. $A = \{2; 3; 4\}$ to'plamning barcha qism to'plamlarini yozing.

Yechish. Bir elementli qism to'plamlari $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, ikki elementli qism to'plamlari $\{2; 3\}$, $\{2; 4\}$, $\{3; 4\}$, shuningdek, A to'plamning o'zi, ya'ni $\{2; 3; 4\}$ va bo'sh to'plam $\varnothing$ ga misol bo'ladi. Shunday qilib, berilgan A to'plam 8 ta qism to'plamga ega ekan.

2- misol. 5 va 3 sonlaridan foydalanib, qism to'plamning to'ldiruvchisi masalasining mohiyatini tushuntiring.

Yechish. 5 ta daftar olamiz va 3 tasini ajratib, qolganini sanaymiz. Demak, 2 ta daftar qoladi. Bundan, umumiy holda a ta elementga ega bo'lgan berilgan to'plamdan b ta elementga ega bo'lgan qism to'plam chiqarib tashlanyapti va to'plamning qolgan qismida $a - b$ ta element bo'ladi.

3-misol. $A = \{1; 2; 3; 5\}$, $B = \{1; 5\}$ bo'lsa, $A \cap B$ ni toping.

Yechish. Ta'rifga ko'ra, $A \cap B = \{2; 3\}$ bo'ladi.

Shuni qayd etish lozimki, N barcha natural sonlar to'plami, Z barcha butun sonlar to'plami, Q barcha ratsional sonlar to'plami, R barcha haqiqiy sonlar to'plami bo'lib, $N \subset Z \subset Q \subset R$ bo'lganligi uchun R to'plami qolgan sonli to'plamlar uchun universal to'plam vazifasini bajaradi.

A va B to'plamlarning ayirmasi B ga kirmagan A ning barcha elementlaridan iborat to'plam bo'ladi va $A \setminus B$ deb belgilanadi.

$A = \{a; b; c; d; e\}$, $B = \{b; d; e; k; f; n\}$ bo'lsa, $A \setminus B = \{a; c\}$ bo'ladi.

4- misol. Quyidagilarning to‘g‘riligiga osongina ishonch hosil qilish mumkin:

A barcha juft sonlar to‘plami $A = \{a \mid a = 2n,\ n \in N\}$, B barcha toq sonlar to‘plami $B = \{b \mid b = 2n - 1, n \in N\}$ bo‘lsa, $A \cup B = N$ bo‘ladi;

$A = \{a \mid 4 \le a \le 14,\ a \in R\}$, $B = \{b \mid 10 < b < 19,\ b \in N\}$ bo‘lsa, $A \cap B = \{x \mid 11 \le x \le 14,\ x \in N\}$ bo‘ladi;

$A = \{a \mid,\ |a| < 4,\ a \in R\}$, $B = \{b \mid,\ |b| \le 2,\ a \in R\}$. $A \cup B = \{x \mid -4 < x < -2\ \cup\ 2 < x < 4\}$;

Agar $B \subset A$ bo‘lsa, $A \cup B = B'_A$ ko‘rinishda belgilanadi va B to‘plamning A to‘plam to‘ldirmasi bo‘ladi;

A va B to‘plamlarning 1- elementi A to‘plamdan, 2- elementi B to‘plamdan olingan $(a;\ b)$ ko‘rinishdagi barcha tartiblangan juftliklar to‘plamiga A va B ning dekart ko‘paytmasi deyiladi va $A \cdot B$ yoki $A \times B$ ko‘rinishda belgilanadi. $A \times B = \{(a;\ b) \mid a \in A$ va $b \in B\}$. Agar $A = \{2; 3; 4; 5\}$, $B = \{a; b; c\}$ bo‘lsa, $A \times B = \{(2; a), (2; b), (2; c), (3; a), (3; b), (3; c), (4; a), (4; b), (4; c), (5; a), (5; b), (5; c)\}$ bo‘ladi.

Mashqlar

1. Ikki to‘plam orasida qanday munosabatlar bo‘lishi mumkin?
2. Qism, teng to‘plamlarga misollar keltiring.
3. To‘plamlar ustida amallar xossalarini ayting va izohlang.
4. To‘plamlar dekart ko‘paytmasiga ta’rif bering. Dekart ko‘paytma kommutativlik xossasiga ega bo‘lmasligini tushuntiring.
5. To‘plamlarni qism to‘plamlarga ajratishning qaysi holida sinflarga ajratish deyiladi?
6. To‘plamni sinflarga ajratishga misol keltiring.
7. To‘plamni bitta, ikkita, uchta xossaga ko‘ra sinflarga ajratishda hosil bo‘ladigan sinf elementlarini ta’riflang.

7- §. IKKI TO‘PLAM ELEMENTLARI ORASIDAGI MOSLIK. BINAR MUNOSABATLAR VA ULARNING XOSSALARI

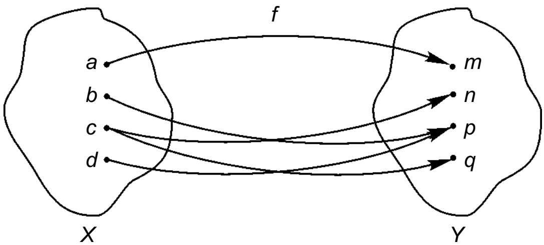
Moslik lotin alifbosining *f, g, t, s* kabi harflari bilan belgilanadi.

Sizga ma’lum bo‘lgan funksiyalarning hammasi moslik tushunchasiga misol bo‘la oladi.

X to‘plam moslikning birinchi to‘plami deyiladi. X to‘plamning moslikda ishtirok etuvchi elementlar to‘plami *moslikning aniqlanish sohasi* deyiladi.

Y to‘plam moslikning ikkinchi to‘plami deyiladi. Y to‘plamning moslikda qatnashgan elementlari to‘plami *moslikning qiymatlar to‘plami* deyiladi.

2. $G_f \subset X \times Y$ to‘plam moslikning grafigi deyiladi. 2 to‘plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo‘nalishli kesmalar, strelkalar yordamida tasvirlovchi rasmlar moslikning grafi deyiladi. Masalan:



$X = \{a;\ b;\ c;\ d;\ e\}$;
$Y = \{m;\ n;\ p;\ q\}$;
$G_f = \{(a;\ m),\ (b;\ p),\ (c;\ n),\ (c;\ q),\ (d;\ p)\}$.
Aniqlanish sohasi = $\{a;\ b;\ c;\ d\}$
qiymatlar to‘plami α $\{m;\ n;\ p;\ q\}$.

1. Agar f moslikning aniqlanish sohasi birinchi to‘plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik *hamma yerda aniqlangan* bo‘ladi.

Agar f moslikning qiymatlar to‘plami ikkinchi to‘plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik *suryektiv*, agar f moslikda birinchi to‘plamning har bir elementiga ikkinchi to‘plamning bittadan ortiq bo‘lmagan elementi mos kelsa, f moslik *funksional*, agar f moslikda ikkinchi to‘plamning har bir elementiga birinchi to‘plamning bittadan ortiq bo‘lmagan elementi mos qo‘yilgan bo‘lsa, f moslik *inyektiv* diyiladi. Suryektiv va inyektiv moslik bir so‘z bilan *biyektiv* bo‘ladi.

Hamma yerda aniqlangan funksional moslik *akslantirish* bo‘lishini unutmaslik kerak.

X va Y to‘plamlar orasidagi f moslik biyektiv akslantirish bo‘lsa, X va Y to‘plamlar orasida o‘zaro bir qiymatli *moslik o‘rnatilgan* bo‘ladi.

X va Y to‘plamlar orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatilgan bo‘lsa, bu to‘plamlar *teng quvvatli* bo‘ladi.

Barcha natural sonlar to‘plami N ga teng quvvatli to‘plamlar *sanoqli to‘plam*dir.

$X \times X$ ning istalgan G qism to‘plamiga binar munosabat deyiladi. Binar munosabatlar P, Q, R va boshqa lotin harflari bilan belgilanadi. Matematikada binar munosabatlar «=», «<», «>», «≠», «||», «⊥» kabi belgilar orqali beriladi. Masalan: $X = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ to‘plam elementlari orasidagi munosabat P: «$x > y$» berilgan. U quyidagi juftliklar to‘plami orqali ifoda qilinadi: $G = \{(4; 3), (5; 3), (5; 4), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (7; 3), (7;4), (7; 5), (7; 6), (9; 3), (9; 4), (9; 5), (9; 6), (9; 7)\}$.

To‘plamlar o‘rtasida quyidagi munosabatlar bo‘lishi mumkin:

Agar X to‘plamning har bir elementi o‘z-o‘zi bilan R munosabatda bo‘lsa (ya’ni, $x\,R\,x$ bajarilsa), u holda R munosabat X to‘plamda *refleksiv* deyiladi. Masalan, «=», «||», «⊥» munosabatlar refleksivdir.

Agar X to‘plamning birorta ham elementi uchun $x\,R\,x$ bajarilmasa, u holda R munosabat X to‘plamda *antirefleksiv* deyiladi. Masalan, «<», «>», «⊥» munosabatlar antirefleksivdir.

Agar X to‘plamda R munosabat berilgan bo‘lib, $x\,R\,y$ va $y\,R\,x$ shartlar bir vaqtda bajarilsa, R *simmetri*k munosabat deyiladi. Masalan, «||», «⊥», «=» munosabatlar simmetrik munosabatlardir.

Agar X to‘plamda R munosabat uchun $x\,R\,y$ va $y\,R\,x$ ekanligidan $x = y$ ekanligi kelib chiqsa, R *antisimmetrik* munosabat deyiladi. Masalan, «x soni y soniga karrali» munosabati antisimmetrikdir.

Agar X to‘plamda berilgan R munosabat uchun $x\,R\,y$ va $y\,R\,z$ ekanligidan $x\,R\,z$ bajarilishi kelib chiqsa, u holda R munosabat *tranzitiv* deyiladi. Masalan, «=», «>», «<» kabi munosabatlar tranzitivdir.

Har qanday R munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo‘lsa, u holda R *ekvivalentlik* munosabati deyiladi. Masalan, «||», «=», «≅» kabi munosabatlar ekvivalentlik munosabati bo‘ladi. Ekvivalentlik munosabati to‘plamni sinflarga ajratadi.

Agar R munosabat antisimmetrik va tranzitiv bo‘lsa, u holda R tartib munosabati deyiladi. Masalan, «<», «>», «≤», «≥» lar tartib munosabati bo‘ladi.

Agar X va Y to‘plam elementlari orasidagi R munosabatda X to‘plamning har bir elementiga Y to‘plamning bittadan ortiq bo‘lmagan elementi mos kelsa, u holda R *funksional* munosabat yoki funksiya deyiladi.

Agar R munosabat funksional bo‘lsa, u holda uning aniqlanish sohasi funksiyaning *aniqlanish sohasi* deyiladi. Qiymatlar sohasi esa funksiyaning *qiymatlar sohasi* deyiladi.

Agar X va Y to‘plamlar elementlari orasidagi R munosabatda X ning har bir elementiga Y ning faqat bitta elementi mos kelsa, u holda R munosabat X ni Y ga suryektiv akslantirish deyiladi.

Agar akslantirishning qiymatlar sohasi Y to‘plam bilan teng bo‘lsa, akslantirish inyektiv deyiladi.

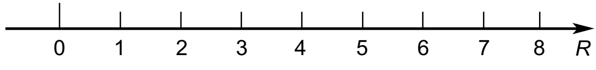
(*Binar* so‘zi — lotincha *bis* so‘zi bo‘lib, ikki degan ma’noni anglatadi.

Mashqlar

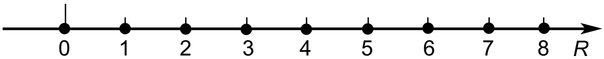
1. $G_f \subset X \times Y$ shartni izohlang.
2. Moslikning berilish usullarini sanang.
3. Moslik turlariga misollar keltiring va ular grafiklarining o‘ziga xos xususiyatlarini ko‘rsating.
4. Uchburchakning o‘rta chizig‘i bilan asosi orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkinmi?
5. Barcha natural sonlar to‘plami bilan barcha ratsional sonlar to‘plami orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkinmi?
6. Chekli to‘plamlarning teng quvvatli bo‘lish shartini ayting.
7. Cheksiz to‘plamlar uchun bu shart qanday?
8. Munosabatni moslikning xususiy holi ekanini tushuntiring.
9. Munosabat xossalarini chizmada aks ettiring.
10. To‘g‘ri chiziqlarning parallelligi ekvivalentlik munosabati bo‘ladimi? Perpendikularligi-chi? Isbotlang.
11. Tekislikdagi uchburchaklar to‘plamida «tengdoshlik» ekvivalentlik munosabatlarini ko‘rsating.

8- §. SONLAR O‘QI

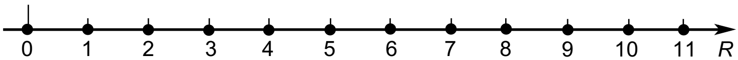
Chapdan o‘ngga qarab nur chizib, nurning boshiga 0 soni yoziladi. Tayin uzunlikka ega bo‘lgan kesma olinadi va nurning boshidan ketma-ket bir, ikki, uch va hokazo marta qo‘yib chiqiladi. Belgilangan nuqtalarga mos sonlar yoziladi.



$N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$ natural sonlar to‘plamini quyidagicha tasvirlaymiz:



$W = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$ butun sonlar to'plamini quyidagicha belgilaymiz:



Sonlar o'qini yasashda quyidagilarni yodda saqlash kerak:

— 0 soni nurning boshiga mos keladi;

— sonlar o'qida teng kesmalar ketma-ket qo'yiladi;

— nurning har bir nuqtasidan nurning boshigacha bo'lgan masofa shu nuqtaga mos kelgan songa teng bo'ladi. Masalan, 4 soni nurning boshidan 4 birlik masofada, 27 soni esa 27 birlik masofada yotadi.

Hayotda har qadamda qandaydir obyektlarni turar joyini aniqlashda sondan foydalaniladi. Masalan, «Matematika kabineti o'ngdan birinchi xona», «Mehmonxona katta yo'ldan 300 m uzoqlikda joylashgan», «Elmurod» firmasi Fayzulla Xo'jayev 36- uyda joylashgan, — deb gapiriladi. Son yordamida nurning har qanday nuqtasini belgilash mumkin. Masalan, rasmda *M* nuqta 4 soni bilan beriladi, chunki *M* nuqta nurning boshidan 4 birlik masofada joylashgan.

M nuqtadan *O* nurning boshigacha bo'lgan masofani aniqlovchi son, *M* nuqtaning *koordinatasi* deyiladi. Rasmda *M* nuqtaning koordinatasi 4 ta teng va bu *M* (4) deb yoziladi. Demak, sonlar o'qini koordinata o'qi desak bo'ladi.

Misol. 1, 2 va 3 raqamlaridan foydalanib, mumkin bo'lgan barcha ikki xonali sonlarni yozing.

Y e c h i s h . Hosil bo'ladigan sonning har biri ikkita raqamdan iborat bo'lib, bunda ularning kelish tartibi muhimdir, masalan, 1 va 2 raqamlaridan ikkita turli 12 va 21 sonlarni hosil qilish mumkin. Shunday qilib, 11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33. *a* va *b* sonlari yordamida tartiblangan (a,b) juftlikni yozish mumkin, bunda *a* juftlikning birinchi koordinatasi (tashkil etuvchisi), *b* element esa uning ikkinchi koordinatasi (tashkil etuvchisi) bo'ladi.

Mashqlar

1. Sonlar o'qida quyidagi nuqtalarni belgilang:

a) $A(12)$, $B(5)$, $C(6)$, $D(-12)$, $E(8; 12)$, bunda $l = 1$ sm;

b) $A\ (-2)$, $B(1)$, $C(2)$, $D(5)$, bunda birlik kesma uchun daftarning 3 ta katakchasi olinsin.

2. «5 soni 1 dan katta» ekanligini tushuntiring.

3. 2 < 7 yozuvni tahlil qiling. Javobingizni asoslang.

4. Nurda $A(2)$ va $B(8)$ nuqtalarni belgilang. Ular orasida necha birlik kesma bor?

5. Ushbu qoida to‘g‘rimi? Sonlar o‘qidagi ikki nuqta orasidagi masofani topish uchun katta koordinatasidan kichigini ayirish kerak.

6. Agar $A = \{0; 2; 4; 6\}$; $B = \{1; 3; 5\}$, bo‘lsa, $A \times B$ dekart ko‘paytmani to‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasida tasvirlang. (2; 3) nuqta hosil qilingan figuraga tegishli bo‘ladimi? (3; 0) nuqta-chi?

7. A to‘plamda 7 ta element bor. Agar $A \times B$ dekart ko‘paytmada 42 ta; 0 ta element bo‘lsa, B to‘plamda nechta element bor?

8. To‘plam kitob va yon daftarchalardan tuzilgan. Agar 20 ta turli kitob va 15 ta turli yon daftarcha bo‘lsa, nechta har xil to‘plam tuzish mumkin?

9. Agar sonlarning yozuvida raqamlar: takrorlansa; takrorlanmasa, 1; 2; 3; 4 raqamlaridan foydalanib, nechta ikki xonali son tuzish mumkin?

10. Agar sonlarning yozuvida 1; 2; 4; 6; 8 raqamlaridan faqat bir martadan foydalanish mumkin bo‘lsa, bu raqamlardan foydalanib, nechta turli to‘rt xonali son yozish mumkin? Ular orasida 2 raqamidan boshlanadigan nechta son bor?

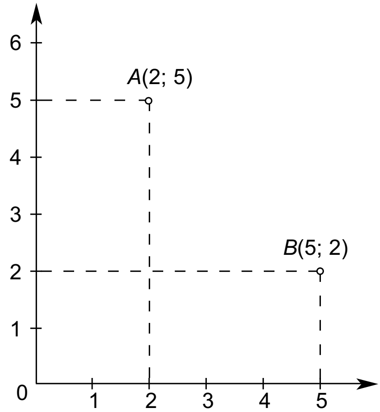
9- §. TEKISLIKDA KOORDINATALAR SISTEMASI

Umumiy uchga ega bo‘lgan, tomonlari koordinata o‘qlaridan iborat to‘g‘ri burchak chizamiz.

Bunday burchak koordinata burchagi deyiladi.

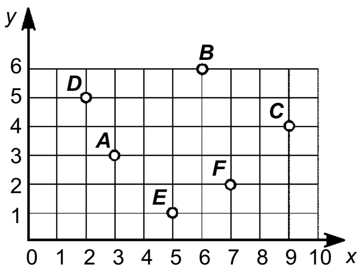
Koordinata burchagining tomonlaridan biri, ya’ni gorizontal joylashgani *Ox abssissalar* o‘qi, ikkinchi tomoni esa vertikal, ya’ni *Oy ordinatalar* o‘qi deyiladi.

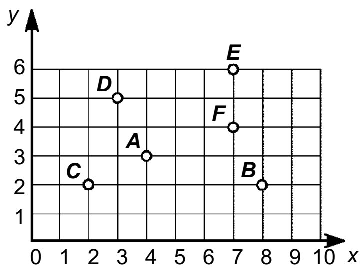
Ox va *Oy* koordinata o‘qlari chizmada strelka bilan ko‘rsatiladi. Koordinata burchagidagi har qanday nuqtaning holatini son bilan ifodalash uchun, shu nuqtadan burchak tomonlariga perpendikular to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazish kerak va avval abssissasi (*Ox* o‘qidagi koordinatasi), keyin ordinatasi (*Oy* o‘qidagi koordinatasi) aniqlanadi. Masalan, A nuqta 2 abssissaga va 5 ordinataga ega, demak, A nuqtaning koordinatalari (2; 5) sonlar jufti bo‘ladi va A (2; 5) deb yoziladi. Agar A nuqta abssissasi va ordinatasining o‘rnini almashtirsak, boshqa B (5; 2) nuqta hosil bo‘ladi va B nuqtaning koordinatalari 5 va 2 deb o‘qiladi.



Mashqlar

1. Rasmda belgilangan nuqtaning koordinatalarini yozing:





2. Bitta to‘yda bir yarim kg dan non isrof bo‘ladigan bo‘lsa, 100 ta to‘yda qancha non isrof bo‘ladi?

3. Birinchi sinf 20 ta test, ikkinchi sinf esa 25 ta test savollarini bajarishdi. Ular birgalikda nechta test savollarini bajarishgan?

4. 427 dan katta va 672 dan kichik hamda yuzlar xonasida 5 soni turgan natural son yozing. Shunday sondan nechta yozish mumkin?

5. 8472 dan kichik va 6196 dan katta hamda minglar xonasida 7 soni turgan natural son yozing. Masalaning nechta yechimi bo‘lishi mumkin?

6. Muyassar 18 yoshda. U qachon tug‘ilgan?

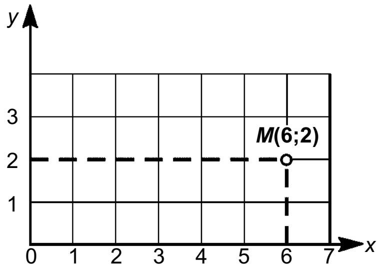
7. $(-1; 0)$, $(-1; 4)$, $(3; 0)$, $(3; 4)$ sonlar juftligini tasvirlovchi nuqtalar koordinatalar tekisligida qanday figurani hosil qiladi?

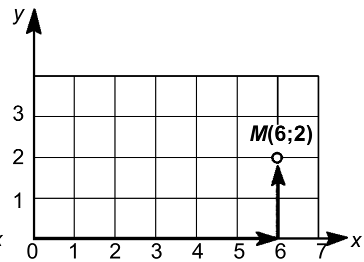
8. Abssissasi $(-2; 2)$ to‘plamga, ordinatasi $(-3, 3)$ to‘plamga tegishli bo‘lgan nuqtalar qanday figurani hosil qiladi?

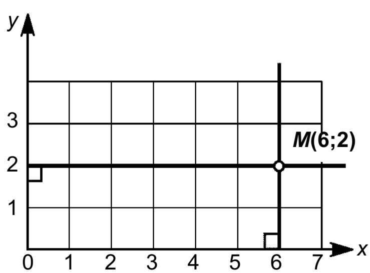
10- §. KOORDINATALARIGA KO‘RA NUQTANI YASASH

Biz abssissasi va ordinatasi orqali har qanday nuqtaning koordinata burchagidagi o‘rnini belgilashni bilamiz. Masalan, *M* nuqta 1- rasmda (6; 2) koordinatalarga ega.

Teskari masalani qanday yechish mumkin? Koordinatalari bo‘yicha nuqtani tekislikda joylashtiring. Unda, *M* (6; 2) nuqtaning koordinatalarini chizmada belgilaymiz.







Bu masalani turli usullar bilan yechish mumkin:

1- usul: Avval x o‘qi bo‘yicha 6 birlik yuramiz so‘ngra 2 birlik y o‘qi bo‘ylab yuqoriga ko‘tarilamiz.

2- usul: x o‘qining 6 va y o‘qining 2 nuqtalaridan koordinata o‘qlariga o‘tkazilgan perpendikularlarning kesishish nuqtasi topiladi.

Mashqlar

1. Uchlari $A(2; 1)$, $D(2; 6)$, $E(7; 6)$, $F(11; 1)$ nuqtalarda bo‘lgan $ADEF$ to‘rtburchak yasang va uning yuzini hisoblang.

2. Ifodaning qiymatini toping:

$(7896 \cdot 40690:1200) \cdot 0+38752:38752 \cdot 200-(9142-9142):1.$

3. To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi yer maydonining yuzi 224 kv·m. Maydonning bo‘yi 16 m. Maydonning eni qancha?

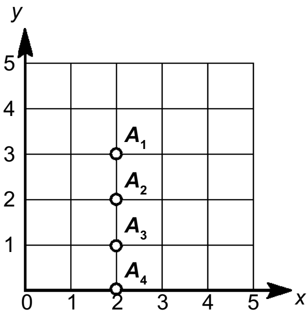
4. Ifodaning qiymatini toping:

a) $22987 - 308 \cdot 72 + 596370 : 193;$

b) $31365 \cdot (53 + 1795 - 370481) - 527.$

5. Agar bir o'quvchi bir yilda 1 tupdan xurmo ko'chati eksa, sinfimizda 25 tup, maktabimiz bo'yicha 1200 tup va Sherobod tumani bo'yicha 3000 tup ko'chat ekilgan bo'ladi. Bu esa atrof-muhitni toza saqlash uchun xizmat qiladimi?

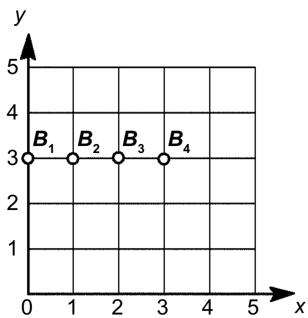
6. A_1, A_2, A_3, A_4 nuqtalarning koordinatalarini yozing:

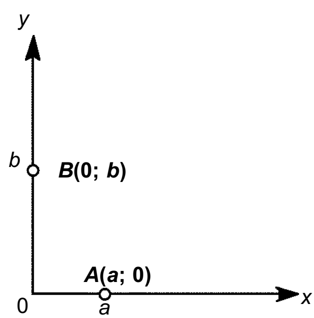


A_1(_____; _____);
A_2(_____; _____);
A_3(_____; _____);
A_4(_____; _____).

Agar nuqta *Ox* o'qida yotsa, unda uning ordinatasi — _____ .

7. B_1, B_2, B_3, B_4 nuqtaning koordinatalarini yozing:





B_1(_____; _____);
B_2(_____; _____);
B_3(_____; _____);
B_4(_____; _____).

Agar nuqta *Oy* o'qida yotsa, unda uning abssissasi — _____ .
A (*a;* 0) nuqtani yasash uchun *x* o'qi bo'yicha *a* birlik yuramiz va to'xtaymiz.
Shunga o'xshash, *B* (0; *b*) nuqta yasaladi.

8. *C* (1; 0), *T* (0; 5), *K* (0; 2), *M* (4; 0), *D* (7; 0), *F* (0; 8) nuqtalarni yasang.

9. Birinchi qo'shiluvchi 102 va 13 ning ko'paytmasiga, ikkinchisi 209 ga teng. Yig'indi nimaga teng?

10. 1050 va 1070 ning ayirmasini toping.

11. Agar vannada vodoprovod jo‘mragi ochiq qolsa, 2 daqiqada 3 litr toza suv behuda oqib ketadi. Uni Ibn Sino massivi bo‘yicha hisoblasak, bir sutka davomida 8640 litr bo‘ladi. Bu esa taxminan 13 ga paxta maydonini yoki 10 ga sholipoyani sug‘orishga yetadi. Xulosa qiling.

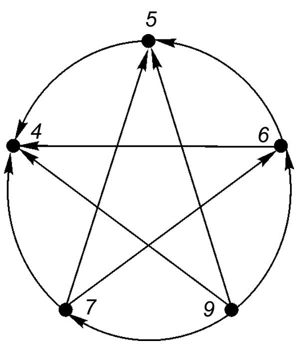
11- §. MUNOSABAT TUSHUNCHASI. MUNOSABATLARNING XOSSALARI

Matematikada faqat obyektlar (sonlar, figuralar, kattaliklar)ning o‘zigina emas, balki ular orasidagi bog‘lanishlar, munosabatlar ham o‘rganiladi. Masalan, 11 soni 9 sonidan katta (ortiq); 7 soni 5 sonidan 2 ta ko‘p; 5 soni 2 sonidan keyin keladi, aniqrog‘i, «katta (ortiq)», «ta ko‘p», «keyin keladi» va hokazolar bilan bog‘langan. Geometriyada to‘g‘ri chiziqlarning parallelligi va perpendikularligi, figuralarning tengligi hamda o‘xshashligi, to‘plamlarni taqqoslab, kesishadi yoki teng va hokazo munosabatlar o‘rganiladi.

Ta’rif. X va Y to‘plam elementlari orasidagi munosabat yoki X to‘plamda $X \times X$ dekart ko‘paytmaning har qanday qism to‘plamiga *munosabat* deb ataladi.

X to‘plamda berilgan R munosabatni X to‘plamdan olingan va shu munosabat bilan bog‘langan barcha elementlar juftliklarini sanab ko‘rsatish bilan berish mumkin.

1- misol. $X = \{4; 5; 6; 7; 9\}$ to‘plamda biror munosabatni yozing.



Y e c h i s h. Bu to‘plamdagi biror munosabatni quyidagi juftliklar to‘plamini yozish bilan berish mumkin: $\{(5; 4), (6; 4), (6; 5), (7; 4), (7; 5), (7; 6), (9; 4), (9; 5), (9; 6), (9; 7)\}$. Shu munosabatning o‘zini yana chizmada ham berish mumkin.

X to‘plamdagi R munosabatni shu R munosabatda bo‘lgan barcha elementlar juftliklarining xossasini ko‘rsatish bilan berish ham mumkin.

2- misol. N natural sonlar to‘plamida biror munosabatni ifodalang.

Y e c h i s h. «x soni y sonidan katta», «x soni y sonining bo‘luvchisi», «x soni y sonidan 3 marta katta» va hokazo.

Ma’lumki, agar X to‘plamdagi ixtiyoriy element o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa, X to‘plamdagi munosabat refleksiv munosabat bo‘ladi. Bu parallellik va tenglik munosabatlarining refleksivlik xossasi deyiladi. Masalan, 4 soni 4 soniga teng yoki tekislikdagi har qanday to‘g‘ri chiziq o‘zi o‘ziga parallel. Refleksivlik xossasi ixtiyoriy munosabat uchun o‘rinli emas. Masalan, X to‘plamda o‘z-o‘ziga perpendikular deyish mumkin bo‘lgan birorta ham kesma yo‘q.

Agar X to‘plamdagi x element y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning ham x element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, X to‘plamdagi R munosabat simmetrik munosabat bo‘ladi. Bunga parallellik, perpendikularlik tenglik munosabatlarining simmetriklik xossasi deyiladi.

Agar X to‘plamning turli x va y elementlari uchun x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishidan y elementning x element bilan R munosabatda bo‘lmasligi kelib chiqsa, X to‘plamdagi R munosabat antisimmetrik munosabat bo‘ladi.

Agar X to‘plamdagi x elementning y element bilan R munosabatda bo‘lishi va y elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishidan hamda x elementning z element bilan R munosabatda bo‘lishi kelib chiqsa, X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv munosabat bo‘ladi. Bu munosabatlarning tranzitivlik xossasi deyiladi. Tranzitivlik xossasiga ega bo‘lmagan munosabatlar ham mavjud. Masalan, agar a kesma b ga va b kesma c ga perpendikular bo‘lsa, u holda a kesma c ga perpendikular bo‘lmaydi.

3- misol. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{2}{6}; \frac{3}{6}\right\}$ kasrlar to‘plamida tenglik munosabati berilgan. Berilgan munosabat qanday xossalarga ega?

Y e c h i s h. Ixtiyoriy kasr o‘z-o‘ziga teng bo‘lgani uchun refleksiv;

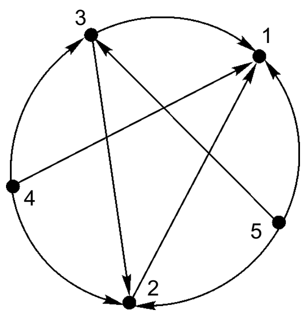
ax kasrning *by* kasrga tengligidan b kasrning a kasrga tengligi kelib chiqadi, ya’ni simmetrik;

a kasrning b kasrga va y kasrning b kasrga tengligidan a kasrning c kasrga tengligi kelib chiqadi, ya’ni tranzitiv.

Shunday qilib, kasrlarning tenglik munosabati refleksiv, simmetrik va tranzitiv munosabatdir. Bunday holda bu ekvivalentlik munosabati bo‘ladi deb aytiladi. Masalan, to‘g‘ri chiziqlarning parallellik munosabati figuralarning tenglik munosabati ekvivalentlik munosabat bo‘ladi.

Agar X to‘plamda berilgan R munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘lsa, u holda bu munosabat tartib munosabati deyiladi. X to‘plam, unda berilgan tartib munosabati bilan birga tartiblangan to‘plam deb ataladi. Masalan, $X = \{2; 8; 12; 32\}$ to‘plamni «kichik» munosabati yordamida tartiblash mumkin yoki «karrali» munosabati yordamida ham amalga oshirish mumkin. Shuni yoddan chiqarmaslik kerakki, 8 va 12 sonlar jufti «karrali» munosabati bilan bog‘langan emas, chunki 8 soni 12 ga karrali yoki 12 soni 8 ga karrali deyish mumkin emas.

Tartibi so‘zi matematikada har qadamda uchraydi. Jumladagi so‘zlarning tartibi, tenglamaning yechimini yozilish tartibi, misolda amallarni bajarish tartibi to‘g‘risida gapirish mumkin.



Masalan, $(17 - 12) \cdot 18 = 90$ ni hisoblashda avval ayirish, keyin ko‘paytirish amali bajariladi.

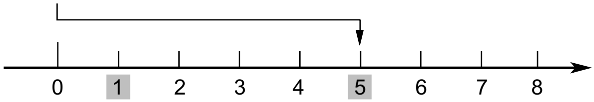
$X = \{3; 1; 5; 2; 4\}$ to‘plamda «$x < y$» munosabatning grafigini quraylik: $G = \{(1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (3; 4), (3; 5), (4; 5)\}$.

Kollejdagi barcha talabalar to‘plamini bir kursda o‘qiydigan talabalardan iborat qism to‘plam, kursda o‘qiydigan talabalardan iborat qism to‘plamlarga ajratishi mumkin. Agar o‘qish 4 yil bo‘lsa, unda to‘rtta to‘plam hosil bo‘ladi: birinchi kurs talabalari, ikkinchi kurs talabalari, uchinchi kurs talabalari va to‘rtinchi kurs talabalari. Bu to‘plamlarning har qanday ikkitasi umumiy elementga ega emas, chunki talaba bir vaqtda ham birinchi kurs, ham ikkinchi kursda o‘qiy olmaydi, lekin bu to‘plamlarning birlashmasi barcha talabalar to‘plami bo‘ladi. Unda X talabalar to‘plami o‘zaro kesishmaydigan to‘rtta A, B, C, D talabalar to‘plamidan iborat deyiladi.

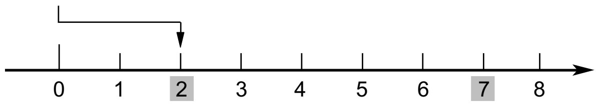
Shuningdek, X to‘plamni boshqa usul bilan o‘zaro kesishmaydigan qism to‘plamlarga ajratish mumkin, masalan, yoshiga qarab qizlar va bolalar to‘plamiga va hokazo.

Umuman, barcha qism to‘plamlar bo‘sh bo‘lmasa, ixtiyoriy ikkitasi kesishmaydi; barcha qism to‘plamlar birlashmasi berilgan to‘plamni tashkil etsa, berilgan to‘plam ostilariga ajratilgan, deyiladi.

5 soni 1 dan to‘rt birlik o‘ngda joylashgan, demak $5 > 1$



2 soni 7 dan besh birlik chapda joylashgan, demak $2 < 7$



Mashqlar

1. Natural sonlar, tekislikdagi to‘g‘ri chiziqlar, uchburchaklar va to‘plamlar orasida mavjud bo‘ladigan munosabatlarga misollar keltiring.

2. $X = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18\}$ to‘plam elementlaridan mumkin bo‘lgan barcha shunday sonlar juftliklarini hosil qiling-ki, bunda $(x; y)$ juftliklarning komponentlari quyidagi munosabat bilan bog‘langan bo‘lsin: «*x y* dan 3 marta katta», «*x y* dan 3 marta ko‘p (ortiq)». Mazkur munosabatlarning grafigini yasang.

3. Quyidagi to‘plamlardan qaysilari $A = \{0; 3; 6; 9; 12\}$ to‘plam elementlari orasidagi munosabat bo‘ladi:

$R = \{(6; 3), (9; 3), (12; 3), (12; 6), (3; 3), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\}$;
$T = \{(3; 3), (3; 6), (3; 9), (3; 12), (6; 6), (9; 9), (12; 12)\}$;
$M = \{(3; 6), (6; 12), (9; 18)\}$?

4. $X = (0; 1; 3; 4; 6)$ to‘plam elementlari $P = (0; 1), (0; 3), (0; 4), (0; 6), (1; 4), (6; 6)$ munosabatda. Bu munosabatning grafigini yasang.

5. $X = \{1; 2; 4; 8; 12\}$ to‘plamda «*x* soni *y* ga karrali» munosabati berilgan. Berilgan munosabatning grafigini yasang va xossalarini ifodalang.

6. *X* — tekislikdagi to‘g‘ri chiziqlar to‘plami. Quyidagi munosabatlardan qaysilari shu to‘plamdagi ekvivalentlik munosabati bo‘ladi: «*a b* ga parallel»; «*a b* ga perpendikular»; «*a b* bilan kesishadi».

7. $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ to‘plamda «3 ga bo‘lganda aynan bir xil qoldiqqa ega» munosabati berilgan. Berilgan munosabat ekvivalentlik munosabati ekanini aniqlang. Nechta sinf hosil bo‘ladi?

8. X — kesmalar to‘plami. Quyidagi munosabatlardan qaysilari bu to‘plamda tartib munosabati bo‘ladi: «*a b* ga teng»; «*a b* dan uzun»; «*a b* dan 2 sm qisqa»; «*a b* dan 3 marta uzun».

9. $X = \{3; 6; 9; 12; 15\}$ to‘plamda «*x* soni *y* ning bo‘luvchisi» munosabati berilgan. Bu tartib X to‘plamda «katta» munosabati bilan o‘rnatilgan tartibdan nima bilan farq qiladi?

12- §. MOSLIK TUSHUNCHASI, MOSLIK USTIDA AMALLAR

To‘plamdagi munosabatlardan tashqari, ko‘pincha ikki to‘plam elementlari orasidagi, masalan, kesmalarning uzunliklarini o‘lchash jarayonida X «kesmalar» va Y «haqiqiy sonlar» yoki A «tekislik nuqtasi» va B «haqiqiy sonlar jufti» orasidagi munosabatlarni qarashga to‘gri keladi. Bunday munosabatlar *mosliklar* deb ataladi.

O‘z mohiyatiga ko‘ra, ikki X va Y to‘plam elementlari orasidagi moslik to‘plamdagi munosabat kabi juftliklar to‘plamini ifodalaydi hamda X va Y to‘plamlar dekart ko‘paytmasining qism to‘plami bo‘ladi.

Chekli to‘plamlar orasidagi moslik grafiklar yordamida ham ifodalanadi. Buning uchun R moslikda bo‘lgan barcha sonlar jufti koordinata tekisligidagi nuqtalar bilan tasvirlanadi. Buning natijasida hosil bo‘lgan figura R moslikning grafigi bo‘ladi. Aksincha, koordinata tekisligi nuqtalarining ixtiyoriy qism to‘plami biror moslikning grafigi hisoblanadi.

1- misol. $X = \{3; 5; 7; 9\}$ va $Y = (4; 6\}$ to‘plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafigini chizing.

Y e c h i s h. Buning uchun berilgan to‘plam elementlari nuqtalar bilan belgilanadi va X to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan Y to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o‘tkaziladi, bunda «katta» mosligi bajarilishi kerak. Masalan, strelka 5 nuqtadan 4 nuqtaga borishi kerak, chunki 5 soni 4 dan katta. 7 nuqta 4 va 6 nuqtalarga boruvchi strelkalari orasidagi «katta» mosligiga ega.

Berilgan moslikda bo‘lgan sonlar juftini yozamiz: (5; 4), (7; 4), (7; 6), (9; 4), (9; 6). X to‘plam elementlarini OX o‘qda, Y to‘plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafigi hosil qilinadi. Moslikni bunday tasvirlash ularni berilgan moslikda cheksiz ko‘p sonlar jufti bo‘lgan vaziyatda ko‘rgazmali tasvirlash imkonini beradi.

2- misol. $X = R$ va $Y = \{4; 6\}$ to‘plam elementlari orasidagi «katta» mosligining grafigini yasang.

Y e c h i s h. Bu holda X to‘plam elementlari abssissalar o‘qini butunlay to‘ldiradi, Y to‘plam esa ikkita elementdan iborat: 4 va 6. X va Y to‘plamlar elementlari uchun «katta» mosligi berilgani uchun X to‘plamdagi qanday sonlar 4 dan katta ekani aniqlaniladi. 4 dan katta hamma sonlar OX o‘qida 4 sonini tasvirlovchi nuqtadan o‘ng tomonda joylashadi. Demak, abssissasi, $(4; \infty)$ oraliqdan olinuvchi, ordinatasi esa 4 ga teng bo‘lgan barcha nuqtalar AB nurni hosil qiladi. Bu nur boshlang‘ich nuqtaga ega emas, chunki $(4; 4)$ nuqta berilgan moslikning grafigiga tegishli emas. Shunga o‘xshash, abssissa $(6; \infty)$ oraliqdan olinuvchi, ordinatasi esa 6 ga teng bo‘lgan barcha nuqtalar CD nurni hosil qiladi.

Shunday qilib, $X = R$ va $Y = \{4; 6\}$ to‘plam elementlari orasidagi — «katta» mosligi grafigi AB va CD nurlari bo‘lib, bunda A va C nuqtalar grafikka tegishli emas.

3- misol. R haqiqiy sonlar to‘plamida $X = Y = R$ holdagi «katta» $(x > y)$ mosligining grafigini yasang.

Y e c h i s h. Abssissasi ordinatasiga teng bo‘lgan hamma sonlar 1 va 3 koordinata burchaklari bissektrisasida joylashadi. Abssissasi ordinatasidan katta bo‘lgan hamma nuqtalar bissektrisa ostida joylashgan. Bunga ishonch hosil qilish uchun bu sohadan nuqta, masalan, $A\,(3; 0)$ nuqtani olish yetarli. Shunday qilib, R haqiqiy sonlar to‘plamida berilgan «katta» mosligining grafigi 1 va 3 koordinata bissektrisasi ostida joylashgan yarim tekislik bo‘ladi, bunda bissektrisaning o‘zi bu yarim tekislikka tegishli bo‘lmaydi.

4-misol. R moslik $X = \{3; 5; 7\}$ va $Y = \{4; 6\}$ to‘plamlar elementlari orasidagi «katta» mosligi berilgan bo‘lsin. R moslikka teskari moslikni toping.

Y e c h i s h. R moslik $X = \{3; 5; 7\}$ va $Y = \{4; 6\}$ to‘plam elementlari orasidagi «katta» mosligi $R = \{(5; 4), (7; 4), (7; 6)\}$. Bu grafikning strelkalari yo‘nalishi teskariga almashtiriladi. X va Y to‘plamlar orasida qaraladigan hamda $(4; 5)$, $(4; 7)$, $(6; 7)$ juftliklar bilan aniqlanadigan yangi «kichik» munosabati grafigi hosil bo‘ladi. Berilgan R moslikka teskari moslik R^{-1} deb yoziladi.

5- misol. $A = \{a; b; c; d\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$ bo‘lsin. Bu to‘plamlar elementlari orasidagi moslikni grafik yordamida tasvirlang. Bir qiymatli moslik bo‘ladimi?

Y e c h i s h. A to‘plamining har bir elementiga B to‘plamdan yagona son mos kelgani uchun va B to‘plamdagi har bir son A

to‘plamdagi faqat birgina elementga mos kelgani uchun *A* va *B* to‘plamlar orasidagi berilgan moslik o‘zaro bir qiymatli moslik bo‘ladi.

6- misol. $3 = 3$ va $3 < 4$ ifodalarni tushuntiring.

Y e c h i s h. $3 = 3$ yozuvini tushuntirish uchun 3 ta qizil va 3 ta yashil kvadrat olinadi va har bir qizil kvadratga yagona yashil kvadrat mos qo‘yiladi (amalda kvadratlar yonma-yon, ustma-ust qo‘yiladi, kesmalar bilan tutashtiriladi va hokazo), ya’ni bu kvadratlar to‘plami ustidan o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatiladi. $3 < 4$ ekanini ko‘rsatish uchun 3 ta elementli to‘plam va 4 ta elementni o‘z ichiga oluvchi to‘plamning 3 ta elementli qism to‘plami orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatiladi.

To‘plamlar nazariyasi elementlarining tabiati turli bo‘lishidan qat’i nazar, xossalarini va ular o‘rtasidagi bajariladigan amallarni o‘rganadi. Agar ikki to‘plam turli xarakterli xossalarni ifodalovchi bir xil elementlardan iborat bo‘lsa, ular teng hisoblanadi. Maqsadimiz, ikki to‘plam orasida aniqlangan biror moslikni qarashdan iborat.

1- kurs talabalari orasidagi juftlik uchun quyidagi tasdiq o‘rinli. Halima va Barno 101-guruhda o‘qiydi, boshqa ikkinchi juftlik uchun *a* talaba *b* talabadan yaxshi o‘qiydi, uchinchi juftlik uchun «Halima necha yoshda bo‘lsa, Barno ham shu yoshda». Har bir tasdiq *a* va *b* lar orasidagi moslik bilan berilgan (birga o‘qishi, yaxshi o‘qishi, yoshining tengligi). Bu misolda gap bitta to‘plamning elementlari haqida bo‘ldi. Turli to‘plam elementlari haqida ham gapirish mumkin. Masalan, «Halima 2-kursda o‘qiydi» tasdiq talabalar to‘plami va kurs o‘rtasidagi moslik bo‘ladi.

Sherali, Elmurod, Shuhrat, Nargiza, Erkin va Ra’noning haftaning 1, 2 va 3-kunlari sinfda navbatchilik jadvalini tushuntiring:

Ismi	Kunlar		
	1-kun	2-kun	3-kun
Sherali	+		
Elmurod		+	
Shuhrat			+
Nargiza	+		
Erkin		+	
Ra’no			+

«X o‘qituvchi Y kuni navbatchi» orasidagi moslik.

$X = \{10;\ 20;\ 30;\ 40\}$, $Y = \{2;\ 3;\ 4\}$ va f moslik «x soni y soniga bo‘linadi» bo‘lsin.

$XfY = \{(10; 2),\ (20; 2),\ (30; 2),\ (40; 2),\ (20; 4),\ (30; 3),\ (40; 4)\}$ XfY moslik rost.

Umuman, afb moslik teng, katta, kichik $a = b$, $a < b$, $a > b$ yoki parallellik va perpendikularligi $a \,||\, b$, $a \perp b$ deb yoziladi. X va Y orasidagi binar moslik X to‘plamda aniqlangan f binar munosabat deyiladi.

X va Y orasidagi f munosabatda $a \in X$ elementning obrazi bo‘sh balki bir necha elementdan iborat bo‘lishi mumkin.

Agar f moslikka $a \in X$ elementning obrazi Y to‘plamning faqat va faqat bitta elementdan iborat bo‘lsa, bunday f moslik X ni Y ga akslantirish deyiladi va $f: X \rightarrow Y$ yoki $X \xrightarrow{f} Y$ deb belgilanadi. Bunda f belgi akslantirish qoidasi.

Misol. 1) X — auditoriyadagi talabalar to‘plami, Y — stullar to‘plami, har bir talaba bitta stulda o‘tiribdi. f: x talaba y stulda o‘tiribdi, qonun X ni Y ga akslantiradi;

2) moslik $y = x + 4$ formula bilan berilgan jadvalni to‘ldiring:

x	0	1	2	3	4	5
$x + 4$						

Mashqlar

1. Yotoqxonada yashovchi talabalarning xona bo‘yicha navbatchilik grafigini ifodalovchi jadval tuzing. Bu jadval qanday to‘plamlar orasida moslik o‘rnatadi? Berilgan moslikka tegishli bo‘lgan har bir tartiblangan juftlik nimani ifodalaydi? Berilgan to‘plamlar orasida boshqa moslikni berish mumkinmi? Bu qanday amalga oshiriladi?

2. O‘quvchi kitob uchun 700 so‘m, daftar uchun 30 so‘m, qalam uchun 10 so‘m, mo‘yqalam uchun 20 so‘m, o‘chirg‘ich uchun 5 so‘m to‘ladi. Bunda qanday ikkita to‘plam orasida moslik o‘rnatilgan?

3. Uchburchakning o‘rta chizig‘i bilan asosi orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkinmi?

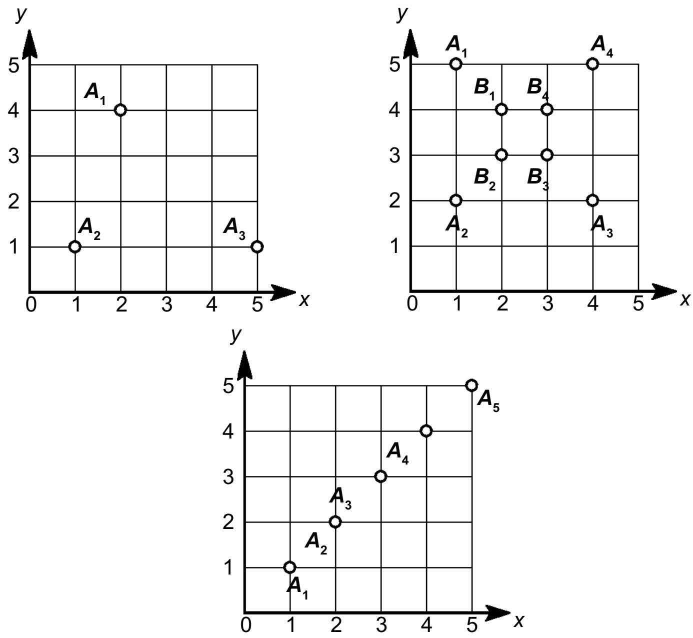
4. Barcha natural sonlar to‘plami bilan barcha ratsional sonlar to‘plami orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkinmi?

5. $P = \{(1; 1),\ (3; 0),\ (3; 1),\ (4; 1),\ (6; 1)\}$ to‘plam $X = (1; 3; 4; 6)$ va $Y = \{0; 1\}$ to‘plamlar elementlari orasidagi moslikni ifodalaydi. P moslikka teskari P^{-1} moslikni bering va bitta koordinata sistemasida P va P^{-1} moslikning grafiklarini yasang.

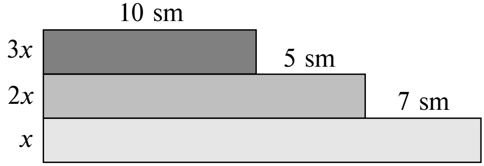
6. $X = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$ to‘plamda T «x soni y sonidan 2 ta kam» munosabati berilgan. T^{-1} munosabatini bering va koordinata tekisligida uning grafigini yasang.

7. Ikkita $A = \{1; 2; 3\}$ va $B = \{3; 7\}$ to‘plam berilgan. $A \times B$ va $B \times A$ to‘plamlarni toping. Bu to‘plamlar orasida biror-bir usul bilan o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkin.

8. Nuqtalarning koordinatalarini yozing:



9. To‘g‘ri to‘rtburchakning yuzi 285 sm^2 bo‘lsa, berilgan o‘lchamlardan foydalanib, x ni toping.



Ikkinchi bob

BUTUN NOMANFIY SONLAR

13- §. SON TUSHUNCHASI. NATURAL SON VA NOL TUSHUNCHASINING VUJUDGA KELISHI

Son va amallar biror kishi tomonidan o‘ylab topilmagan. Dalada ekin ekish, maydonni sug‘orish, podadagi hayvonning uyga qaytib kelishini aniqlashda qadim-qadimda odamlarga arifmetik bilimlar zarurati tug‘ilgan, qo‘rada qancha qo‘y borligini, omborda necha qop bug‘doy borligini bilish zarur bo‘lgan.

Qadimda odamlar sanashni bilmaganlar, mana, necha ming yillardan keyin molboqar loydan har bir qo‘yga mos jism tayyorlagan. Bir kunda qo‘yni yo‘qolmaganligini bilish maqsadida qo‘y qo‘raga kirayotganda tayyorlangan jismlar bir tomonga o‘tsa, cho‘pon bemalol uyquga ketgan. Bundan tashqari, odamlarda qo‘ydan tashqari sigir, echkilar bo‘lgan. Shuning uchun tuproqdan boshqa figuralar yasashga to‘g‘ri kelgan. Yer egalari esa loydan yasalgan figuralar, mayda toshlar yordamida hosilning hisob-kitobini qilgan. Omborda necha qop bug‘doy borligi, qaymoqdan kuydirib olingan yog‘ning miqdorini bilganlar. Narsalarni qo‘shish va ayrish yordamida qo‘shish va ayirishga doir sodda masalalarni yechganlar.

Loydan yasalgan figuralarni va mayda toshlarni bir joydan ikkinchi bir joyga qo‘yish mumkin qadar yetarlicha mashg‘ulot bo‘lgan. Ming yillar o‘tib odamlar predmetlarni qayta sanashni o‘rgandilar. Buning uchun ularga sonning nomini aytish haqida o‘ylash zarurati tug‘ilgan.

Turli xalq va elatlarning tillarini o‘rganish natijasida sonlarning nomi paydo bo‘lgan. Masalan, odamlar uchun predmetning shakli katta rol o‘ynagan, hisoblashda «ikkita tuxum», «ikkita tosh», «ikkita ko‘z» va hokazo. Avval faqat 1 va 2 sonlar nomlandi.

Son uchun «bir» so‘zi oddiy «quyosh» so‘zi bilan bog‘liq, ikki sonining nomlanishi esa mavjud turli predmetlar bilan bog‘liq bo‘lgan, ya’ni «quloq», «oyoq», «qo‘l» va hokazo. Ba’zan «men» va «sen» olmoshi bilan bog‘liq bo‘lgan. «Bir» deb «erkak», «ikki» «ayol» deb e’tirof qiluvchi tillar bo‘lgan. «Bir» va «ikki» so‘zidan keyin «ko‘p» so‘zi paydo bo‘lgan. Keyinchalik boshqa sonlarning nomini aytish zarurati tug‘ilgan. Bunda 1 va 2 sonidan foydalanganlar. Masalan, Tinch okeanining Yangi Gvineya orolida yashovchi odamlar 3 ni 1 va 2, 4 ni 2 va 2 deb hisoblaganlar. 10 deb «ko‘p», 100 deb «yana ko‘p» so‘zlarini qo‘llaganlar. Keyinroq ayrim odamlar 3 ni «bir, ikki, ko‘p» deb qabul qilganlar. Hattoki hozir ham choy damlagandan so‘ng uni «uch marta qaytar», o‘g‘lidan xafa bo‘lgan ona «nima men, bir narsani uch marta qaytarib aytishim kerakmi» degan so‘zlar uchraydi.

3 soni doim tevarak-atrof yer, yer osti va koinot podshohligiga ajratgan. Shuning uchun ko‘p yerli odamlar uchun 3 soni qadrli hisoblanadi.

Ayrim paytlarda «ko‘p» so‘zi 7 soni sifatida qaralgan.

Masalan, «yetti kishini bir kishi kutmaydi», «yetti marta o‘lchab bir kes». Shunday qilib, sekin-asta sanashni fikrlay olganlar.

Odamlar daladan juda ko‘p hosil yig‘dilar. «Yuz» so‘zini aytish uchun 2 ni 50 marta takrorlash kerak bo‘lgan. Eski hisoblash usuli, ya’ni barmoqlar yordamida sanash metodiga o‘tganlar.

Barmoqlar ajoyib hisoblash mashinasi vazifasini bajargan. Ular yordamida 5 gacha, agar ikki qo‘lni olsak, 10 gacha sanash imkoni bo‘lgan. Keyin odamlar sanashda yana bir qadam qo‘ydilar va 10 talab sanaganlar. Buning uchun birdaniga ko‘p kishilarni jalb qilinganligi haqiqat. Barmoqlar, sanash bilan bevosita bog‘liq bo‘lib, qadimgi grek tilida «sanash» so‘zi «beshtalash» ma’nosini bildiradi. Rus tilida «besh» so‘zi «pyat», ya’ni qo‘l bo‘lagi ma’nosini anglatadi. Angliyada esa 10 soni «barmoqlar» nomi bilan yuritiladi. Demak, angliyaliklar qachonlardir barmoq bilan sanaganlar.

Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. Turli-tuman chekli to‘plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati natural sonlarning vujudga kelishiga sabab bo‘ldi.

O‘zining rivojlanish davrida natural sonlar tushunchasi bir nechta bosqichni bosib o‘tdi. Juda qadim zamonlarda chekli to‘plamlarni taqqoslash uchun berilgan to‘plamlar orasida yoki to‘plamlardan biri bilan ikkinchi to‘plamning qism to‘plami orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatishgan, ya’ni bu bosqichda kishilar buyumlar to‘plamining sanog‘ini ularni sanamasdan idrok qilganlar.

Vaqt o‘tishi bilan odamlar faqat sonlarni atashni emas, balki ularni belgilashni, shuningdek, ular ustida amallar bajarishni o‘rganib oldilar. Qadimgi Hindistonda sonlarni yozishning o‘nli sistemasi va nol tushunchasi yaratildi. Asta-sekin natural sonlarning cheksizligi haqidagi tasavvurlar hosil bo‘la boshladi.

Natural son tushunchasi shakllangandan so‘ng sonlar mustaqil obyektlar bo‘lib qoldi va ularni matematik obyektlar sifatida o‘rganish imkoniyati vujudga keldi. Sonni va sonlar ustida amallarni o‘rgana boshlagan fan «Arifmetika» nomini oldi. Predmetlarni belgilashda 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 raqamlaridan foydalanilishi hech kimga sir emas. Eng kichik raqam, bu 1, keyingi raqamlar birni qo‘shishdan hosil qilingan.

Narsalarni sanashda foydalaniladigan sonlar *natural sonlar* deyiladi. Natural sonlar 1, 2, 3, ... ko‘rinishida yoziladi.

Verguldan keyin uchta nuqtani qo‘yilishi natural sonlarning ketma-ket davom etishini bildiradi. Eng kichik son 1 raqami bo‘lsa, eng kattasi mavjudmi? 1, 2, 3, ... yozuv «natural sonlar qatori cheksiz» degan ma’noni bildiradi.

Biz o‘nlik sanoq sistemasidan foydalanamiz. Raqamning qiymati turgan o‘rnini ifodalaydigan sonlarning yozuvi pozitsion sistema deyiladi. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, va 9 raqamlari yordamida istalgan natural sonni yozish mumkin.

0 raqamini natural son emasligini yodda tutish kerak. Natural sonlarni o‘ngdan 3 talab guruhga bo‘lib o‘qish mumkin. Bu guruh sinf deyiladi. Biz birlar, minglar, millionlar va milliardlar, ya’ni birinchi to‘rtta sonlar sinfidan foydalanib, matematikani o‘rganamiz.

26 902 718 586 sonini o‘qish uchun chapdan o‘ngga navbat bilan har bir sinf sonini aytish va unga nomini qo‘shish kerak, ya’ni «26 milliard 902 million 718 ming 586».

Arifmetika qadimgi Sharq mamlakatlari Vavilon, Xitoy, Hindiston, Misrda vujudga keldi. Bu mamlakatlarda to‘plangan matematik bilimlar qadimgi Gretsiyada rivojlantirildi va davom ettirildi. Arifmetikaning rivojlanishiga asr o‘rtalarida Hind, Arab dunyosi mamlakatlari va O‘rta Osiyo matematiklari, XVIII asrdan boshlab esa yevropalik olimlar katta hissa qo‘shdilar.

Natural butun sonlar to‘plamini tuzishda uch xil yondashuv bor:

1) to‘plamlar nazariyasi asosida;
2) aksiomatik usul asosida;
3) miqdorlarni o‘lchash asosida.

XIX asrda G. Kantor tomonidan to‘plamlar nazariyasi yaratilgandan so‘ng, bu nazariya asosida natural sonlar nazariyasi yaratildi. Bu nazariya asosida chekli to‘plam va o‘zaro bir qiymatli moslik tushunchalari yotadi.

Mashqlar

1. N_8, N_{10} to‘plamlarning barcha elementlarini yozing. Bu to‘plamlar qanday ataladi?

2. Quyidagi to‘plamlarni natural qator kesmalari deb atash mumkinmi:

a) $\{0; 1; 2; 3\}$;
b) $\{1; 2; 3\}$;
d) $\{1; 3; 5; 7\}$;
e) $\{3; 4; 5\}$?

3. Chekli to‘plam elementlarini sanashda amal qilinishi zarur bo‘lgan shartlarni ifodalang.

4. Ushbu jumlani o‘qing: $n(A) = 7$, $n(B) = 2$. Bunda 7 va 2 natural sonlari qanday o‘rin tutadi? Mazkur shartlarni qanoatlantiruvchi A va B to‘plamlar o‘ylab toping.

5. Har qanday A, B va C mulohazalar uchun

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
b) $A \cup (A \cap B) = A$;
d) $A \cap A = A$ ekanligini isbotlang.

14- §. «TENG» VA «KICHIK» MUNOSABATLARI. QO‘SHISH. QO‘SHISH QONUNLARI

Ta’rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig‘indisi deb $n(A) = a$, $n(B) = b$ bo‘lib, kesishmaydigan A va B to‘plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi, ya’ni:

$$a + b = n(A \cup B),$$

bunda $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $A \cap B = \varnothing$, bunda $n(B)$ va $n(A)$ soni A va B to‘plamning elementlari sonini bildiradi.

1- misol. Berilgan ta’rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo‘lishini tushuntiring.

Y e c h i s h. 5 biror A to‘plamning elementlari soni, 2 biror B to‘plamning elementlari soni bo‘lsin. Shartga ko‘ra, ularning kesishmasi bo‘sh to‘plam bo‘lishi kerak. Masalan, $A = \{x; y; z; t; p\}$, $B = \{a; b\}$ to‘plamlar olinadi. Ular birlashtiriladi: $A \cup B = \{x; y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo‘li bilan $n(A \cup B) = 7$ ekanligi aniqlanadi. Demak, $5 + 2 = 7$.

Umuman, $a + b$ yig‘indi $n(A) = a$, $n(B) = b$ shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan A va B to‘plamlarning tanlanishiga bog‘liq emas. Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig‘indisi har doim mavjud va yagonadir.

Yig‘indining mavjudligi va yagonaligi ikki to‘plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yig‘indini topishda qo‘llaniladigan amal qo‘shish amali, qo‘shilayotgan sonlar esa qo‘shiluvchilar deb ataladi.

Ikkiga qo‘shiluvchining yig‘indisi va n ta qo‘shiluvchining yig‘indisi ham aniqlangan bo‘lsin. U holda $n + 1$ ta qo‘shiluvchidan iborat $a_1 + a_2 + ... + a_n + a_{n+1}$ yig‘indi $(a_1 + a_2 + ... + a_n) + a_{n+1}$ ga teng.

2- misol. $2 + 7 + 15 + 19$ yig‘indini toping.

Y e c h i s h. $2 + 7 + 15 + 19$ yig‘indini topish uchun yuqoridagi ta’rifga ko‘ra, quyidagi almashtirishlarni bajarish kerak:

$$2 + 7 + 15 + 19 = (2 + 7 + 15) + 19 = ((2 + 7) + 15) + 19 = (9 + 15) + 19 = 24 + 19 = 43.$$

1- mashq. Ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun $a + b = b + a$ tenglikning bajarilishini isbotlang.

I s b o t. a deb, A to‘plamdagi elementlar sonini, b deb, B to‘plamdagi elementlar sonini belgilaylik. U holda butun nomanfiy sonlar yig‘indisining ta’tifiga ko‘ra, $a + b$ soni A va B to‘plamlar birlashmasidagi elementlar soni bo‘ladi, ya’ni $a + b = n(A \cup B)$. To‘plamlar birlashmasining o‘rin almashtirish xossasiga ko‘ra, $A \cup B$ to‘plam $B \cup A$ to‘plamga teng va $n(A \cup B) = n(B \cup A)$. Yig‘indining ta’rifiga ko‘ra, $n(B \cup A) = b + a$, shuning uchun ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun $a + b = b + a$.

2- mashq. Ixtiyoriy nomanfiy a, b va c sonlar uchun $(a + b) + c = a + (b + c)$ tenglikning bajarilishini isbotlang.

I s b o t. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ bo‘lsin, bunda $A \cup B = B \cup A$. U holda ikki son yig‘indisining ta’rifiga ko‘ra, $(a + b) + c = n(A \cup B) + n(C) = n((A \cup B) \cup C)$ deb yozilishi mumkin.

To‘plamlarning birlashmasi guruhlash qonuniga bo‘ysungani uchun $n((A \cup B) \cup C) = n(A \cap (B \cap C))$ bo‘ladi. Bundan ikki son yig‘indisining ta’rifiga ko‘ra, $n(A \cap (B \cap C)) = n(A) + n(B \cup C) = a + (b + c)$ hosil bo‘ladi. Demak, ixtiyoriy butun nomanfiy a, b va c sonlar uchun $(a + b) + c = a + (b + c)$ bo‘ladi.

3- misol. Qo‘shish qonunlaridan foydalanib, $109 + 36 + 191 + 64 + 27$ ifodaning qiymatini hisoblang.

Y e c h i s h. O‘rin almashtirish qonuniga asosan, 36 va 191 qo‘shiluvchilarning o‘rinlari almashtiriladi. U holda $109 + 36 + 191 + 64 + 27 = 109 + 191 + 36 + 64 + 27$.

Guruhlash qonunidan foydalanib, qo‘shiluvchilarni guruhlaymiz so‘ngra qavs ichidagi yig‘indilar topiladi: $109 + 191 + 36 + 64 + 27 = (109 + 191) + (36 + 64) + 27 = (300 + 100) + 27$.

Hisoblashlarni bajarib, $(300 + 100) + 27 = 400 + 27 = 427$ ni topamiz.

Bundan tashqari, sonni yig‘indiga qo‘shish, yig‘indini songa qo‘shish, yig‘indini yig‘indiga qo‘shish hollarida guruhlash qonuni o‘rin almashtirish bilan birga qo‘llaniladi.

4- misol. $2 + 1$ yig‘indiga 4 sonini qo‘shing.

Y e c h i s h. $2 + 1$ yig‘indiga 4 sonini qo‘shishni quyidagi usullar bilan yozish mumkin:

a) $4 + (2 + 1) = 4 + 3 = 7$;
b) $4 + (2 + 1) = 6 + 1 = 7$;
d) $4 + (2 + 1) = 5 + 2 = 7$.

Birinchi holda hisoblashlar amallarning tartibiga mos ravishda bajarilgan.

Ikkinchi holda qo‘shishning guruhlash xossasi qo‘llaniladi. So‘ngi holdagi hisoblash esa qo‘shishning o‘rin almashtirish va guruhlash qonunlariga suyanadi, bunda oraliq almashtirishlar tushirib qoldirilgan. Dastlab o‘rin almashtirish qonuniga asosan 1 va 2 qo‘shiluvchilarga o‘rinlarini almashtirdik, ya’ni $4 + (2 + 1) = 4 + (1 + 2)$. Keyin guruhlash qonunidan foydalandik, ya’ni $4 + (1 + 2) = (4 + 1) + 2$. Va nihoyat, hisoblarni amallar tartibi bo‘yicha bajardik, ya’ni $(4 + 1) + 2 = 5 + 2 = 7$.

Ikkita butun nomanfiy a va b son berilgan bo‘lsin. $a = n(A)$ va $b = n(B)$ deb olaylik. Ma’lumki, bu to‘plamlar teng quvvatli bo‘lsa, u holda ularga aynan bir son mos keladi, ya’ni $a = b$.

5- misol. $2 = 2$, $3 = 3$, $2 < 3$ va $3 < 4$ larni tushuntiring.

Y e c h i s h. $2 = 2$, $3 = 3$, $2 < 3$ va $3 < 4$ larni tushintirishda «teng» va «kichik» munosabatlarning keltirilgan ta’rifidan foydalaniladi. 3 = 3 yozuvni kiritishda kvadrat va doiralarning ikkita teng quvvatli to‘plamlarini qarash mumkin. 3 < 4 munosabatni o‘rganishda esa masalan, uchta qizil va to‘rtta sariq sabzi olinadi, har bir qizil sabzini sariq sabzi yoniga qo‘yiladi va qizil sabzini sariq sabzidan kamligi ko‘rinib qoladi, shuning uchun, 3 < 4 deb yozish mumkin.

Ikkita butun nomanfiy *a* va *b* son uchun $b = a + c$ bo‘ladigan *c* son mavjud bo‘lganda va faqat shu holda *a* son *b* sondan kichik bo‘ladi. Xususiy holda 3 < 7 ni qaraylik. 3 < 7, chunki 3 + 4 = 7 bo‘ladigan butun 4 soni mavjud. Xulosa qilib aytganda, sanoqda oldin keladigan son undan keyin keladigan sondan har doim kichik bo‘ladi.

Mashqlar

1. Hisoblang:

a) $+\begin{array}{r}186\\29\\\hline\end{array}$; f) $+\begin{array}{r}789\\89\\\hline\end{array}$; j) $+\begin{array}{r}10959\\1961\\\hline\end{array}$; n) $+\begin{array}{r}12304\\908\\\hline\end{array}$;

b) $+\begin{array}{r}267\\129\\\hline\end{array}$; g) $+\begin{array}{r}4069\\185\\\hline\end{array}$; k) $+\begin{array}{r}1324\\580\\\hline\end{array}$; o) $+\begin{array}{r}40517\\1080\\\hline\end{array}$;

d) $+\begin{array}{r}1367\\269\\\hline\end{array}$; h) $+\begin{array}{r}4688\\499\\\hline\end{array}$; l) $+\begin{array}{r}80404\\105\\\hline\end{array}$; p) $+\begin{array}{r}30004\\209\\\hline\end{array}$;

e) $+\begin{array}{r}2475\\197\\\hline\end{array}$; i) $+\begin{array}{r}3785\\148\\\hline\end{array}$; m) $+\begin{array}{r}60109\\3084\\\hline\end{array}$; q) $+\begin{array}{r}801967\\10710\\\hline\end{array}$.

2. Butun nomanfiy sonlarning yig‘indisining ta’rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring:

a) 4 + 1 = 5; d) 2 + 7 = 9;
b) 1 + 5 = 6; e) 3 + 0 = 3.

3. 1 sonini ikkita butun nomanfiy sonning yig‘indisi ko‘rinishida ikki xil usul bilan yozing.

4. (4 + 5) + 6 ifodani qo‘shish qonunlaridan foydalanib, 5 + (4 + 6) ko‘rinishga almashtiring. Almashtirishlardagi har bir qadamni asoslang.

5. (7 + 2) + (3 + 8) ifodani qo‘shish qonunlaridan foydalanib, (7 + 3) + (2 + 8) ko‘rinishga almashtiring.

6. Quyidagi ifodalarni qisqa usullar bilan hisoblang va bunda qo‘shishning qanday qonunlaridan foydalanilganligini tushuntiring:

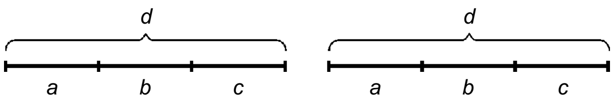
a) (30 + 7) + (10 + 4);
b) (26 + 9) + 21 + 14;
d) 1809 + 393 + 678 + 191 + 1607.

7. Nima uchun: 1) $3 < 6$, 2) $0 < 5$ bo‘lishini tushuntiring.

8. «Kichik» munosabatining qo‘shish orqali ta’rifidan foydalanib, ixtiyoriy a, b, c natural sonlar uchun quyidagi da’vo o‘rinli bo‘lishini isbotlang: Agar $a < b$ bo‘lsa, u holda $a + c < b + c$.

9. Rasmdan foydalanib, ifodani taqqoslang:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$



10. Quyidagi natija to‘g‘ri topilganmi?

$$(1997 + 151) + (449 + 3) = \underbrace{(1997 + 3)}_{2000} + \underbrace{(151 + 449)}_{600} = 2600.$$

11. Teng ifodalarni toping va uning qiymatini qulay usul bilan hisoblang. Hisoblashni osonlashtirish uchun qo‘shishning qanday xossalaridan foydalanilgan?

(111+274)+28+(389+226)	(934 + 66) + (188 + 112)
934 + 186 + 66 + 112	(397 + 103) + 75
(798 + 555) + 2	(111+389)+(274+226)+18=1018
397 + (103 + 75)	(221 + 379) + (123 + 227) + 605
221 + 123 + 605 + 227 + 379	(798 + 2) + 555

12. Har bir tenglikning nomlanishini tanlang, qoida va xossalarini ifodalang:

$a + b = b + a$	yig‘indini songa ko‘paytirish
$(a + b) + c = a + (b + c)$	yig‘indini songa bo‘lish
$a \cdot b = b \cdot a$	qo‘shishning o‘rin almashtirish xossasi
$(a + b) + c = a + (b + c)$	ko‘paytirishning o‘rin almashtirish xossasi
$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	qo‘shishning taqsimot xossasi
$(a + b) : c = a : c + b : c$	ko‘paytirishning taqsimot xossasi
$(a + b) + c = a + b + c$	yig‘indidan sonni ayirish qoidasi
$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$	sondan yig‘indini ayirish qoidasi

15- §. AYIRISH QONUNLARI

1- misol. Kollej bog‘iga 9 tup daraxt, ya’ni olma va nok ko‘chati o‘tqazildi. Agar olmalar 4 tup bo‘lsa, necha tup nok o‘tqazilgan?

Y e c h i s h. Masalaga javob berish uchun 9 dan 4 ni ayirish kerak bo‘ladi, ya’ni $9 - 5 = 4$.

1- ta’rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb, $n(A)=a$, $n(B)=b$ va $B \subset A$ shartlar bajarilganda, B to‘plamni A to‘plamgacha to‘ldiruvchi to‘plamining elementlari soniga aytiladi, ya’ni:

$$a - b = n(A\backslash \mathrm{B}), \text{ bunda } a = n(A),\ b = n(B),\ B \subset A.$$

2- misol. Berilgan ta’rifdan foydalanib, $7 - 4 = 3$ ni toping.

Y e c h i s h. 7 biror A to‘plamning elementlari soni, 4 esa A to‘plamning qism to‘plami bo‘lgan B to‘plamning elementlari soni bo‘lsin.

Bizga ma’lumki, $A = \{x; y; z; t; p; r; s\}$, $B = \{x; y; z; t\}$ to‘plamlar uchun B to‘plamning A to‘plamgacha to‘ldiruvchisi $A\backslash B = \{p; r; s\}$, $n(A\backslash B) = 3$.

Demak, $7 - 4 = 3$.

$a - b$ ayirma $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $B \subset A$ shartlarini qanoatlantiruvchi A va B to‘plamlarining tanlanishiga bog‘liq emas. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi b son bilan yig‘indisi a songa teng bo‘ladi, ya’ni $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$.

Shunday qilib, $a - b = c$ yozuvda a kamayuvchi, b ayriluvchi, c ayirma deb ataladi.

1- masala. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi $b \leq a$ bo‘lganda va faqat shunda mavjud bo‘ladi.

Isbot. Agar $a = b$ bo‘lsa, u holda $a - b = 0$ bo‘ladi va demak, $a - b$ ayirma mavjud bo‘ladi.

Agar $b < a$ bo‘lsa, u holda «kichik» munosabati ta’rifiga ko‘ra shunday natural son mavjud bo‘ladiki, bunda $a = b + c$ bo‘ladi. U holda, ayirmaning ta’rifiga ko‘ra, $c = a - b$, ya’ni $a - b$ ayirma mavjud bo‘ladi.

Agar $a - b$ ayirma mavjud bo‘lsa, u holda ayirmaning ta’rifiga ko‘ra shunday butun nomanfiy c son topiladiki, $a = b + c$ bo‘ladi. Agar $c = 0$ bo‘lsa, u holda $a = b$ bo‘ladi; agar $c > 0$ bo‘lsa, u holda «kichik» munosabatining ta’rifiga ko‘ra $b < a$ bo‘ladi. Demak, $b \leq a$.

2- masala. Agar butun nomanfiy a va b sonlarining ayirmasi mavjud bo‘lsa, u holda u yagonadir.

Isbot. $a - b$ ayirmaning ikkita qiymati mavjud bo‘lsin deb faraz qilaylik, ya’ni $a - b = c_1$ va $a - b = c_2$ bo‘lsin. U holda ayirmaning ta’rifiga ko‘ra $a = b + c_1$ va $a = b + c_2$ hosil bo‘ladi. Bundan $b + c_1 = b + c_2$ va demak, $c_1 = c_2$ ekani kelib chiqadi.

a va b ($a = n(A)$, $b = n(B)$) butun nomanfiy sonlar berilgan bo‘lsa, $a = b$, $a < b$ va $a > b$ larning birortasi o‘rinli bo‘lishi ravshan.

3- misol. $a < b$ berilgan. a sonini b sonidan nechta kamligini aniqlang.

Yechish. $a < b$ shartdan B to‘plamda uning A to‘plamga teng quvvatli B_1 qism to‘plamini ajratish mumkin va $B \setminus B_1$ to‘plam bo‘sh emas.

$n(B \setminus B_1) = c$ ($c > 0$) bo‘lsin. U holda B to‘plamda A to‘plamda qancha element bo‘lsa, shuncha va yana c ta element bo‘ladi. Shunday qilib, a soni b sonidan c ta kam yoki b soni a sonidan c ta ko‘p, deyiladi. $B_1 \subset B$ da $n(B \setminus B_1) = c$ bo‘lgani uchun, $c = b - a$ bo‘ladi.

Xulosa. Bir son ikkinchi sondan nechta kam yoki ko‘p ekanini bilish uchun katta sondan kichik sonni ayirish kerak.

4- misol. Likopchada 4 dona xurmo va ulardan 5 ta ko‘p anor bor. Likopchada nechta anor bor?

Y e c h i s h. Aslida anordan xurmoni ayirib bo‘lmaydi. Masala mevaning ikki to‘plami, ya’ni xurmolar va anorlar to‘plami haqida bormoqda. Ularni C va D bilan belgilaylik. Masala shartidan $n(C) = 4$ va D to‘plamda C to‘plamdagidan 5 ta element ko‘p ekanini bilgan holda, undagi elementlar sonini topish kerak bo‘ladi. Bu $n(D) - n(C) = 5$ ekanligini anglatadi. Shunday qilib, $n(D) = 5 + n(C) = 5 + 4 = 9$.

1- qoida. Yig‘indidan sonni ayirish uchun yig‘indidagi qo‘shiluvchilardan biridan shu sonni ayirish va hosil bo‘lgan natijaga ikkinchi qo‘shiluvchini qo‘shish yetarli. Bu qoidani matematika tiliga o‘tkazadigan bo‘lsak, agar a, b, c — butun nomanfiy sonlar bo‘lsa, u holda:

a) $a > c$ bo‘lganda, $(a + b) - c = (a - c) + b$ bo‘ladi;

b) $b > c$ bo‘lganda, $(a + b) - c = a + (b - c)$ bo‘ladi;

d) $a > c$ va $b > c$ bo‘lganda, yuqoridagi formulalarning ixtiyoriy bittasidan foydalanish mumkin.

5- misol. $a > c$ bo‘lganda, $(a + b) - c = (a - c) + b$ bo‘lishini isbotlang.

I s b o t. *1- usul.* $a > c$ bo‘lsin, u holda $a - c$ ayirma mavjud bo‘ladi. Uni x orqali belgilaymiz: $a - c = x$. Bundan, $a = x + c$ chiqadi. $x + c$ yig‘indini $(a + b) - c$ ifodadagi a ning o‘rniga qo‘yamiz va uni shakl almashtiramiz: $(a + b) - c = (x + c + b) - c = x + b + c - c = x + b$.

Biroq x harfi orqali $a - c$ ayirma belgilangan edi, demak isbotlanishi talab etilgan $(a + b) - c = (a - c) + b$ ifoda hosil bo‘ladi.

2- usul. $n(A) = a$, $n(B) = b$, $n(C) = c$ va $A \backslash B = \varnothing$, $C \subset A$ bo‘ladigan uchta chekli A, B va C to‘plam olamiz. U holda $(a + b) - c$ ga $(A \cup B) \backslash C$ to‘plam elementlari soni, $(a - c) + b$ esa $(A \backslash C) \cup B$ to‘plam elementlari soni bo‘ladi. Shunday qilib, berilgan A, B va C to‘plamlar uchun $(A \cup B) \backslash C) = (A \backslash C) \cup B$ bo‘ladi.

Demak, $n((A \backslash B) \backslash C) = n((A \backslash C) \cup B$ va $(a + b) - c = (a - c) + b$.

2- qoida. Sondan sonlar yig‘indisini ayirish uchun bu sondan qo‘shiluvchilarning birini ketidan ikkinchisini ketma-ket ayirish yetarli, agar a, b, c — butun nomanfiy sonlar bo‘lsa, u holda $a = b + c$ bo‘lganda $a - (b + c) = (a - b) - c$ hosil bo‘ladi.

Bu qoidaning asoslanishi va uning nazariy to‘plam tasviri yig‘indidan sonni ayirish qoidasi uchun bajarilgani kabi bajariladi. Masalan, sondan yig‘indini ayirish qoidasi sonni bo‘laklab ayirish usuliga asos bo‘ladi. $5 - 2 = 5 - (1 + 1) = (5 - 1) - 1 =$ $= 4 - 1 = 3$.

X u l o s a. Yig‘indidan sonni ayirish uchun, bitta qo‘shiluvchidan ayirib, ikkinchisini qo‘shish kerak:

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c).$$

5- misol. Ertalab 20 ta katta va 8 ta kichik baliqchilar qayig‘i dengizga jo‘nadi. 6 ta qayiq qaytdi. Baliqchilar bilan yana nechta qayiq qaytishi kerak?

Y e c h i s h. Masalani uchta usul bilan yechish mumkin.

I usul. $20 + 8 = 28$ va $28 - 6 = 22$.

II usul. $20 - 6 = 14$ va $14 + 8 = 22$.

III usul. $8 - 6 = 2$ va $20 + 2 = 22$.

Mashqlar

1. $83 - 27$ ayirmani hisoblang.

2. Quyidagi tengliklarning nazariy to‘plam talqinini bering:

$7 - 5 = 2$; $3 - 3 = 0$; $4 - 0 = 4$.

3. Nima uchun quyida keltirilgan masalalar ayirish bilan yechilishini tushuntiring:

1) ko‘l bo‘yida 9 tup tol bor edi. 4 ta tol kesib olindi. Ko‘l bo‘yida necha tup tol qoldi?

2) Vali va Lola 9 ta uy rasmini chizishdi. Lola 4 ta uy rasmini chizdi. Vali nechta uy rasmini chizgan?

4. Nilufarda 6 ta, Karimda esa 4 ta daftar bor. Nilufarda Karimdagidan nechta ko‘p daftar bor?

5. «... ta kam» munosabati qaraladigan va yechilishi $10 - 2 = 8$ tenglik ko‘rinishida yoziladigan ikkita sodda masala tuzing.

6. Teng ifodalarni toping va uning qiymatini qulay usul bilan hisoblang. Hisoblashni osonlashtirish uchun qo‘shishning qanday xossalaridan foydalanilgan?

a) $(111 + 274) + 28 + (389 + 226)$;

b) $934 + 188 + 66 + 112$;

d) $(798 + 555) + 2$;

e) $397 + (103 + 75)$;

f) 221+123+605+227+379;
g) (397 + 103) + 75;
h) (934 + 66) + (188 + 112);
i) (111 + 389) + (274 + 226) + 18 + 1018;
j) (221 + 379) + (123 + 227) + 605.

7. Qulay usul bilan hisoblang:

a) (296 + 329) – 96;
b) (1364 + 915) – 364;
d) 9627 + 5200 – 500;
e) (1178 + 389) – 389.

8. Hisoblamasdan taqqoslang:

a) 1252 – 169 ... 1252;
b) 1307 + 461 ... 1307;
d) 149 + 628 ... 628 + 149;
e) 1827 – 96 ... 1827 – 69;
f) 1310 + 51 ... 1310 + 15;
g) 446 – 342 ... 500 – 342.

9. Rasmdan foydalanib, ifodalarni taqqoslang:

$$a - (b + c) \text{ va } a - b - c.$$

Xulosa. Sondan yig‘indini ayirish uchun avval bitta qo‘shiluvchini, so‘ngra ikkinchisini ayirish lozim:

$$a - (b + c) = a - b - c = a - c - b.$$

10. Masalani ikki usul bilan yeching:
Elmurodda 4160 so‘m bor edi. U Sheraliga 252 so‘m, Shuhratga esa 928 so‘m berdi. Elmurodda necha so‘m qoldi?

11. Amallarni bajaring va natujalarni o‘sib borish tartibida yozing. So‘zni tuzing. U nimani bildiradi?

a) $-\begin{array}{r} 1500 \\ 486 \\ \hline \end{array}$; $\boxed{K}$

b) $-\begin{array}{r} 2269 \\ 638 \\ \hline \end{array}$; $\boxed{E}$

d) $-\begin{array}{r} 1045 \\ 380 \\ \hline \end{array}$; $\boxed{S}$

e) $-\begin{array}{r} 6801 \\ 1631 \\ \hline \end{array}$; $\boxed{N}$

f) $+\begin{array}{r} 1269 \\ 1050 \\ \hline \end{array}$; $\boxed{Ya}$

g) $-\begin{array}{r} 1907 \\ 523 \\ \hline \end{array}$. $\boxed{I}$

12. Bir qopda 50 kg un, ikkinchisida esa 28 kg un bor edi. Qoplarning biridan 12 kg un to‘kilgan. Qancha un qoldi? Masalani bir necha usul bilan yeching.

1- usul.

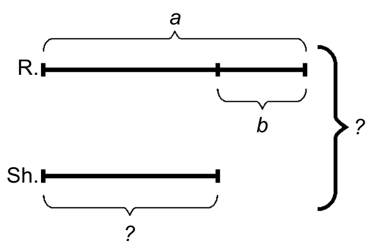
2- usul.

3- usul.

X u l o s a. Yig‘indidan sonni ayirish uchun bitta qo‘shiluvchidan ayirib, ikkinchisini qo‘shish kerak, degan fikr rostmi?

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c).$$

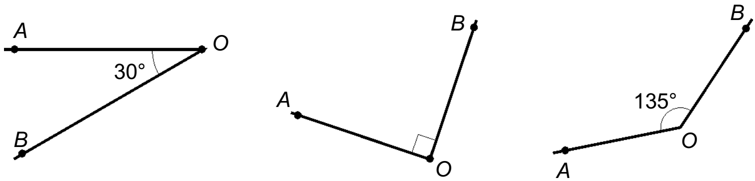
13. Ra’no va Shoira bog‘dan bodom terdilar. Ra’no *a* chelak bodom, Shoira esa Ra’nodan *b* chelak kam bodom terdi. Ular birgalikda necha chelak bodom terishgan? Ifoda tuzing va $a - 32$, $b = 8$ bo‘lganda uning qiymatini toping.



14. Hisoblang:

140	–	△	=	□	165	+	□	=	▭
□	–	5	=	○	○	+	99	=	△
108	+	12	=	△	△	–	65	=	□
○	+	75	=	⬡	195	–	94	=	○

15. Rasmda berilgan burchakka qo‘shni burchak chizing va uning qiymatini toping:



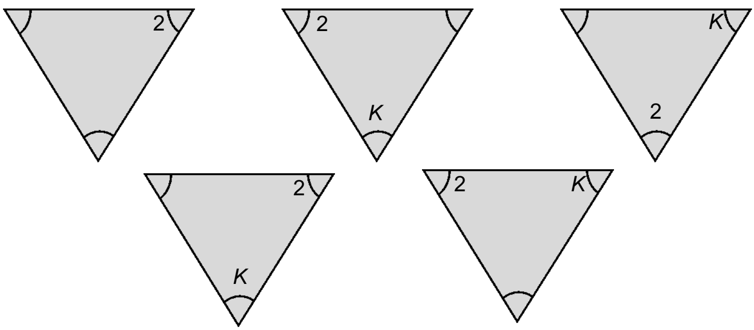
16. Ushbu amallarni bajaring: $+\begin{array}{r}5340\\ \underline{1289}\end{array}$ va $-\begin{array}{r}7150\\ \underline{467}\end{array}$. Natijadan foydalanib quyidagi misollarni og‘zaki yeching:

a) $5341 + 1289 = \square$; f) $7150 - 468 = \square$;
b) $5340 + 1288 = \square$; g) $7151 - 467 = \square$;
d) $5341 + 1288 = \square$; h) $7151 - 468 = \square$;
e) $6629 - 5340 = \square$; i) $6683 - 467 = \square$.

17. $2a$ ko‘rinishidagi sonni qoldirib, sonni o‘chirib tashlang: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19 va 20.

18. Gulchida 3 xil rangli atirgul va 5 xil rangli chinnigul bor. Zumrad a dona atirgul va b dona chinnigul sotib oldi. Zumrad uchun $5 \cdot b$, $3 \cdot a$, $3 \cdot a + b$, $a + b$ ifodalar nimani bildiradi?

19. Rasmda figuralardan bittasi qolganlaridan farq qiladi. Shu figurani toping.



16- §. KO‘PAYTIRISH. KO‘PAYTIRISH QONUNLARI

Butun nomanfiy sonlar ko‘paytmasi tushunchasini turlicha ta’riflash mumkin.

1- ta’rif. Butun nomanfiy a va b sonlari uchun:

1) $b > 1$ bo‘lganda, $a \cdot b = a + a + ... + a$ (b ta qo‘shiluvchi); 2) $b = 1$ bo‘lganda, $a \cdot 1 = a$; 3) $b = 0$ bo‘lganda, $a \cdot 0 = 0$ shartlarni qanoatlantiruvchi $a \cdot b$ songa, a va b sonlarning ko‘paytmasi deb aytiladi, bunda ko‘paytirilayotgan sonlar ko‘paytiruvchilar deb ataladi.

Agar A_1, A_2, ..., A_b to‘plamlarning har biri a tadan elementga ega bo‘lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda ularning birlashmasi $a \cdot b$ ta elementga ega bo‘lishligi ma’lum. Demak, $a \cdot b$ ko‘paytma har biri a tadan elementga ega bo‘lgan juft-jufti bilan kesishmaydigan b ta to‘plamning kesishmasidagi elementlar sonidir. $a \cdot 1 = a$ va $a \cdot 0 = 0$ tengliklar shartli qabul qilingan.

1- misol. Har bir bolalar paltosiga 4 ta tugma qadash kerak. Shunday 6 ta paltoga nechta tugma qadash kerak bo‘ladi?

Y e c h i s h. *1- usul.* Masalani yechish uchun har birida 4 tadan element bo‘lgan 6 ta to‘plamdan tashkil topgan birlashmadagi elementlar sonini aniqlashga to‘g‘ri keladi. Ta’rifga ko‘ra, bu son ko‘paytirish bilan topiladi: $4 \cdot 6 = 24$ (tugma).

2- ta’rif. $a, b \in N$ bo‘lsin. a sonining b soniga ko‘paytmasi deb, har biri a ga teng bo‘lgan b ta qo‘shiluvchining

$$ab = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{b \text{ marta}}$$

yig‘indisiga aytiladi.

Bu ta’rif $a = n(A)$, $b = n(B)$, $A \cap B = \varnothing$ bo‘lgan $A \times B$ dekart ko‘paytma elementlarini sanash ma’lum bir qonuniyatga asoslanishiga bog‘liq.

2- misol. $A = \{a; b; c\}$, $B = \{x; y; z; t\}$ bo‘lsa, $A \times B$ dekart ko‘paytmaning elementlarini toping.

Y e c h i s h. $A \times B$ dekart ko‘paytma quyidagi jadval ko‘rinishida yoziladi:

$(a; x)$	$(a; y)$	$(a; z)$	$(a; t)$
$(b; x)$	$(b; y)$	$(b; z)$	$(b; t)$
$(c; x)$	$(c; y)$	$(c; z)$	$(c; t)$

Dekart ko‘paytma elementlarini ustunlar bo‘yicha sanasak, $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ hosil bo‘ladi.

3- misol. Sinfda har bir partaga 3 tadan o‘quvchi o‘tirsa, xuddi shunday 4 ta partaga nechta o‘quvchi o‘tiradi?

Y e c h i s h. *1- usul.* $A = (x; y; z)$ va $B = (n; t; r; s)$ to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Ularning dekart ko‘paytmasi topiladi. Bu ko‘paytma to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi jadval ko‘rinishida yoziladi:

Satr →

Ustun ↓

$(x; n)$, $(x; t)$, $(x; r)$, $(z; s)$;
$(y; n)$, $(y; t)$, $(y; r)$, $(y; s)$;
$(z; n)$, $(z; t)$, $(z; r)$, $(z; s)$;

Jadvalning har bir satridagi barcha juftliklar bir xil birinchi tashkil etuvchilarga ega, har bir ustundagi juftliklar esa bir xil ikkinchi tashkil etuvchilarga ega. Bunda hech qanday ikkita satr aqalli bitta bir juftlikka ham ega emas. Bundan $A\times B$ dekart ko‘paytmadagi elementlar soni $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ ga teng ekani kelib chiqadi.

2- usul. $n(A) = 3$, $n(B) = 4$ va $3 \cdot 4 = 12$ bo‘lgani uchun, berilgan A va B to‘plamlarning dekart ko‘paytmasidagi elementlar soni $n(A) \cdot n(B)$ ko‘paytmaga tengligi kelib chiqadi, ya’ni agar A va B chekli to‘plamlar bo‘lsa, u holda $n(A\times B) = n(A) \times n(B)$.

Butun nomanfiy a va b sonlarning ko‘paytmasini $n(A) = a$, $n(B) = b$ bo‘ladigan A va B to‘plamlarning dekart ko‘paytmasi elementlari son sifatida qarash mumkin, ya’ni:

$$a \cdot b = n(A\times B), \text{ bunda } n(A) = a, \ n(B) = b.$$

4- misol. $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9$ ko‘paytmani toping.

Yechish. $2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9$ ko‘paytma ta’rifiga ko‘ra,

$$2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = (2 \cdot 7 \cdot 5) \cdot 9 = ((2 \cdot 7) \cdot 5) \cdot 9 = (14 \cdot 5) \cdot 9 = 70 \cdot 9 = 630.$$

1- qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun $a \cdot b = b \cdot a$ tenglik o‘rinli (o‘rin almashtirish qonuni).

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ bo‘lsin. U holda ko‘paytmaning ta’rifiga ko‘ra $a \cdot b = n(A\times B)$. Biroq $A\times B$ va $B\times A$ to‘plamlar teng quvvatli, chunki $A\times B$ to‘plamdagi har bir $(a; b)$ juftlikka $B\times A$ to‘plamdan yagona $(b; a)$ juftlikni mos qo‘yish mumkin va aksincha. Demak, $n(A\times B) = n(B\times A)$ va shuning uchun $a \cdot b = n(A\times B) = n(B\times A) = b \cdot a$.

5- misol. $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$ tenglikning to‘g‘riligini tekshiring.

Yechish. *1- usul.* $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ va $5 + 5 = 10$. Demak, $10 = 10$.

2- usul. $n(A) = 5$ va $n(B) = 2$ bo‘lgan $A = \{a; b; c; d; e\}$, $B = \{1;2\}$ to‘plamlarning dekart ko‘paytmasini tuzamiz:

$A\times B = \{(a; 1), (a; 2), (b; 1), (b; 2), (c; 1), (c; 2), (d; 1), (d; 2), (e; 1), (e; 2)\}$. Dekart ko‘paytma elementlari soni 10 bo‘lgani uchun $5 \cdot 2 = 10$.

2- qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy a, b, c sonlar uchun $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ tenglik o‘rinli.

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ bo‘lsin. U holda ko‘paytmaning ta’rifiga ko‘ra, $(a \cdot b) \cdot c = n((A\times B)\times C)$, $a \cdot (b \cdot c) = n(A\times(B\times C))$.

$(A\times B)\times C$ va $A\times(B\times C)$ to‘plamlar $((a\cdot b)\cdot c)$ va $(a\cdot(b\cdot c)$ ko‘rinishdagi juftliklardan tashkil topgan, bunda $a\in A$, $b\in B$. Biroq $(A\times B)\times C$ va $A\times(B\times C)$ to‘plamlar teng quvvatli. Shuning uchun, $n((A\times B)\times C) = n(A\times(B\times C)$ va demak, $(a\cdot b)\cdot c =$ $= a\cdot(b\cdot c)$.

3- qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy a, b conlar uchun $(a + b)c = ac + bc$ tenglik o‘rinli.

I s b o t. $(A\cup B)\times C = (A\times C)\cup(B\times C)$ (*) ekanligi ma’lum.

$A = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va $A\cap B = \varnothing$ bo‘lsin. U holda ko‘paytmaning ta’rifiga ko‘ra, $(a + b)\cdot c = n((A\cup B)\times C$.

Bundan (*) tenglikka asosan $n((A\cup B)\times C = n((A\times C)\cup$ $\cup(B\times C))$ yig‘indi va ko‘paytmaning ta’riflariga ko‘ra, $n((A\times C)\cup$ $\cup(B\times C)) = n(A\times C) + n(B\times C) = ac + bc$ hosil bo‘ladi.

4- qonun. Ixtiyoriy butun nomanfiy a, b, c $(a\neq b)$ sonlar uchun $(a - b)\cdot c = a\cdot c - b\cdot c$ tenglik o‘rinli.

I s b o t. Bu qonun $(A\setminus B)\times C = (A\times C)\setminus(B\times C)$ tenglikdan keltirib chiqariladi va yuqoridagi qonunga o‘xshash isbotlanadi.

Taqsimot qonunlari ko‘paytirish bilan qo‘shish va ayirish amali orasida aloqa o‘rnatadi. Bu qonunlar asosida $(a + b)\cdot c$ va $(a - b)\cdot c$ ko‘rinishidagi ifodalarda qavslarni ochish, shuningdek, agar ifoda $a\cdot c - b\cdot c$ yoki $a\cdot c + b\cdot c$ ko‘rinishida bo‘lsa, ko‘paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish yuz beradi.

5- qonun. Nol bilan tugagan sonlarni ko‘paytirish uchun nolga e’tibor qilmasdan ko‘paytirishni bajarish, so‘ngra o‘ng tomonida ko‘paytmada nechta nol bo‘lsa, shuni yozish kerak.

6- misol. $125\cdot 15\cdot 6\cdot 8$ ifodaning qiymatini toping.

Y e c h i s h. *1- usul.* $125\cdot 15\cdot 6\cdot 8$ ifodaning qiymatini topish uchun 15 va 6 ko‘paytuvchilarning o‘rinlarini ko‘paytirishning o‘rin almashtirish qonuniga asosan almashtiriladi va $125\cdot 6\cdot 15\cdot 8$ hosil bo‘ladi.

Bu ko‘paytmani ko‘paytirishning guruhlash qonuniga ko‘ra $(125\cdot 6)\cdot(15\cdot 8)$ deb yoziladi. Endi $750\cdot 120$ sonlar ko‘paytiriladi. Buning uchun 750 ni ikkita 700 va 50 sonlarining yig‘indisi ko‘rinishida ifodalash mumkin, ya’ni $(700 + 50)\cdot 120$ va har bir ko‘paytiruvchini 120 ga ko‘paytirishni qo‘shishga nisbatan taqsimot qonuniga ko‘ra ko‘paytiriladi:

$$700\cdot 120 + 50\cdot 120 = 8400 + 600 = 90000.$$

2- usul. $125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8$ ifodaning qiymati topiladi:

$125 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 8 = 125 \cdot (15 \cdot 6) \cdot 8 = 125 \cdot 90 \cdot 8 = 125 \cdot 8 \cdot 9 = (125 \cdot 8) \cdot 90 = 1000 \cdot 90 = 90000$. Bu usulda ko'paytirishning o'rin almashtirish qonuni asosida $15 \cdot 6$ ko'paytuvchilar guruhi ajratildi, keyinchalik $125 \cdot 8$ bajarildi, 90 va 8 ko'paytuvchilarning o'rinlari almashtirildi.

Xulosa. Ko'paytuvchilarning o'rinlari almashishi bilan ko'paytma o'zgarmaydi.

7- misol. $3 \cdot (5 \cdot 2)$ ifodaning qiymatini turli usullar bilan toping.

Yechish. Quyidagi hollardan biri bo'lishi mumkin:

1- usul. $3 \cdot (5 \cdot 2) = 3 \cdot 10 = 30$;
2- usul. $3 \cdot (5 \cdot 2) = (3 \cdot 5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$;
3- usul. $3 \cdot (5 \cdot 2) = (3 \cdot 2) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$.

6- qonun. Ko'paytirishning monotonligi:
$(\forall a, b, c \in N,\ c \neq 0)$; $a > b \Rightarrow ac > bc;$
$(\forall a, b, c \in N)$; $a \geq b \Rightarrow ac \geq bc;$
$(\forall a, b, c \in N,\ c \neq 0)$; $a < b \Rightarrow ac < bc$ bo'ladi.

Isbot. Jumlalarning birinchisini isbotlaymiz.

$$a > b \Rightarrow B \sim A_1 \subset A,$$

bunda, $n(A) = a,\ n(B) = b,\ A \neq \varnothing,\ B \neq \varnothing$. U holda, $B \times C \sim (A_1 \times C) \subset (A \times C)$.

Demak, $n(B \times C) = n(A_1 \times C) < n(A \times C) \Rightarrow bc < ac$.

7- qonun. Ko'paytmaning qisqaruvchanligi: $(\forall a, b, c \in N,\ c \neq 0)$ $a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b$ bo'ladi.

Isbot. Teskarisini faraz qilaylik: $a \neq b$ bo'lsin. U holda $a < b$ yoki $a > b$ bo'lishi kerak. $a < b$ bo'lsa, $a \cdot c < b \cdot c$ bo'lishi kerak, bu esa shartga zid. Demak, $a = b$ ekan.

8- qonun. Har qanday sonni ikki xonali songa ko'paytirish uchun, bu sonni avval birlar xonasidagi songa, so'ngra o'nlar xonasidagi songa ko'paytirib, hosil bo'lgan ko'paytmalar qo'shiladi, bunda o'nliklar xonasidan hosil bo'lgan ko'paytma bir xona chapga surilib yoziladi.

9- qonun. Har qanday sonni uch xonali songa ko'paytirish uchun bu sonni birliklar, o'nliklar, yuzliklar xonasidagi har bir raqamga ketma-ket ko'paytirib, hosil bo'lgan ko'paytmalar qo'shiladi, bu yerda o'nliklar xonasidagi raqamlar bir xona, yuzliklar xonasidagi raqamlar ikki xona chapga surilib yoziladi.

Mashqlar

1. a) Amallarni bajaring:

$1 \cdot 315 = \square$; $1 \cdot 108 = \square$; $1 \cdot 625 = \square$.

Xulosa qil: $1 \cdot a = a$ rostmi?

b) $315 \cdot 1$, $108 \cdot 1$, $625 \cdot 1$ ma’noga egami?

Xulosa qil: $a \cdot 1 = ?$

d) $0 \cdot 139 = \square$; $0 \cdot 605 = \square$; $0 \cdot 783 = \square$.

Xulosa qil: $0 \cdot a = ?$

e) $139 \cdot 0$, $605 \cdot 0$, $783 \cdot 0$ ma’noga egami?

Xulosa qil: $a \cdot 0 = 0$.

f) $0 \cdot 392 = \square$; $678 \cdot 0 = \square$;
$0 \cdot 0 = \square$; $1 \cdot 0 = \square$.

2. 1208 va 306 sonlar ayirmasiga 907 va 1352 sonlarning yig‘indisini qo‘shing va 1348 va 524 sonlarning yig‘indisidan 1140 va 607 sonlarning ayirmasini ayiring.

3. Sonni 10, 100, 1000, ... ga ko‘paytirish uchun bu sonning o‘ng tomoniga 1 ta nol, 2 ta nol, 3 ta nol, ... nol yozish kerak. Xulosa to‘g‘rimi?

4. Ko‘paytmani hisoblang va sonni o‘qing:

a) $65 \cdot 10000 = \square$; d) $670 \cdot 1000 = \square$;
b) $6900 \cdot 1000 = \square$; e) $10 \cdot 500000 = \square$.

5. 6 ni ketma-ket besh marta yozing. Hosil bo‘lgan sonni o‘qing; 50 sonini ketma-ket uch marta yozing. Qanday son hosil bo‘ldi?
agar 168 sonini to‘rt marta ketma-ket yozsak, qanday son hosil bo‘ladi?
1208 va 306 sonlarning ayirmasiga 907 va 1352 sonlarning yig‘indisini qo‘shing;
1348 va 524 sonlarning yig‘indisidan 1140 va 607 sonlarning ayirmasini ayiring.

6. Taqsimot qonunlaridan foydalanib, quyidagi ifodalarning qiymatlarini toping:

a) $9 \cdot 3 + 9 \cdot 87 = \square$; d) $17 \cdot 12 - 17 \cdot 7 = \square$;
b) $5 \cdot (12 + 44) = \square$; e) $297 \cdot 8 = \square$.

7. Ifodalarning qiymatlarini eng sodda usullar bilan toping, bunda almashtirishlardagi har bir qadamni asoslang:

a) $4 \cdot 17 \cdot 25 = \square$;
b) $(8 \cdot 379) \cdot 125 = \square$;
d) $24 \cdot 19 \cdot 25 \cdot 5 = \square$;
e) $(40 \cdot 7 \cdot 3) \cdot 25 = \square$;
f) $126 \cdot 24 + 126 \cdot 6 + 126 \cdot 10 = \square$;
g) $61 \cdot 101 = \square$.

8. Misollarni yeching:

a) $1 \cdot 687 = \square$; b) $856 \cdot 1 = \square$; d) $1 \cdot 1 = \square$.

9. Tenglamani yeching:

a) $137 \cdot x = 137$; b) $x \cdot 743 = 743$.

10. Rasmga ko‘ra amallarni bajaring:

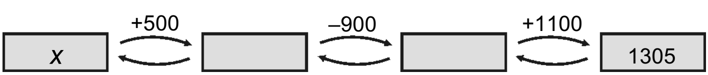
a) +20		b) +200		d) +2000	
886	______	886	______	886	______
887	______	887	______	887	______
888	______	888	______	888	______
889	______	889	______	889	______

e) −20		f) −200		g) −2000	
2722	______	2722	______	2722	______
2721	______	2721	______	2721	______
2720	______	2720	______	2720	______
2719	______	2719	______	2719	______

11. *AB* kesma o‘tkazing va unda *C* va *D* nuqtalarni belgilang. Chizmada nechta kesma hosil bo‘ldi?

12. 4«A»-sinfda 25, 4«B»-sinfda 30, 4«G»-sinfda 31 ta o‘quvchi o‘qiydi. Har uchalasida 57 ta qiz bolalar o‘qiydi. To‘rtinchi sinfda nechta o‘g‘il bolalar o‘qiydi?

13. Rasmdan foydalanib masala tuzing:



14. Amallarni bajaring va xulosa chiqaring:

a) $6 \cdot 10 = 10 \cdot 6$;
b) $5 \cdot 1000 = 1000 \cdot 5$;
d) $3 \cdot 100 = 100 \cdot 3$.

15. Ifodaning qiymatini toping:

a) $163 \cdot 10$;
b) $100 \cdot 816$;
d) $600 \cdot 100$;
e) $86 \cdot 1000$;
f) $200 \cdot 89$;
g) $612 \cdot 10000$;
h) $360 \cdot 10$;
i) $60 \cdot 1000$.

16. Agar 168 sonini to‘rt marta ketma-ket yozsak, qanday son hosil bo‘ladi?

17. Maktabdan avtobus bekatigacha 460 m, bekatdan bog‘chagacha 700 m. Maktabdan bekatgacha bo‘lgan masofa maktabdan bog‘chagacha bo‘lgan masofadan qancha kam?

17- §. SONNI DARAJA KO‘RINISHIDA YOZISH

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ ko‘paytmani 3^4 deb yozish mumkin.

Bu uchning to‘rtinchi *darajasi* deb o‘qiladi, bunda 3 soni *asos*, 4 esa *daraja ko‘rsatkichi* deb qabul qilingan.

Umuman, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$.

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

3 soni 4 marta o‘z-o‘ziga ko‘paytiriladi.

1- misol. Quyidagi tengliklar to‘g‘rimi?

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$;
$1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$;
$36^3 = 36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$;
$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$;
$25^2 = 25 \cdot 25 = 625$;
$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

a^2 degan so‘z, a ni a ga ko‘paytirish, a^3 esa a ni a ga ketma-ket uch marta ko‘paytirish demakdir. 1- misoldan $2^3 = 8$ va $3^2 = 9$. Bundan $2^3 \neq 3^2$ ekanligi kelib chiqadi.

2- misol. $(2^2)^3 = 2^{(2 \cdot 3)}$ tenglikning to‘g‘riligini tekshiring.

Y e c h i s h. $(2^2)^3 = 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ va $2^{(2 \cdot 3)} = 2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \times$ $\times\, 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$. Bundan $(2^2)^3 = 2^{(2 \cdot 3)}$ kelib chiqadi.

3- misol. $x = 2$ da x^3 ning qiymatini toping.

Y e c h i s h. x ning o‘rniga 2 ni qo‘yib, $x^3 = 2^3 = 8$ topiladi.

Har qanday a soni uchun $a^1 = a$. Masalan, $9^1 = 9$ yoki $27^1 = 27$.

Nolning har qanday darajasi yana nol bo‘ladi, masalan: $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$ yoki $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$.

Har qanday sonning nolinchi darajasi 1 ga teng. $2^0 = 1$, $5^0 = 1$, $10^0 = 1$.

Mashqlar

1. Quyidagilarni yodda tutishga harakat qiling:

$0^2 = 0$;	$1^2 = 1$;	$2^2 = 4$;	$3^2 = 9$;
$4^2 = 16$;	$5^2 = 25$;	$6^2 = 36$;	$7^2 = 49$;
$8^2 = 64$;	$9^2 = 81$;	$10^2 = 100$;	$11^2 = 121$;
$12^2 = 144$;	$13^2 = 169$;	$1^3 = 1$;	$2^3 = 8$;
$3^3 = 27$;	$4^3 = 64$;	$5^3 = 125$;	$1^4 = 1$;
$2^4 = 16$;	$3^4 = 81$;	$2^5 = 32$;	$2^6 = 64$.

2. Hisoblang:

$3^3 = \square$;	$10^3 = \square$;	$5^2 = \square$;	$8^2 = \square$;
$5^0 = \square$;	$10^0 = \square$;	$1^9 = \square$;	$10^2 = \square$;
$2^4 = \square$;	$10^4 = \square$;	$2^5 = \square$;	$10^6 = \square$;
$1^5 = \square$;	$10^1 = \square$;	$6^3 = \square$;	
$0^8 = \square$;	$10^5 = \square$;	$0^4 = \square$;	

$x = 2$ da x^6 ni toping;
$b = 8$ da b^3 ni toping.

3. Kvadratning perimetri 28 sm. Uning tomoni nimaga teng?

4. Peshingacha 45 yashik olma sotildi, peshindan so‘ng 5 marta kam yashik olma sotildi. Peshindan keyin qancha olma sotilgan?

5. 10 sonining darajalari haqida nimalarni bilasiz?

$10^0 = 1$ -- Bir
$10^1 = 10$ -------------------------------------- O‘n
$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ ---------------------------- Bitta yuz
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ ---------------------- Bitta ming
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$ ---------------- O‘nta ming
$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$ ----------- Bitta yuz ming
$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000$ ------- Bitta million

6. Quyidagilarni yodda tutishga harakat qiling:

a) $12 \cdot 10^3 = 12000$ chunki $12 \cdot 1000 = 12000$;

b) $275 \cdot 10^4 = 2750000$ chunki $275 \cdot 10000 = 2750000$;

d) $4806 \cdot 10^2 = 480600$ chunki $4806 \cdot 100 = 480600$;

e) $93 \cdot 10^5 = 9300000$ chunki $93 \cdot 100000 = 9300000$;

f) $100 \cdot 4 = 4 \cdot 100 = 400$;

g) $10^3 \cdot 5 = 5000$;

h) $10000 \cdot 1000 = 10\,000\,000$;

i) $1000 \cdot 6 = 6000$;

j) $100 \cdot 7 = 1 \cdot 7 = 7$.

7. Bilasizmi?

a) $10 \cdot 2 = \square$; b) $35 \cdot 100 = \square$; d) $10^2 \cdot 4 = \square$; e) $100 \cdot 100 = \square$; f) $10^5 \cdot 7 = \square$; g) $5 \cdot 10^3 = \square$; h) $1000 \cdot 84 = \square$;

i) $2 \cdot 10 = \square$; j) $1000 \cdot 27 = \square$; k) $10^3 \cdot 7 = \square$; l) $10 \cdot 10 = \square$; m) $10^0 \cdot 8 = \square$; n) $7 \cdot 10 = \square$; o) $75 \cdot 10000 = \square$;

p) $10 \cdot 35 = \square$; q) $5 \cdot 10000 = \square$; r) $100 \cdot 10 = \square$; s) $1000 \cdot 1000 = \square$; t) $8 \cdot 10^2 = \square$; u) $9 \cdot 10^0 = \square$.

8. Topa olasizmi?

a) $10 \cdot 3 = \square$; b) $10^3 \cdot 247 = \square$; d) $10^3 \cdot 4 = \square$; e) $1500 \cdot 10^3 = \square$; f) $10^4 \cdot 8 = \square$; g) $87 \cdot 10^5 = \square$;

h) $18 \cdot 10^5 = \square$; i) $100 \cdot 48 = \square$; j) $10 \cdot 1000 = \square$; k) $100 \cdot 1000 = \square$; l) $10^0 \cdot 3100 = \square$; m) $93 \cdot 10 = \square$;

n) $10 \cdot 46 = \square$; o) $16 \cdot 10^0 = \square$; p) $10 \cdot 100 = \square$; q) $10000 \cdot 23 = \square$; r) $7 \cdot 10 = \square$; s) $15 \cdot 10000 = \square$.

9. Qanday ikki sonning yig‘indisi ularning har biriga teng?

10. 20 va 30 orasidagi juft sonlarni yozing.

18- §. BO‘LISH

1- misol. 8 ta apelsinni har biriga 2 tadan qilib likopchalarga qo‘yib chiqishdi. Apelsinni 2 tadan qilib necha marta qo‘yishdi? Nechta likopcha kerak bo‘ladi?

Y e c h i s h. 8 ta elementga ega to‘plam berilgan bo‘lsin. Bu to‘plamning har birida 2 tadan element bo‘lgan qism to‘plamlarga, ya’ni juft-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli 4 ta to‘plamlarga ajratish mumkin. Shunday qilib, javobda hosil qilingan 4 soni asosan 8 ta elementdan iborat to‘plam bo‘lingan ikki elementli qism to‘plamlar sonidir.

2- misol. 12 ta qalamni 3 o‘quvchiga baravar tarqatishdi. Har bir o‘quvchi nechtadan qalam oladi?

Y e c h i s h. Misol bo‘lish bilan yechiladi: $12:3=4$ (qalam). 4 soni 12 ta elementdan iborat to‘plam bo‘lingan teng quvvatli kesishmaydigan har bir uchta qism to‘plamdagi elementlar soni sifatida qatnashmoqda.

Bo‘linadigan raqamni *bo‘linuvchi*, bo‘ladigan raqamni *bo‘luvchi* deyiladi. Agar bo‘linuvchi bo‘luvchiga aniq bo‘linmasa, bo‘lishdan qolgan qismi *qoldiq* deyiladi.

$12:3=4$ va $12:4=3$ holda ham bo‘linuvchi 12. Lekin $12:3=4$ da bo‘linma 4, bo‘luvchi esa 3 va $12:4=3$ da bo‘linma 3, bo‘luvchi esa 4 sonidir.

Bo‘lishda qoldiq qolmasa (qoldiq nol bo‘lsa), bo‘luvchi va bo‘linma koeffitsiyentlar deyish mumkin.

Ta’rif. $a=n(A)$ va A to‘plam juft-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli qism to‘plamlarga ajratilgan bo‘lsin. Agar b soni A to‘plamni bo‘lishdagi qism to‘plamlar soni bo‘lsa, u holda har bir qism to‘plamdagi elementlar soniga a va b sonlarning bo‘linmasi deb aytiladi.

Bo‘lish ta’rifiga ko‘ra, bo‘lishga oid masalalar ikki turga ajraladi: mazmuniga ko‘ra, bo‘lish va teng qismlarga ajratish.

1- turga oid masala. 48 ta qalam 6 ta qutichaga barobardan solingan bo‘lsa, har bir qutichaga nechtadan qalam solingan?

2- turga oid masala. 48 ta qalam 6 tadan qilib qutichalarga solingan bo‘lsa, nechta quticha kerak bo‘ladi?

Bo‘lish takror ayirish sifatida ham qaralishi mumkin.

$14-7$ degani, 14 dan bir marta 7 ni ayirish $(7-7=0)$ va ikkinchi marta 7 ni ayirish demakdir.

$14:7=2$. (Tekshirish: $2\cdot 7=14$).

Xulosa qilib aytganda, butun nomanfiy a soni bilan b natural sonning bo‘linmasi deb, b son bilan ko‘paytmasi a ga teng bo‘ladigan $c=a:b$ soniga aytiladi. Teskari bog‘lanishning mavjudligini ham ko‘rsatish mumkin, ya’ni bo‘linmaning uchinchi ta’rifidan birinchi ta’rifi kelib chiqishini ko‘rsatish mumkin:

$$a:b=c, \text{ bundan } a=c\cdot b.$$

Demak, uchunchi holda bo‘linma ko‘paytma orqali ta’riflandi. Shuning uchun bo‘lish ko‘paytirishga teskari amal deb aytiladi. a va b natural sonlarning bo‘linmasi har doim ham mavjud bo‘ladimi?

a va b natural sonlarning bo‘linmasi mavjud bo‘lsin, ya’ni $a=c\cdot b$. Ixtiyoriy c natural son uchun $1>c$ da’vo o‘rinli. Bu tengsizlikning ikkala qismi b natural songa ko‘paytiramiz, $b > c \cdot b$ ga ega bo‘lamiz. $c \cdot b = a$ bo‘lgani uchun $b > a$ bo‘ladi.

Agar $a = 0$ va $b = 0$ bo‘lsa, u holda bunday a va b sonlarning bo‘linmasi mavjud, degan jumladan c ning ixtiyoriy qiymatida o‘rinli bo‘ladigan $0 = c \cdot 0$ tenglik kelib chiqadi, ya’ni $a = 0$ va $b = 0$ sonlarning bo‘linmasi har qanday son bo‘lishi mumkin. Shuning uchun matematikada nolni nolga bo‘lish mumkin emas deb hisoblanadi.

3- misol. 644 sonini 92 ga bo‘ling .

Y e c h i s h. Aslida $92 \cdot 1 = 92$, $92 \cdot 2 = 184$, $92 \cdot 3 = 276$, $92 \cdot 4 = 368$, $92 \cdot 5 = 460$, $92 \cdot 6 = 552$, $92 \cdot 7 = 644$ tekshirishlar ko‘z oldimizdan o‘tadi. Taxminan javobni tezroq topish imkoni bor, ya’ni 644 soni taxminan 630, 92 esa taxminan 90; $630 : 90 = 7$ bo‘lgani uchun tekshirishni birdaniga 7 sonidan boshlash mumkin edi. Bu usul har doim ham qo‘l kelavermaydi. Chunki $644 : 92$ ni $600 : 100 = 6$ deb yozish mumkin edi.

Mashqlar

1. Hisoblang:

a) $3452 \cdot 27 = \square$; h) $5080 \cdot 45 = \square$; m) $8006 \cdot 85 = \square$;
b) $20284 \cdot 56 = \square$; i) $50056 \cdot 89 = \square$; n) $90236 \cdot 54 = \square$;
d) $453 \cdot 284 = \square$; j) $4062 \cdot 89 = \square$; o) $3207 \cdot 96 = \square$;
e) $5606 \cdot 37 = \square$; k) $8206 \cdot 537 = \square$; p) $33018 \cdot 637 = \square$.
f) $50384 \cdot 794 = \square$; l) $89765 \cdot 6789 = \square$;
g) $86941 \cdot 1694 = \square$;

2. Tenglikni o‘qing va uning ma’nosini tushuntiring:

a) $a \cdot b = b \cdot a$; b) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

3. Ko‘paytirishning o‘rin almashtirish va taqsimot qonunidan foydalanib, masalaning yechimini tushuntiring:

$700 \cdot 30 = (100 \cdot 7) \cdot (10 \cdot 3) = (7 \cdot 10) = 21 \cdot 1000 = 21000.$

4. Ko‘paytirishni bajaring:

a) $\times\begin{array}{r}356\\ \underline{204}\end{array}$; b) $\times\begin{array}{r}1786\\ \underline{302}\end{array}$; d) $\times\begin{array}{r}705\\ \underline{206}\end{array}$; e) $\times\begin{array}{r}3804\\ \underline{406}\end{array}$;

f) $\times\begin{array}{r}9067\\ \underline{504}\end{array}$; g) $\times\begin{array}{r}95046\\ \underline{3007}\end{array}$; h) $\times\begin{array}{r}60058\\ \underline{9005}\end{array}$; i) $\times\begin{array}{r}750009\\ \underline{30007}\end{array}$;

j) $2500 \cdot 376$ $12000 \cdot 507$ $9200 \cdot 3154$ $300 \cdot 7855$;

k) $500 \cdot 3751$ $2000 \cdot 799$ $5000 \cdot 7008$
$9500 \cdot 7893$ $8960 \cdot 5600$ $38000 \cdot 7800$;

l) $10 \cdot 2$ $2 \cdot 10$ $10 \cdot 35$ $35 \cdot 100$
$1000 \cdot 27$ $5 \cdot 10000$ $102 \cdot 4$ $103 \cdot 7$
$100 \cdot 10$ $100 \cdot 100$ $10 \cdot 10$ $1000 \cdot 1000$
$105 \cdot 7$ $100 \cdot 8$ $8 \cdot 102$ $5 \cdot 103$
$7 \cdot 10$ $9 \cdot 100$ $1000 \cdot 84$ $75 \cdot 10000$.

5. Sonni o‘z-o‘ziga bo‘lishda bir hosil bo‘ladi.
Sonni birga bo‘lsak yana shu son hosil bo‘ladi.

a) $0 : 507 = \square$; b) $0 : 862 = \square$; d) $0 : 619 = \square$;

Nimani fahmlading? Xulosa qil. $0 : a = \square$.

a) $2001 : 0 = \square$; b) $604 : 0 = \square$; d) $603 : 0 = \square$;

Nimani fahmlading? Xulosa qil. $a : 0 = \square$.

6. Agar amallarni to‘g‘ri bajarib, natijalarni o‘sib borish tartibida yozsangiz, o‘zbek xalqining sevimli shoirlaridan birining ismi sharifini topasiz:

b $450 : 5 = \square$; A $924 : 3 = \square$; l $480 : 8 = \square$;
o $540 : 90 = \square$; d $640 : 8 = \square$; a $650 : 50 = \square$;
o $900 : 90 = \square$; v $400 : 80 = \square$; b $540 : 90 = \square$;
i $640 : 80 = \square$; u $490 : 7 = \square$; p $490 : 70 = \square$.
r $810 : 90 = \square$; e $450 : 9 = \square$;

7. Daraxtning balandligi 10 m. Shilliq qurt har kuni 3 m yuqoriga va kechasi 2 m pastga tushadi. Shilliq qurt necha kunda daraxtning uchiga chiqadi?

8. Yulduzchalar o‘rniga kerakli amalni qo‘ying:

a) $270 * 30 * 200 = 40$; d) $270 * 30 * 200 = 100$;
b) $270 * 30 * 200 = 209$; e) $270 * 30 * 200 = 500$.

19- §. «... MARTA KATTA» VA «... MARTA KICHIK» MUNOSABATLARI. YIG‘INDINI SONGA VA SONNI KO‘PAYTMAGA BO‘LISH QOIDALARI

Bir son ikkinchi sondan necha marta katta yoki kichik, degan savol masalalar yechishda va amaliy faoliyatda har qadamda uchraydi. «... marta katta» va «... marta kichik» munosabatlari bilan dastlabki tanishish boshlang‘ich maktabda yuz beradi.

1- ta'rif. Agar $a = n(A)$, $b = n(B)$, $a > b$ bo'ladigan a va b sonlar berilgan va A to'plamni B to'plamga teng quvvatli c ta qism to'plamga ajratish mumkin bo'lsa, a soni b sonidan c marta katta, b soni esa a sonidan c marta kichik, deb aytiladi.

Ammo bu c sonining o'zi nimani ifodalaydi? Nazariy — to'plamlar nuqtayi nazaridan bu a va b sonlarining bo'linmasidir. Bundan quyidagi qoida hosil bo'ladi:

Qoida. Bir son ikkinchi sondan necha marta katta yoki kichik ekanligini bilish uchun katta sonni kichik songa bo'lish zarur.

1- misol. 3 tup olma va 12 tup olcha o'tqazildi. Olchalardan necha marta kam olma o'tqazildi?

Y e c h i s h. Yuqoridagi qoidada qo'yilgan savolga bo'lish yordamida javob topiladi, ya'ni $12 : 3 = 4$ (marta). «.. marta ko'p» va «.. marta kam» munosabatlar boshqa ko'rinishdagi masalalarda ham uchraydi.

2- misol. Zulfiyada 6 ta daftar, Ra'noda esa undan 2 marta kam daftar bor. Ra'noda nechta daftar bor?

Y e c h i s h. Zulfiyadagi daftarlar to'plami A, Ra'nodagi daftarlar to'plami B bo'lsin. $n(A) = 6$ ekani ma'lum. n(B) sonni topish talab etilgan. Bu shartdan kelib chiqib, A to'plamni teng quvvatli ikkita qism to'plam ko'rinishida tasvirlash mumkin, u holda B to'plamda A to'plamning har bir qism to'plamida nechta element bo'lsa, shuncha element bo'ladi, bu son bo'lish bilan topiladi, ya'ni $6 : 2 = 3$. Demak, $n(B) = 3$, ya'ni, Ra'noda 3 ta daftar bor ekan.

3- misol. Bunyodda 3 ta daftar, Ismatulloda esa undan 4 marta ko'p daftar bor. Ismatulloda nechta daftar bor?

Y e c h i s h. Bu masalada ham oldingi masaladagi kabi ikkita to'plam, Bunyoddagi daftarlar to'plami A va Ismatullodagi daftarlar to'plami B qaraladi. $n(A) = 3$ ekani ma'lum. B to'plamdagi elementlar soni A to'plamdagi elementlar sonidan 4 marta ko'p ekanini bilgan holda, $n(B)$ ni topish talab etiladi. Bu B to'plam A to'plamdagi teng quvvatli kesishmaydigan to'rtta B_1, B_2, B_3, B_4 qism to'plamdan iborat ekanini anglatadi va, demak, $n(B_1) = n(B_2) = n(B_3) = n(B_4) = n(\mathrm{A})$. Bu holda B to'plamdagi elementlar sonini qo'shish bilan topish mumkin: $n(B) = n(B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4) = n(B_1) + n(B_2) + n(B_3) + n(B_4) =$ $= 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12.$

Demak, Ismatulloda 12 ta daftar bor ekan.

1- qoida. Agar a va b sonlar c songa bo‘linsa, u holda ularning $a + b$ yig‘indisi ham c ga bo‘linadi. $a + b$ yig‘indini c ga bo‘lganda hosil bo‘ladigan bo‘linma, a ni c ga va b ni c ga bo‘lganda hosil bo‘ladigan bo‘linmalar yig‘indisiga teng, ya’ni:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

Isbot. *1- usul.* a soni c ga bo‘lingani uchun $a = c \cdot m$ bo‘ladigan $m = a : c$ natural son mavjud. Shunga o‘xshash, $b = c \cdot n$ bo‘ladigan $n = b : c$ natural son mavjud. U holda $a + b = c \cdot m + c \cdot n = c \cdot (m + n)$.

Bundan $a + b$ yig‘indining c ga bo‘linishi va $a + b$ ni c ga bo‘lganda hosil bo‘ladigan bo‘linma $m + n$ ga teng bo‘lishi, ya’ni $a : c + b : c$ ekani kelib chiqadi.

2- usul. $a = n(A)$, $b = n(B)$, bunda $A \cap B = \varnothing$ bo‘lsin. Agar A va B to‘plamlarning har birini c ga teng quvvatli qism to‘plamlarga ajratish mumkin bo‘lsa, u holda bu to‘plamlar birlashmalarini ham shunday ajratish mumkin.

Agar A to‘plamni ajratishdagi har bir qism to‘plam $a : c$ elementga va B to‘plamning har bir qism to‘plami $b : c$ elementga ega bo‘lsa, u holda $A \cap B$ to‘plamning har bir qism to‘plamida $a : c + b : c$ element mavjud bo‘ladi. Bu esa $(a + b) : c = a : c + b : c$ ekanini anglatadi.

2- qoida. Agar a natural son b va c natural sonlarga bo‘linsa, u holda a sonni b va c sonlar ko‘paytmasiga bo‘lish uchun a sonni b (c) ga bo‘lish va hosil bo‘lgan bo‘linmani c (b) ga bo‘lish yetarli, ya’ni $a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b$ (sonni ko‘paytmaga bo‘lish qoidasi).

Isbot. $(a : b) : c = x$ deb faraz qilaylik. U holda bo‘linmaning ta’rifiga ko‘ra, $a : b = c \cdot x$ bo‘ladi, shunga o‘xshash $a = b \cdot (c \cdot x)$ bo‘ladi. Ko‘paytirishning guruhlash qonuniga asosan, $a = (b \cdot c) \cdot x$ bo‘ladi. Hosil bo‘lgan tenglik $a : (b : c)$ ekanini bildiradi. Shunday qilib, $a : (b : c) = a \cdot (b : c)$.

3- qoida. Sonni ikki sonning bo‘linmasiga ko‘paytirish uchun bu sonni bo‘linuvchiga ko‘paytirish va hosil bo‘lgan ko‘paytmani bo‘linuvchiga bo‘lish yetarli, ya’ni $a \cdot (b : c) = (a \cdot b) : c$ (sonni ikki sonning bo‘linmasiga ko‘paytirish qoidasi).

Bu qoidaning isboti avvalgi qoidaning isbotiga o‘xshash. Ifodalangan qoidalarning qo‘llanishi ifodani soddalashtirish imkonini beradi.

4- misol. (720 + 600) : 24 ifodaning qiymatini toping.

Y e c h i s h. (720 + 600) : 24 ifodaning qiymatini topish uchun 720 va 600 qo‘shiluvchilarni 24 ga bo‘lish va hosil bo‘lgan bo‘linmalarni qo‘shish yetarli, ya’ni:

$$(720 + 600) : 24 = 720 : 24 + 600 : 24 = 30 + 25 = 55.$$

5- misol. 1440 : (12 · 15) ifodaning qiymatini toping.

Y e c h i s h. 1440 : (12 · 15) ifodaning qiymatini avval 1440 ni 12 ga bo‘lib, keyin hosil bo‘lgan bo‘linmani 15 ga bo‘lib topish mumkin, ya’ni:

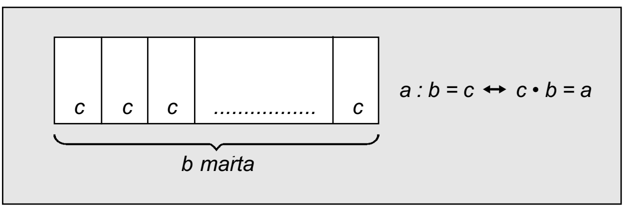
$$1440 : (12 \cdot 15) = (1440 : 12) \cdot 15 = 120 \cdot 15 = 8.$$

Mashqlar

1. Jumlalarning ma’nosini tushuntiring: 10 soni 5 dan 2 marta katta; 2 soni 8 dan 4 marta kichik.

2. «...marta katta» munosabati qaraladigan va yechilishi 15 : 3 = 5 tenglik ko‘rinishida bo‘lgan ikkita sodda masala tuzing.

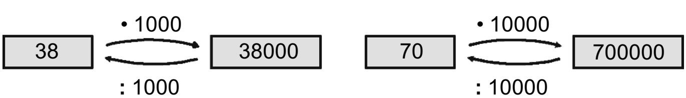
3. Quyidagi da’vo to‘g‘rimi?
Bo‘lish amali ko‘paytirish amaliga teskari. *a* sonini *b* songa bo‘lish uchun shunday *c* sonini topish kerakki, *b* ga ko‘paytirganda *a* ni hosil qilsin.



4. Qaysi amal ko‘paytirishga teskari? Qanday amal bo‘lishga teskari? Hisoblang:

a) $144 : 12 \cdot 3 = \square$; e) $320 : 8 \cdot 8 = \square$;
b) $705 \cdot 5 : 5 = \square$; f) $6 \cdot 103 : 2 = \square$;
d) $500 \cdot 9 : 9 = \square$; g) $4124 : 18 \cdot 2 = \square$.

5. Rasmdan foydalanib bo‘linmani toping va xulosa chiqaring:

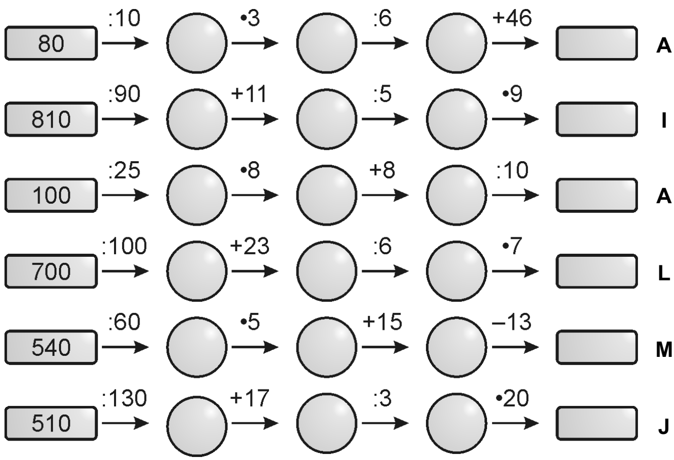


$38000 : 1000 = \square$; $700000 : 10000 = \square$.

6. Og‘zaki hisoblang va javobini yozing:

a) $46000 : 100 = \square$; f) $80 \cdot 80 = \square$;
b) $37000 : 10 = \square$; g) $600 \cdot 4 = \square$;
d) $90000 : 1000 = \square$; h) $3 \cdot 5000 = \square$;
e) $74000000 : 10000 = \square$; i) $90 \cdot 500 = \square$.

7. Javoblarni kamayish tartibida yozing va so‘zni tuzing. «Boy ila xizmatchi» dramasidagi qaysi obrazni topdingiz?



8. Tenglamaning ildizini topa olasizmi?

$16 \cdot a = 16 : a$; $x + x = x \cdot x$;
$y : 40 = y \cdot 40$.

9. Bir qarashda hisoblang:

$2002 : 2002 - 0 : (1960 + 1961) + 1 \cdot 999$.

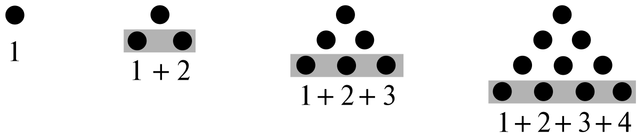
10. Bo‘linmani ko‘rsatma bo‘yicha bajaring:

K o ‘ r s a t m a: $4000 : 40 = 100$, chunki $100 \cdot 40 = 4000$;
$3900 : 390 = 10$, chunki $10 \cdot 390 = 3900$.

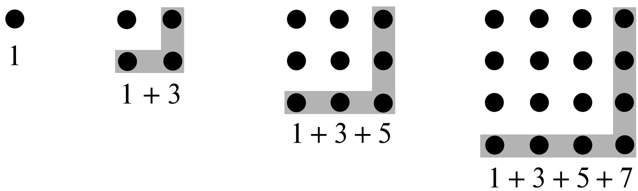
a) $800 : 80 = \square$; e) $8800 : 880 = \square$; h) $8000 : 90 = \square$;
b) $700 : 70 = \square$; f) $64 : 640 = \square$; i) $3000 : 30 = \square$;
d) $500 : 50 = \square$; g) $9500 : 95 = \square$; j) $2000 : 20 = \square$.

11. Rasmni tahlil qiling va xulosa chiqaring.

a)



b)



12. Quyidagi raqamlardan foydalanib, barcha uch xonali sonlarni yozing:

a) 1; 0; 2;
b) 4; 6; 8;
d) 3; 3; 1;
e) 5; 5; 0.

13. Yulduzchalar o‘rniga amallardan birini to‘g‘ri qo‘yishga harakat qiling:

a) $60 * 2 * 20 = 100$;
b) $144 * 12 * 5 = 60$;
d) $625 * 25 * 25 = 50$;
e) $400 * 50 * 2 = 500$;
f) $55 * 2 * 10 = 100$;
g) $900 * 30 * 30 = 0$.

14. Sonlarni biridan ikkinchisini qanday qilib hosil qilish mumkin? Javobingizni tushuntiring:

a) 1; 2; 4; 8; ... ;
b) 0; 5; 10; 15; ... ;
d) 36; 12; 4; ... ;
e) 23; 20; 17; ... .

20- §. QOLDIQLI BO‘LISH

1- misol. 37 sonini 8 ga bo‘ling.

Y e c h i s h. 37 soni 8 ga qoldiqsiz bo‘linmaydi. Lekin $37 = 4 \cdot 8 + 5$ bo‘ladigan 4 va 5 sonlari mavjud. 37 sonini 8 ga bo‘lish qoldiqli bo‘lish bilan bajariladi, bunda to‘liqmas 4 bo‘linma va 5 qoldiq topildi deb aytiladi.

Ta’rif. Butun nomanfiy a sonni b natural songa qoldiqli bo‘lish deb, $a = bq + r$ va $0 \leq r \leq b$ bo‘ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi.

Qoldiqning ta'rifidan kelib chiqadigan o'ziga xos xususiyatiga e'tibor beraylik. Qoldiq b bo'luvchidan kichik sondir. Shuning uchun butun nomanfiy sonlarni b ga bo'lganda, hammasi bo'lib b ta turlicha qoldiq hosil bo'lishi mumkin.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda a ni b ga bo'lganda, to'liqmas bo'linma $q = 0$, qoldiq $r=a$ bo'ladi, ya'ni $a = 0 \cdot b + a$.

2- misol. a ni b ga qoldiqli bo'lishni har doim ham bajarish mumkinmi?

Ixtiyoriy butun nomanfiy a soni va b natural son uchun $a = b \cdot q + r$, bunda $0 \leq r < b$ bo'ladigan butun nomanfiy q va r sonlar mavjud. Bu xossaga ega bo'lgan nomanfiy sonlar jufti $(q; r)$ yagonadir.

$a = n(A)$ va A to'plam $A_1, A_2, ..., A_q, X$ to'plamlarga ajratilgan bo'lib, bunda $A_1, A_2, ..., A_q$ to'plamlar teng quvvatli va b tadan elementni o'z ichiga olgan, X to'plam esa $A_1, A_2, ..., A_q$ to'plamlarning har biridagi elementlardan kam elementlarga ega bo'lsin, ya'ni $n(X) = r$. U holda $a = bq + r$ bo'ladi, bunda $0 \leq r < b$. Shunday qilib, to'liqmas bo'linma q, A to'plamni ajratishdagi (har birida b tadan element bo'lgan) teng quvvatli qism to'plamlar soni, qoldiq r – X to'plamdagi elementlar soni bo'ladi.

Boshlang'ich maktabda qoldiqli bo'lish bilan tanishish 9 ta boladan 4 ta juft tuzish va 1 ta bola juftsiz qolish vaziyatini qarab chiqishda yuz beradi. Ya'ni, to'liqmas bo'linma qoldiq bilan tanishish mohiyatiga ko'ra nazariy to'plam asosida yuz beradi.

Teorema. Agar $a<b$ va $b<c$ bo'lsa, u holda $a<c$ bo'ladi.

I s b o t. $a<b$ va $b<c$ bo'lgani uchun «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra $b = a + x$ va $c = b + y$ bo'ladigan x va y natural sonlar topiladi. Lekin $c = (a + x) + y$ bo'ladi va qo'shishning guruhlash qonuniga asosan $c = a + (x + y)$ hosil bo'ladi. $x + y$ butun nomanfiy son bo'lgani uchun «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra $a < c$ bo'ladi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $b < a$ bo'lishi noto'g'ri.

Hech qanday butun nomanfiy a son uchun $a < a$ tengsizlikning bajarilmasligiga ishonish qiyin emas. Agar $a < a$ bo'lganda edi, $a = a + c$ bo'ladigan natural c soni topilar edi, lekin yig'indining yagonaligiga ko'ra, buning bo'lishi mumkin emas. Endi ikkala $a < b$ va $b < a$ tengsizliklar bajariladi, deb faraz qilaylik. U holda «kichik» munosabatining tranzitivlik xossasiga ko'ra $a < a$ tengsizlik hosil bo'ladi, buni esa bo'lish mumkin emas.

Butun nomanfiy sonlar uchun «kichik» munosabati tranzitiv va antisimmetrik bo‘lgani uchun u tartib munosabati bo‘ladi, butun nomanfiy sonlar to‘plami esa tartiblangan to‘plam bo‘ladi.

«Kichik» munosabatning ko‘rib o‘tilgan xossalaridan ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun $a < b$, $a = b$, $b > a$ munosabatlardan faqat bittasi bajarilishi kelib chiqadi. Bu to‘plamning elementlarini ixtiyoriy sondan avval kichigi keladigan qilib joylashtirib, butun nomanfiy sonlar qatorini hosil qilamiz: 0, 1, 2, 3, 4, ... Bu qator cheksizdir. A ta elementga ega bo‘lgan biror A to‘plamni olamiz. Agar unga A to‘plamning hamma elementlaridan farq qiladigan yana bitta element qo‘shib qo‘yilsa, u holda elementi $a + 1$ ta bo‘lgan yangi B to‘plam hosil bo‘ladi. $a + 1$ sonni bir butun nomanfiy son uchun undan bevosita keyin keluvchi yagona natural sonni ko‘rsatish mumkin. Aksincha, har bir butun nomanfiy son bittadan ortiq bo‘lmagan butun nomanfiy sondan bevosita keyin kelmaydi. 0 sonidan boshlab tartib bilan bevosita bir-biridan keyin keluvchi natural sonlarga o‘tib, butun nomanfiy sonlar to‘plami hosil bo‘ladi.

Agar $4 + 2 = 6$ ekani ma’lum bo‘lsa, u holda $4 + 3$ yig‘indini topish uchun 6 ga 1 ni qo‘shish yetarli: $4 + 3 = 4 + (2 + 1) = (4 + 2) + 1 = 6 + 1 = 7$.

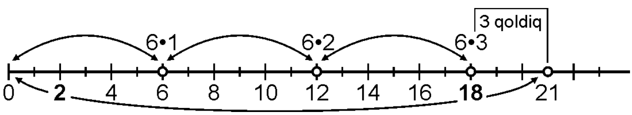
«Bevosita keyin kelish» munosabatidan ko‘paytirish uchun ham shunga o‘xshash foydalaniladi: agar $7 \cdot 5 = 35$ ekani ma’lum bo‘lsa, $7 \cdot 6$ ko‘paytmani topish oson. Buning uchun 35 ga 7 ni qo‘shish yetarli, chunki $7 \cdot 6 = 7(5 + 1) = 7 \cdot 5 + 7 = 35 + 7 = 42$ bo‘ladi.

Butun nomanfiy sonlar to‘plamining yana bitta xossasini aytib o‘tamiz. a — biror butun nomanfiy son va $a + 1$ son a dan bevosita keyin keluvchi son bo‘lsin. U holda hech qanday butun nomanfiy a son uchun $a < x < a + 1$ bo‘ladigan x natural son ko‘rsatish mumkin emas. Bu xossa natural sonlar to‘plamining diskretlik xossasi, a va $a + 1$ sonlarning o‘zi esa qo‘shni sonlar deb ataladi.

Birinchi o‘nlikdagi sonlarni o‘rganishning o‘zidayoq natural qatorning har bir sonini qanday hosil qilish mumkinligi aniqlanadi. Bunda «keyin keladi», «oldin keladi» va 1 ni qo‘shish hamda 1 ni ayirish tushunchalaridan foydalaniladi, ya’ni o‘quvchilar natural qator sonlarining xossalarini bilishlari uchun sharoit yaratiladi: ixtiyoriy sonni sanoqda undan oldin keluvchi songa 1 ni qo‘shish bilan hosil qilish mumkin, ixtiyoriy son undan oldin keluvchi sondan 1 ta ko‘p va hokazo.

Kishining amaliy faoliyatida nafaqat buyumlar sanog‘ini bo‘lib borishga, balki turli kattaliklar: uzunlik, massa, vaqt va boshqalarni o‘lchashga to‘g‘ri keladi. Shuning uchun natural sonlarning vujudga kelishida sanoqqa bo‘lgan ehtiyojgina emas, kattaliklarni o‘lchash masalasi ham sabab bo‘ladi. Agar natural son kattaliklarni o‘lchash natijasida paydo bo‘lgan bo‘lsa, uning qanday ma’noga ega ekanligi aniqlaniladi. Natural songa bunday yondashish bilan bog‘liq bo‘lgan hamma nazariy dalillarni bitta kattalik — kesma uzunligi misolida qaraymiz.

21 sonini 6 ga bo‘lamiz. Rasm bo‘yicha 21 ichida 6 birlik uch marta joylashadi va yana 3 birlik qoladi:



Demak, $21 = 6 \cdot 3 + 3$

bo‘linuvchi | bo‘luvchi | bo‘linma | qoldiq

Bo‘linuvchini *a*, bo‘luvchini *b*, bo‘linmani *c*, qoldiqni *r* bilan belgilab, $a = b \cdot c + r$ tenglikni yozish mumkin, bunda har doim $r < b$ bo‘ladi.

1- misol. Qandaydir sonni 5 ga bo‘lganda bo‘linmada 4 va qoldiq 3 hosil bo‘ldi. Bo‘linuvchini toping.

Y e c h i s h. $b=5$, $c=4$, $r = 3$, demak, $a = b \cdot c + r = 5 \cdot 4 + 3 = 20 + 3 = 23$.

2- misol. 51 sonini qandaydir songa bo‘lganda, bo‘linmada 6 va 3 qoldiq hosil bo‘ldi. Bo‘linuvchini toping.

Y e c h i s h. $a = 51$, $c = 6$, $r = 3$ ni yozib, $51 = b \cdot 6 + 3$ yoki $b \cdot 6 + 3 = 51$. $b \cdot 6$ — noma’lum qo‘shiluvchini topish uchun yig‘indidan ma’lum qo‘shiluvchini ayiramiz:

$$b \cdot 6 = 51 - 3; \qquad b \cdot 6 = 48; \qquad b = 48 : 6; \qquad b = 8.$$

Mashqlar

1. 42 ni 5 ga; 82 ni 9 ga; 30 677 ni 42 ga; 105 ni 82 ga qoldiqli bo‘lishni bajaring.

2. Butun nomanfiy sonlarni: 3 ga; 8 ga; 35 ga bo‘lishda qanday qoldiq qoladi?

3. Agar *a* ni 7 ga bo‘lganda 0; 3; 6 qoldiq hosil bo‘lsa, *a* soni qanday son bo‘ladi?

4. O‘quvchi $5 + 3 = 8$ ekanini hisobladi. U $6 + 3$ yig‘indini qanday topishi mumkin?

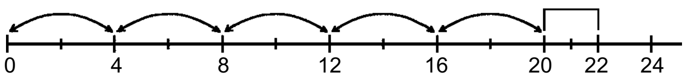
5. Ikkinchi sinf o‘quvchisi $7 \cdot 4 = 28$ ekanini bilgan holda, $4 \cdot 8$ va $4 \cdot 9$ ni topdi. O‘quvchi buni qanday bajarishi mumkin?

6. To‘g‘ri to‘rtburchak chizing va uning diagonalalarini o‘tkazing. Uning tomonlari va diagonallarini taqqoslash kerak. Siz buni qanday bajarasiz?

7. Shunday *a* va *b* kesmalar chizingki, $a<b$ bo‘lsin. Ular yig‘indisini va ayirmasini yasang.

8. Bir sigirdan bir kunda o‘rtacha 4 *l* sut sog‘ib olinadi. 10 ta shunday sigirdan 7 kunda necha litr sut sog‘ib olish mumkin?

9. Rasmdan foydalanib, bo‘linuvchi, bo‘linma, bo‘luvchi va qoldiqni toping. Mos sonli tengliklarni yozing:



$a =$ $b =$ $c =$ $r =$

$22 = \square \cdot \square + \square$, $\square < \square$

10. 49 t shakarni tashish uchun yuk ko‘tarish quvvati 5 t bo‘lgan nechta yuk mashinasi kerak bo‘ladi?

21- §. NATURAL SON KESMA UZUNLIGINING QIYMATI SIFATIDA

Ixtiyoriy *a* va *b* kesmalar berilgan bo‘lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi *O* nuqtada bo‘lgan biror nurga qo‘yamiz, ya’ni $OA = a$ va $OB = b$ kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo‘lishi mumkin:

1. *A* va *B* nuqtalar ustma-ust tushadi. U holda *OA* va *OB* — bitta kesma, demak: $a = b$.

2. *B* nuqta *OA* kesma ichida yotadi. U holda *OB* kesma *OA* kesmadan kichik (yoki *OA* kesma *OB* kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi: $OB < OA$ ($OA > OB$) yoki $b<a$ ($a>b$).

3. *A* nuqta *OB* kesma ichida yotadi. U holda *OA* kesma *OB* kesmadan kichik deyiladi va $OA < OB$, $a<b$ ($b>a$) deb yoziladi.

Agar a kesma a_1, a_2 ..., a_n kesmalarning birlashmasi bo‘lib, kesmalardan birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo‘lmasa va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa, a kesma bu kesmalarning yig‘indisi deyiladi va $a = a_1 + a_2 + ... + a_n$ deb yoziladi.

a va b kesmalarning $a - b$ ayirmasi deb shunday c kesmaga aytiladiki, uning uchun $b + c = a$ tenglik o‘rinli bo‘ladi.

a va b kesmalarning ayirmasi quyidagicha topiladi. a kesmaga teng AB kesma yasaladi va unda b kesmaga teng AC kesma ajratiladi. U holda CB kesma a va b kesmalarning ayirmasi bo‘ladi.

Xulosa. a va b kesmalarning ayirmasi mavjud bo‘lishi uchun b kesma a kesmadan kichik bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba’zilarini isbotsiz keltiramiz.

1- xossa. Har qanday a va b kesmalar uchun $a + b = b + a$ tenglik o‘rinli, ya’ni kesmalarni qo‘shish o‘rin almashtirish qonuniga bo‘ysunadi.

2- xossa. Har qanday a, b, c kesmalar uchun $(a + b) + c = a + (b + c)$ tenglik o‘rinli, ya’ni kesmalarni qo‘shish guruhlash qonuniga bo‘ysunadi.

3- xossa. Har qanday a va b kesmalar uchun $a + b > a$.

4- xossa. Har qanday a, b va c kesmalar uchun $a < b$ bo‘lsa, u holda $a + c < b + c$ bo‘ladi.

Kesmalar uzunliklari qanday o‘lchanishini eslaylik. Eng avval kesmalar to‘plamidan birorta e kesma tanlab olinadi va u birlik kesma yoki uzunlik birligi deb ataladi. So‘ngra berilgan a kesma birlik e bilan taqqoslanadi. Agar a kesma e birlik kesmaga teng n ta kesma yig‘indisidan iborat bo‘lsa, $a = e + e + ... + e = ne$ va n natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidan son qiymati deyiladi.

Shuni eslatib o‘tish muhimki, har qanday natural son n uchun uzunligi shu son bilan ifodalanadigan kesma mavjud bo‘ladi. Bunday kesma yasash uchun e uzunlik birligini birin-ketin n marta qo‘yish yetarlidir.

Shunday qilib, a kesma uzunligining son qiymati sifatidagi natural son a kesma tanlab olingan e birlik kesmalarning nechtasidan iboratligini ko‘rsatadi. Tanlab olingan e uzunlik birligida bu son yagonadir.

n natural son a kesma uzunligining son qiymati, bu sonlar bitta e uzunlik birligida hosil qilingan bo‘lsin. Agar a va b

kesmalar teng bo‘lsa, ular uzunliklarining son qiymati teng bo‘ladi, ya’ni $n = m$; teskari tasdiq ham o‘rinli.

Agar a kesma b kesmadan kichik bo‘lsa, a kesma uzunligining son qiymati b kesma uzunligining son qiymatidan kichik bo‘ladi, ya’ni $n < m$; teskari tasdiq ham o‘rinli.

Agar natural sonlar kesmalarning uzunliklarini o‘lchash natijasida hosil bo‘lgan bo‘lsa, bu sonlarni qo‘shish va ayirish qanday ma’noga ega bo‘lishini aniqlaymiz.

Masalan, 3 va 8 sonlari b va c kesmalar uzunliklari e birlik yordamida o‘lchash natijalari bo‘lsin, ya’ni $b = 3e$, $c = 8e$. Ma’lumki, $3 + 8 = 11$. Ammo 11 soni qaysi kesma uzunligini o‘lchash natijasi bo‘ladi? Ravshanki, bu $a = b + c$ kesma uzunligining qiymatidir.

Mulohazani umumiy ko‘rinishda yuritamiz.

a kesma b va c kesmalar yig‘indisi hamda $b = me$, $c = ne$ bo‘lsin, bunda m va n — natural sonlar. Unda butun a kesma $m + n$ ta bo‘lakka bo‘linadi, ya’ni $a = (m + n)e$.

Shunday qilib, m va n natural sonlar bilan ifodalanadigan b va c kesmalardan tuzilgan a kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Agar a kesma b va c kesmalardan iborat bo‘lib, a va b kesmalarning uzunliklari m va n natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligidan), c kesma uzunligining qiymati a va b kesmalar uzunliklari qiymatlarining ayirmasiga teng:

$$c = (m - n)e,$$

ya’ni, natural sonlarning $m - n$ ayirmasini uzunliklari mos ravishda m va n natural sonlar bilan ifodalangan a va b kesmalar ayirmasi bo‘lgan c kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Agar $a = 9e$ kesma b va c kesmalardan iborat bo‘lsa, $c = (9 - 4)e = 5e$ bo‘ladi, bunda $b = 4e$.

Shuni eslatamizki, natural sonlarni qo‘shish va ayirishga bunday yondashish nafaqat kesmalar uzunliklarini o‘lchash bilan, balki boshqa kattaliklarni o‘lchash bilan ham bog‘liq. Boshlang‘ich sinflar uchun matematika darslaridan turli kattaliklar va ular ustida bajariladigan amallar qaraladigan masalalar ko‘p. Kattaliklarning qiymatlari bo‘lgan natural sonlarni qo‘shish va ayirishning ma’nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashni asoslashga imkon beradi.

1- misol. Bog‘dan 3 kg olcha va 4 kg olma terishdi. Hammasi bo‘lib necha kilogramm meva terishgan?

Yechish. Masala qo‘shish amali bilan yechiladi. Nima uchun?

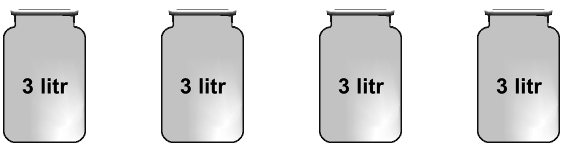
Terilgan olchalar massasini *a* kesma ko‘rinishida, terilgan olmalar massasini *b* kesma ko‘rinishida tasvirlaymiz. U holda terilgan hamma mevalar massasini *a* ga teng *AB* kesmadan va *b* ga teng *BC* kesmadan tuzilgan *AC* kesma yordamida tasvirlash mumkin. *AC* kesma uzunligining son qiymati *AB* va *BC* kesmalar son qiymatlarining yig‘indisiga teng bo‘lgani uchun terilgan mevalar massasi qo‘shish amali bilan topiladi: $3 + 4 = 7$ (kg).

2- misol. Bolalar ko‘ylagiga 2 m, kattalar ko‘ylagiga undan 1 m ortiq gazlama ketadi. Kattalar ko‘ylagiga necha metr gazlama ketadi?

Yechish. Bolalar ko‘ylagiga ketgan gazlamani *a* kesma ko‘rinishida tasvirlaymiz, undan kattalar ko‘ylagiga ketgan gazlamani *a* ga teng *AB* kesma va 1 m ni tasvirlovchi *BC* kesma yordamida tasvirlaymiz. *AC* kesma uzunligining qiymati qo‘shiluvchi kesmalar uzunliklari qiymatlarining yig‘indisiga teng bo‘lgani uchun, kattalar ko‘ylagiga ketgan gazlama miqdori qo‘shish amali bilan $2 + 1 = 3$ (metr) deb topiladi.

3- misol. Oshxonada har birida 3 litr sharbat bo‘lgan 4 ta banka bor. Bu bankalarda hammasi bo‘lib qancha sharbat bor?

Nima uchun bu masala ko‘paytirish amali bilan ($3 \cdot 4 = 12$ (litr) deb) yechiladi?



Yechish. *1- usul.* Berilgan rasm masalani yechishga yordam beradi. 4 ta bankada hammasi bo‘lib qancha sharbat borligini bilish uchun $3 + 3 + 3 + 3$ yig‘indini topish yetarli. 3 yozuv $3 \cdot 1$ ko‘paytma bo‘lgani uchun topilgan ifodani quyidagi ko‘rinishda yig‘indisini $3 \cdot 4$ ko‘paytma bilan almashtirib, $(3 + 3 + 3 + 3) \cdot 1 = (3 \cdot 4) \cdot 1 = 12 \cdot 1 = 12$ litr hosil bo‘ladi.

2- usul. Avvalo shuni aytishimiz kerakki, bu masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi — banka va litr haqida gapirilmoqda. Avval sharbat bankalar bilan o‘lchangach, keyin uni yangi birlik litr bilan o‘lchash kerak, bunda shu narsa ma’lumki, eski birlik (banka)da uchta yangi birlik (3 litr) bor. Demak, $4 \cdot 1$ banka $= 4 \cdot (3\ l) = (4 \cdot 3) \cdot l = 12$ litr.

Shunday qilib, natural sonlarni ko‘paytirish uzunlikning yangi birligiga o‘tishni ifodalaydi. Agar m natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi qiymati, n natural son e kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati, $m \cdot n$ ko‘paytma a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati bo‘lsa, $m \cdot n$ ko‘paytma a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymatidir.

Endi kattaliklarning qiymatlari bo‘lgan natural sonlarni bo‘lish qanday ma’noga ega ekanligini aniqlaymiz.

4- misol. Bir bankaning sig‘imi 3 *l*. 12 *l* meva sharbatini quyish uchun necha banka kerak bo‘ladi?

Y e c h i s h. Masalani yechish uchun 12 *l* ni kesma bilan tasvirlanadi va unda 3 *l* ni tasvirlovchi kesma necha marta joylashishi ($12\ l : 3\ l = 4$ (b)) aniqlanadi.

Bu masalaning yechilishini boshqacha asoslash mumkin. Masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi litr va banka qaralmoqda.

Masalada o‘lchash natijasini bankalar bilan, ya’ni yangi birlikda (sharbat hajmi litr bilan o‘lchanganda) ifodalash talab qilinmoqda, shu bilan birga, yangi birlikda (bankada) 3 ta eski birlik (3 *l*) bor, shuning uchun $1\ l = 1$ b : 3.

$$12\ l = 12 \cdot (1 \text{ b} : 3) = (12 : 3) \cdot \text{b} = 4 \cdot 1 \text{ b} = 4 \text{ b}.$$

Ko‘rib turibmizki, natural sonlarni bo‘lish kattalikning yangi birligiga o‘tish bilan bog‘liq ekan. Bu umumiy holda ko‘rsatiladi.

Pedagogika kollejlari uchun matematika darslarida turli kattaliklar qaraladigan ko‘paytirish hamda bo‘lish bilan yechiladigan sodda masalalar ko‘p. Bularning hammasi, odatda, ko‘rgazmalilik asosida bajariladi. Bunda ko‘paytirish bir xil qo‘shiluvchilarning qo‘shish amali sifatida talqin qilinadi, bo‘lish esa ko‘paytirishning teskari amali sifatida qaraladi.

5-misol. Katerning daryo oqimi bo‘yicha tezligi 21 km/soat, oqimga qarshi tezligi 15 km/soat. Katerning turg‘un suvdagi tezligini va daryo oqimining tezligini toping.

6-misol. Kater daryo oqimi bo‘ylab 60 km masofani o‘tish uchun 4 soat sarfladi. Oqimga qarshi o‘sha masofani bosish uchun 5 soat sarfladi. Daryo oqimining tezligini toping.